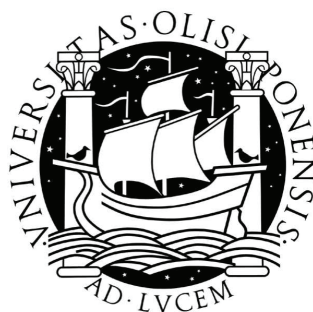


UNIVERSIDADE DE LISBOA
FACULDADE DE CIÊNCIAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA GEOGRÁFICA,
GEOFÍSICA E ENERGIA



INVERSÃO CONJUNTA DE DADOS DE GRAVIMETRIA E RESISTIVIDADE

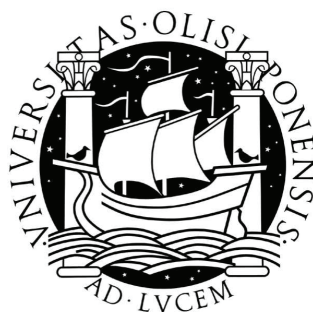
Patrícia Machado Madureira Fontes Represas

DOUTORAMENTO EM CIÊNCIAS GEOFÍSICAS
E DA GEOINFORMAÇÃO

(Geofísica)

2009

UNIVERSIDADE DE LISBOA
FACULDADE DE CIÊNCIAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA GEOGRÁFICA,
GEOFÍSICA E ENERGIA



INVERSÃO CONJUNTA DE DADOS DE GRAVIMETRIA E RESISTIVIDADE

Tese orientada pelo Prof. Doutor Fernando Acácio Monteiro Santos

Patrícia Machado Madureira Fontes Represas

DOUTORAMENTO EM CIÊNCIAS GEOFÍSICAS
E DA GEOINFORMAÇÃO

(Geofísica)

2009

Aos Luis, Tiago e Diogo

ÍNDICE

Resumo	XXV
Abstract	XXVII
Lista de Figuras	V
Lista de Tabelas	XIII
Lista de Equações	XVII
Lista de Símbolos	XXI
Agradecimentos	XXIII
1. Introdução	1
2. Técnicas de Inversão em Geofísica	5
2.1. Parametrização do modelo	5
2.2. Ajuste aos mínimos quadrados	6
2.2.1. Problema inverso linear	6
2.2.2. Problema inverso não linear	7
2.2.3. Problemas de inversão linear e não linear com constrangimentos de suavização	9
2.2.4. Métodos de resolução dos sistemas de equações	11
2.3. Simulated annealing (SA)	13
3. Casos de Estudo	17
3.1. Chaves - Portugal.....	17
3.1.1. Localização	17
3.1.2. Geologia	18
3.1.3. Caracterização do sistema hidrotermal de chaves.....	22
3.2. Sinai (Egipto)	24
3.2.1. Localização	24
3.2.2. Geologia	26
3.3. Considerações	27
4. Gravimetria	29

4.1. Teoria geral	29
4.1.1. Aceleração gravítica	29
4.1.2. Levantamento gravimétrico em terra	30
4.1.3. Correções.....	30
4.2. Levantamento gravimétrico na zona de Vila Real Chaves.....	34
4.2.1. Recolha e tratamento preliminar dos dados.....	34
4.2.2. Carta da anomalia de Bouguer	34
4.2.3. Separação dos campos regional e residual	38
4.2.4. Estudos sobre a carta do campo residual.....	47
4.3. Levantamento gravimétrico na zona de Sinai Egipto	56
4.3.1. Recolha e tratamento preliminar dos dados.....	56
4.3.2. Carta da anomalia de Bouguer	57
4.3.3. Separação dos campos regional e residual	57
4.3.4. Considerações	58
5. Resistividade	61
5.1. Equação de domínio	61
5.2. O potencial gerado por fontes pontuais.....	62
5.2.1. Meio homogéneo	62
5.2.2. Meio estratificado	62
5.2.3. Dispositivo Schlumberger.....	66
5.2.4. Interpretação preliminar das SEV.....	67
5.2.5. Equivalências	68
5.3. Dados da veiga de Chaves	68
5.4. Dados de Sinai.....	72
6. Inversão de dados de gravimetria	75
6.1. Problema directo	76
6.2. Camada equivalente	78
6.2.1. Método.....	79

6.2.2. Aplicação a casos sintéticos	79
6.2.3. Aplicação a dados reais: o mapeamento da anomalia gravimétrica da bacia de Chaves	82
6.3. Inversão do soco	85
6.3.1. Método.....	85
6.3.2. Teste com dados sintéticos	89
6.3.3. Aplicação à bacia de Chaves.....	89
6.4. Simulated annealing (2D)	96
6.4.1. Método.....	96
6.4.2. Aplicação a dados sintéticos	98
6.4.3. Aplicação aos dados de Chaves	101
6.4.4. Aplicação aos dados de Sinai.....	103
7. Inversão de dados de SEV	115
7.1. Problema directo.....	115
7.2. Inversão 1-D por decomposição em valores singulares.....	116
7.2.1. Método de inversão	116
7.2.2. Aplicação deste método de inversão aos dados de Chaves.....	117
7.2.3. Aplicação deste método de inversão aos dados de Sinai.....	122
7.3. Inversão 1-D pelo método de simulated annealing	122
7.3.1. Método de inversão	123
7.3.2. Aplicação do método de inversão aos dados de Chaves.....	128
7.4. Inversão 3-D	131
7.4.1. Problema directo.....	131
7.4.2. Método de inversão	133
7.4.3. Volume de investigação (VOI)	136
7.4.4. Aplicação do método aos dados de Chaves	136
8. Inversão Conjunta de dados de Gravimetria e de SEV: Abordagem 2-D.....	143
8.1. Método.....	143
8.2. Aplicação a dados sintéticos	147

8.2.1. Modelo	147
8.2.2. Dados sintéticos de gravimetria	147
8.2.3. Dados sintéticos de resistividade	147
8.2.4. Inversão conjunta dos dados sintéticos	150
8.2.5. Inversão conjunta dos dados de Chaves	154
8.2.6. Inversão conjunta dos dados de Sinai	163
8.2.7. Considerações	176
9. Inversão Conjunta de dados de Gravimetria e de SEV: Abordagem 3-D	177
9.1. Método A (<i>Simulated Annealing</i>)	177
9.1.1. Descrição do método	177
9.1.2. Modelo teórico	179
9.2. Método B (Método dos mínimos quadrados)	186
9.2.1. Descrição do método	186
9.2.2. Modelo teórico	189
9.3. Considerações.....	194
10. Considerações Finais.....	195
Referências.....	197

RESUMO

Com este trabalho pretende-se explorar a possibilidade de resolução do problema inverso conjunto de dados de gravimetria e resistividade, sendo objectivo principal o desenvolvimento de métodos que permitam resolver este problema, para o caso de estruturas sedimentares que incorporam um ou mais aquíferos.

Neste contexto, foram desenvolvidos métodos, os quais foram posteriormente testados, primeiro em modelos teóricos e depois em casos reais. Foram usados dois conjuntos de dados, um recolhido na zona de Chaves, no norte de Portugal, e outro recolhido numa região no NW da península de Sinai, no Egipto.

A primeira fase do trabalho consistiu numa análise preliminar dos dados reais a utilizar para o teste dos métodos desenvolvidos. Os dados de gravimetria de Chaves foram os que mereceram maior destaque por nunca terem sido objecto de estudo detalhado.

Foram desenvolvidos alguns métodos simples de inversão apenas de dados de gravimetria com o propósito de confrontar os resultados obtidos com os resultantes da inversão conjunta. Os dados de resistividade (SEV) foram invertidos recorrendo a métodos já previamente desenvolvidos e publicados.

Como primeiro método para resolver o problema inverso de gravimetria e resistividade desenvolvido no âmbito deste trabalho utilizou-se uma aproximação 2-D e o método global de minimização *simulated annealing* (SA). Este método foi testado num caso teórico e nas duas situações reais de Chaves e Sinai. Os resultados são bastante satisfatórios. Observa-se que, no caso teórico, existe uma diminuição efectiva dos problemas de equivalência. No caso da aplicação aos dados de Sinai, também se observa uma clara vantagem na utilização de uma metodologia conjunta, já que é notória a diminuição de ambiguidades. No caso de Chaves, sendo a geologia bastante mais complexa, o método revelou algumas insuficiências mas os resultados podem ser considerados, globalmente, como satisfatórios.

Foram posteriormente desenvolvidos dois métodos utilizando uma aproximação 3-D. O primeiro destes consiste numa extensão do método SA 2-D. O segundo utiliza um algoritmo de regularização do tipo Occam. A utilização de uma aproximação 3-D permite a determinação de um modelo de variação de resistividade com uma maior continuidade. Apesar disso, verificou-se o surgimento de algumas estruturas fictícias, que reflectem alguma instabilidade do algoritmo. De qualquer maneira, os resultados são satisfatórios e promissores.

Palavras chave: Problema inverso, Inversão conjunta, Gravimetria, Resistividade

ABSTRACT

This work aims to explore the possibility of solving the inverse problem of gravity and resistivity data. Its main objective is the development of methods to solve this problem, in the case of sedimentary structures incorporating one or more aquifers.

In this context, methods were developed, which were tested first in theoretical models and then in real cases. Two data sets were used, one collected in the area of Chaves, northern Portugal, and another collected in the NW region of the peninsula of Sinai, Egypt.

The first phase of this work was a preliminary analysis of the real data to be used for testing the developed methods. It was given special attention to the gravity data of Chaves because it has never been the object of a detailed study.

Methods for inversion of gravity data were developed for the purpose of comparing the results with those given by the joint inversion. The resistivity data (VES) was inverted using methods already developed and published.

The first method developed to solve the joint inversion of gravity and resistivity data used a 2-D approximation and the global minimization method of *simulated annealing (SA)*. This method was tested in both theoretical and real situations (Chaves and Sinai). The result is quite satisfactory. It is observable, in the theoretical case, that there is a decrease of the actual problems of equivalence. The application to the Sinai data set shows a clear advantage in using a joint approach, as it decrease the ambiguity of the results. Even though Chaves case represents a more complex geology, the result was also satisfactory.

Two methods have been developed using a 3-D approach. The first method is an extension of 2-D SA method. The second one uses the regularization (Occam) least squares minimization. The use of a 3-D approach allows for the determination of a resistivity model with greater continuity. However, some fictitious structure appeared which reflect some instability of the algorithm. Nevertheless, the results are still satisfactory and promising.

Keywords: Inverse problem, Joint inversion, Gravity, Resistivity

LISTA DE FIGURAS

Capítulo 2

- Figura 2.1 – Curva-L típica (adaptado de Hansen, 1999)10
- Figura 2.2 – Diagrama de fluxo simplificado representando o algoritmo Metropolis. ΔE representa a variação da função objectivo ($\Delta E = E - E^{(it. anterior)}$). ψ é a probabilidade de aceitação calculada por (2.39). χ é um número gerado aleatoriamente entre 0 e 1. Os ciclos de iterações e interno terminam após um número pré determinado de realizações.....14

Capítulo 3

- Figura 3.1 – Esquema da localização geográfica do levantamento gravimétrico e da bacia de Chaves17
- Figura 3.2 – Zona de Galiza-Trás-os-Montes (adaptado de Ribeiro *et al.*, 1979 *in* Monteiro Santos *et al.*, 1996).....18
- Figura 3.3 – Carta geológica da zona abrangida pelo levantamento gravimétrico (ver figura 3.2). Adaptado da carta geológica na escala 1:200000 do Instituto Geológico e Mineiro. 1- Sedimentos do quaternário; 2- Granitos hercínicos pós-tectónicos; 3- Granitos hercínicos sin-tectónicos; 4- Xistos, Grauvaques e Psamitos da “Formação Pelito-Grauváquica”; 5- Turbiditos da “Formação de Santos e Curros”; 6- Complexo Xisto-Grauváquico (Grupo do Douro); 7- Falha observada; 8- Falha provável.19
- Figura 3.4 – Sedimentos do Quaternário, 2- Granitos hercínicos alcalinos, 3- Granitos hercínicos calco-alcalinos, 4 Xistos e grauvaques do Silúrico, 5- Quartzitos, 6- “Placas” grafitosas, 7- Filões quartzíticos, 8- Falha normal.21
- Figura 3.5 – Coluna litoestratigráfica das unidades sedimentares da Veiga de Chaves na zona da cerâmica Flaviense, elaborado com base na interpretação de sondagens de pequena profundidade (Adaptado do Relatório da U.T.A.D., 1992).22
- Figura 3.6 – Esquema simplificado do modelo de circulação do sistema hidrotermal de Chaves proposto por Aires-Barros *et al.* (1995).24
- Figura 3.7 – Esquema da localização geográfica a área de estudo no NW da Península de Sinai, no Egipto. A verde encontra-se indicada a área do levantamento.25
- Figura 3.8 – Carta geológica do levantamento baseado na folha nº 5 da carta geológica de Sinai à escala 1:250 000 do EGSMA (adaptado de Sultan e El Sorady, 2001).25

Figura 3.9 –	Descrição de duas sondagens mecânicas efectuadas no local.....	26
--------------	--	----

Capítulo 4

Figura 4.1 –	Correcções de Bouguer simples, Bouguer completa e de terreno ao valor observado da gravidade. Adaptado de Blakely (1995).	32
Figura 4.2 –	Carta com a topografia do levantamento. Os pontos a preto representam a localização das estações do levantamento gravimétrico.	35
Figura 4.3 –	Carta da anomalia de Bouguer completa com sobreposição dos contactos litológicos mais significativos: G1 – Granitos hercínicos sintectónicos; G2 – Granitos hercínicos pós-tectónicos; XG – Xistos e grauvaques do Silúrico; GD – Formações do Grupo do Douro; T – Sequência turbidítica; Q – Depósitos sedimentares do quaternário (simplificado da carta geológica na escala 1:200000 do Instituto Geológico e Mineiro).....	37
Figura 4.4 –	Gráfico do espectro radial de potência do levantamento gravimétrico da zona de Chaves.	38
Figura 4.5 –	Separação dos campos regional e residual por filtragem de comprimentos de onda superiores a 6540 m.	39
Figura 4.6 –	Separação dos campos regional e residual por filtragem de comprimentos de onda superiores a 70 000 m.	40
Figura 4.7 –	Separação dos campos regional e residual por prolongamento analítico a uma altitude de 3000 m.....	42
Figura 4.8 –	Separação dos campos regional e residual por ajuste a uma superfície planar simples.	44
Figura 4.9 –	Separação dos campos regional e residual por ajuste a uma superfície de sela bi-linear.....	45
Figura 4.10 –	Separação dos campos regional e residual por ajuste a uma superfície quadrática.	46
Figura 4.11 –	Derivada horizontal S-N do campo residual. As linhas a negro representam as falhas indicadas na carta geológica na escala 1:200000 do Instituto Geológico e Mineiro.....	48
Figura 4.12 –	Derivada horizontal W-E do campo residual. As linhas a negro representam as falhas indicadas na carta na carta geológica na escala 1:200000 do Instituto Geológico e Mineiro.....	49
Figura 4.13 –	Derivada horizontal N60°E do campo residual. As linhas a negro representam as falhas indicadas na carta geológica na escala 1:200000 do Instituto	

Geológico e Mineiro. As linhas a branco representam as prováveis falhas por interpretação da carta da derivada.....	50
Figura 4.14 – Derivada horizontal N30°W do campo residual. As linhas a negro representam as falhas indicadas na carta geológica na escala 1:200000 do Instituto Geológico e Mineiro. As linhas a branco representam as prováveis falhas por interpretação da carta da derivada.....	51
Figura 4.15 – Derivada vertical do campo residual. As linhas a negro representam as falhas indicadas na carta geológica na escala 1:200000 do Instituto Geológico e Mineiro.	52
Figura 4.16 – Amplitude do gradiente horizontal do campo residual. As linhas a negro representam as falhas indicadas na carta geológica na escala 1:200000 do Instituto Geológico e Mineiro. As linhas a branco representam as prováveis falhas por interpretação da carta da derivada.....	54
Figura 4.17 – Amplitude do gradiente (sinal analítico) do campo residual. As linhas a negro representam as falhas indicadas na carta geológica na escala 1:200000 do Instituto Geológico e Mineiro. As linhas a branco representam as prováveis falhas por interpretação da carta da derivada.....	55
Figura 4.18 – Carta da anomalia de Bouguer completa da zona de Romana, no Egipto (Sultan e El Sorady, 2001).....	57
Figura 4.19 – Gráfico do espectro radial de potência do levantamento gravimétrico da zona de Romana, Sinai (adaptado de Sultan e El Sorady, 2001).	58
Figura 4.20 – Campo regional da zona de Romana, no Egipto, calculado por filtragem de números de onda inferiores a 0.0351 km^{-1} (Sultan e El Sorady, 2001).	59
Figura 4.21 – Campo residual da zona de Romana, no Egipto, calculado por filtragem de números de onda superiores a 0.0351 km^{-1} (Sultan e El Sorady, 2001).	59

Capítulo 5

Figura 5.1 – Meio constituído por n camadas horizontais, cada uma com resistividade ρ_j e espessura h_j (adaptado de Meju, 1998).....	63
Figura 5.2 – Disposição dos eléctrodos num dispositivo Schlumberger. Cada par de eléctrodos AB e MN é colocado de forma simétrica relativamente a um ponto central O. Os eléctrodos de corrente (A e B) são afastados progressivamente, mantendo sempre a relação de simetria relativamente a O ($AO = OB = AB/2$). Os eléctrodos de potencial (M e N) são colocados de tal forma que a distância entre eles (MN) seja muito pequena em comparação com a distância entre os eléctrodos de potencial (AB). Também se encontram	

	representadas as linhas equipotenciais e de fluxo do campo eléctrico num meio com duas camadas.....	66
Figura 5.3 –	Diferentes tipos de curvas de sondagens eléctricas verticais efectuadas num meio estratificado com três camadas (Telford <i>et al.</i> , 1990).....	69
Figura 5.4 –	Curvas exemplificativas das SEV efectuadas na zona central da veiga de Chaves.....	70
Figura 5.5 –	Curvas exemplificativas das SEV efectuadas na zona exterior à veiga de Chaves.....	70
Figura 5.6 –	Curvas exemplificativas das SEV efectuadas na zona sul da veiga de Chaves.....	70
Figura 5.7 –	Localização das SEV levadas a cabo na zona de Chaves na carta Militar de Portugal, Série M888, à escala 1:25000, do Instituto Geográfico do exército.	71
Figura 5.8 –	Localização das SEV realizadas na zona de Romana, NE Sinai.....	73
Figura 5.9 –	Curvas exemplificativas das SEV efectuadas na zona de Romana-Sinai.....	73

Capítulo 6

Figura 6.1 –	Prisma rectangular uniforme com massa volúmica uniforme d , delimitado pelos planos $x=x_1$ e $x=x_2$, $y=y_1$ e $y=y_2$, e $z=z_1$ e $z=z_2$	77
Figura 6.2 –	Teste teórico (modelo M1) do programa para cálculo da camada equivalente. A massa volúmica do corpo A é 1000 kg.m^{-3} . a) Configuração do modelo teórico; b), c) e d) Modelos calculados pelo programa usando valores de λ respectivamente 200, 10 e 0. Os eixos X e Y correspondem a eixos horizontais (paralelos à superfície) e o eixo z corresponde ao eixo vertical (perpendicular à superfície).	80
Figura 6.3 –	Teste teórico (modelo M2) do programa para cálculo da camada equivalente. A massa volúmica do corpo B é 300 kg.m^{-3} e a massa volúmica do corpo C é -1000 kg.m^{-3} . a) Configuração do modelo teórico; b), c) e d) Modelos calculados pelo programa usando valores de λ respectivamente 200, 10 e 0. Os eixos X e Y correspondem a eixos horizontais (paralelos à superfície) e o eixo z corresponde ao eixo vertical (perpendicular à superfície).	81
Figura 6.4 –	Carta da anomalia de Bouguer residual limitada à zona da bacia de Chaves. Devido à maior densidade de leituras nesta zona (ver figura 4.2), foi possível interpolar numa gralha com espaçamento de 250 m x 250 m.	83
Figura 6.5 –	Carta da distribuição da massa volúmica numa camada equivalente entre 10 m e 300 m usando $\lambda = 0$ (a) e $\lambda = 100000$ (b).	83
Figura 6.6 –	Carta de massa volúmica de camadas equivalentes localizadas entre 10 e 300 m (a), 10 e 600 m (b) e 10 m e 900 m (c).	84

Figura 6.7 –	Representação gráfica do modelo de prismas usado para fazer o ajuste à bacia. Todos os prismas têm dimensão horizontal $dx \times dy$ e massa volúmica d . A dimensão vertical dz de cada prisma é o valor a determinar pelo algoritmo. Os pontos de observação estão localizados no centro de cada prisma, em $z=0$	86
Figura 6.8 –	Diagrama de fluxo simplificado do algoritmo usado no cálculo da topografia do soco assumindo uma massa volúmica constante em toda a bacia	87
Figura 6.9 –	Modelo Teórico: modelo teórico considerando blocos de 300 m x 300 m e com profundidade conforme o código de cores. Considerou-se blocos com -700 kg.m^{-3} num ambiente com 0 kg.m^{-3} . De A a I: Modelos resultantes da aplicação do método considerando massas volúmicas de -500 , -700 e -900 kg.m^{-3} , e três valores diferentes para λ	89
Figura 6.10 –	Resposta dos modelos apresentados na figura 6.9. Em cima encontram-se representados os dados sintéticos usados para calcular os modelos de A a I.	90
Figura 6.11 –	Distribuição do ajuste da resposta dos modelos A, B e C da figura 6.10.	91
Figura 6.12 –	Secção da carta de anomalia de Bouguer residual usada para estimar a topografia do soco da bacia de Chaves. O lado maior (b) da secção rectangular faz um ângulo de 32° com o norte. Considerou-se um novo sistema de coordenadas ortogonais com origem no ponto O (UTM - 622686 m E, 4619160 m N).	91
Figura 6.13 –	Modelos resultantes da aplicação do método considerando contrastes de massa volúmica de (A) 500 kg.m^{-3} , (B) 600 kg.m^{-3} , (C) 700 kg.m^{-3} e (D) 800 kg.m^{-3} , e $\lambda = 300$	92
Figura 6.14 –	Resposta dos modelos apresentados na Figura 6.13, considerando contrastes de massa volúmica de (A) 500 kg.m^{-3} , (B) 600 kg.m^{-3} , (C) 700 kg.m^{-3} e (D) 800 kg.m^{-3} , e $\lambda = 300$	93
Figura 6.15 –	Corte vertical paralelo ao eixo a na coordenada $b = 7000 \text{ m}$. do modelo com contraste de massa volúmica de -700 kg.m^{-3} apresentado na Figura 6.13 C.	95
Figura 6.16 –	Corte vertical paralelo ao eixo b na coordenada $a = 3500 \text{ m}$ do modelo com contraste de massa volúmica de -700 kg.m^{-3} apresentado na Figura 6.13 C.	95
Figura 6.17 –	Modelo para resolução do problema inverso de dados de gravimetria usando o método de <i>simulated annealing</i> . O espaço é dividido em células rectangulares. Os símbolos + representam as leituras gravimétricas. As interfaces de massa volúmica são aproximadas pelas arestas horizontais das células e representadas por pontos com coordenadas (x_i, z_i) . g_i é a leitura gravimétrica i . A camada n é limitada pelas interfaces k e $(k+1)$. Três pontos da interface k são identificados por $l-1$, l e $l+1$	97

Figura 6.18 – Modelo teórico utilizado para a geração de dados sintéticos. A massa volúmica de cada camada encontra-se indicada na tabela 6.2.	99
Figura 6.19 – Resultado da inversão do modelo sintético da Figura 6.18 usando o método de <i>simulated annealing</i> . Parâmetros utilizados: $\varepsilon = 0.6$; $\lambda = 0.79$; $T_0 = 30$; Parâmetro de ajuste do modelo $D = 8.7 \%$	100
Figura 6.20 – Identificação dos perfis PC-1 e PC-2 na carta da anomalia residual de Bouguer do levantamento efectuado na zona de Chaves.	102
Figura 6.21 – Atribuição de densidades para inversão 2-D dos dados de gravimetria do perfil PC-2, pelo método de SA.	103
Figura 6.22 – Resultado da inversão do perfil PC-1 usando o método de <i>simulated annealing</i> . Parâmetros utilizados: $\varepsilon = 0.6$; $\lambda = 0.75$; $T_0 = 40$	104
Figura 6.23 – Resultado da inversão do perfil PC-2 usando o método de <i>simulated annealing</i> . Parâmetros utilizados: $\varepsilon = 0.6$; $\lambda = 1.0$; $T_0 = 40$	105
Figura 6.24 – Identificação dos perfis PS-1, PS-2, PS-3 e PS-4 na carta da anomalia completa de Bouguer do levantamento efectuado na zona do NW de Sinai.	106
Figura 6.25 – Ilustração da operação de translação usada para simular a retirada do efeito do campo regional.	106
Figura 6.26 – Resultado da inversão dos dados de gravimetria do perfil PS-1 usando o método de <i>simulated annealing</i> . Parâmetros utilizados: $\varepsilon = 0.6$; $\lambda = 1.5$; $T_0 = 5$	108
Figura 6.27 – Resultado da inversão dos dados de gravimetria do perfil PS-2 usando o método de <i>simulated annealing</i> . Parâmetros utilizados: $\varepsilon = 0.45$; $\lambda = 1.3$; $T_0 = 5$	109
Figura 6.28 – Resultado da inversão dos dados de gravimetria do perfil PS-3 usando o método de <i>simulated annealing</i> . Parâmetros utilizados: $\varepsilon = 0.5$; $\lambda = 1.7$; $T_0 = 15$	110
Figura 6.29 – Resultado da inversão dos dados de gravimetria do perfil PS-4 usando o método de <i>simulated annealing</i> . Parâmetros utilizados: $\varepsilon = 0.5$; $\lambda = 1.3$; $T_0 = 15$	111

Capítulo 7

Figura 7.1 – Resultados da inversão 1-D dos dados de SEV da bacia de Chaves.	119
Figura 7.2 – Resultados da inversão 1-D dos dados de SEV de Sinai.	121

Figura 7.3 – Modelos resultantes da inversão 1-D dos dados de SEV pelo método de <i>simulated annealing</i> . A tracejado encontram-se representados os 10 modelos calculados, a azul o modelo médio, e a verde o modelo resultante da inversão pelo método de SVD.	124
Figura 7.4 – Distribuição da resistividade média (A), espessura média (B) e profundidade mínima (C) da camada que se assume esteja relacionada com o aquífero geotérmico. Os valores foram compilados a partir dos resultados dos 10 modelos obtidos pelo método de <i>simulated annealing</i>	129
Figura 7.5 – Elemento hexaédrico cujos vértices (à esquerda) e malha dos elementos finitos (à direita). As linhas a negro referem-se ao modelo de terreno usado na inversão.	133
Figura 7.6 – Parâmetros usados para o cálculo das derivadas parciais para um bloco rectangular num modelo 3-D (adaptado de Loke e Barker, 1996)	135
Figura 7.7 – Modelo tridimensional de resistividades obtido com a inversão 3-D dos dados de SEV de Chaves. Os símbolos a negro na secção mais superficial indicam as localizações das SEV.	138
Figura 7.8 – Resposta do modelo da figura 7.7, obtido pela inversão 3-D dos dados de SEV da bacia de Chaves.	140
Figura 7.9 – Distribuição do VOI para os dados de SEV da bacia de Chaves utilizando modelos iniciais uniformes com resistividade de 600 Ω m e 200 Ω m. As marcas a vermelho indicam a localização das SEV. A linha amarela marca $\nu = 0.3$, a linha verde marca $\nu = 0.5$ e a linha branca marca $\nu = 1$. As zonas a preto representam valores superiores a 1.	141

Capítulo 8

Figura 8.1 – O espaço de interesse é dividido em células rectangulares. Os símbolos + representam as leituras gravimétricas. Os símbolos \star representam a localização das SEV. As interfaces de densidade/resistividade são aproximadas pelas arestas horizontais das células e representadas por pontos com coordenadas (x_l, z_l) . g_i é a leitura gravimétrica i . SEV_p é a sondagem eléctrica p . A camada n é limitada pelas interfaces k e $(k+1)$. Três pontos da interface k encontram-se identificados por $l-1$, l e $l+1$. A resistividade da célula l pertencente à camada n e na vertical da SEV_p é representada por $\rho_{n,l,p}$	144
Figura 8.2 – Diagrama de fluxo simplificado representando o algoritmo Metropolis. ΔE representa a variação da função objectivo ($\Delta E = E - E^{(it. anterior)}$). ψ é a probabilidade de aceitação calculada por (2.39). χ é um número gerado aleatoriamente entre 0 e 1. Os ciclos de iterações e interno terminam após um número pré determinado de realizações.	146

Figura 8.3 –	Modelo teórico utilizado para a geração de dados sintéticos. As linhas tracejadas verticais indicam a profundidade de investigação das SEV. A massa volúmica e resistividades para cada camada utilizadas no processo de geração dos dados sintéticos encontram-se indicadas na tabela 8.1.....	147
Figura 8.4 –	Resultados da inversão 1-D das SEV sintéticas geradas a partir do modelo da figura 8.3. Os símbolos + representam os dados, a linha a contínuo representa a resposta do modelo e as linhas a tracejado correspondem ao modelo calculado e ao modelo teórico por baixo de cada SEV.	149
Figura 8.5 –	Resultado da inversão do modelo sintético da Figura 8.3 usando o método de SA. Parâmetros utilizados: $\varepsilon_1 = 0.45$; $\varepsilon_2 = 0.55$; $\lambda = 1.3$; $T_0 = 0.5$; Parâmetro de ajuste do modelo: $e = 0.7$	152
Figura 8.6 –	Resultados da inversão 1-D das SEV sintéticas geradas a partir do modelo da Figura 8.3. Os símbolos + representam os dados, a linha a vermelho representa a resposta do modelo, a linha verde corresponde ao modelo calculado e a linha a cinzento corresponde ao modelo teórico por baixo de cada SEV.	153
Figura 8.7 –	Atribuição de densidades para inversão conjunta de dados de gravimetria e SEV do perfil PC-2.....	155
Figura 8.8 –	Resultados obtidos pela inversão conjunta dos dados de gravimetria e de SEV da bacia de Chaves correspondentes ao perfil PC-1 pelo método de SA.	157
Figura 8.9 –	Figura dos 6 modelos obtidos individualmente por inversão conjunta no local das SEV para o perfil PC-1.	158
Figura 8.10 –	Figura das respostas dos 6 modelos obtidos individualmente por inversão conjunta no local das SEV para o perfil PC-1, apresentados na Figura 8.9.	159
Figura 8.11 –	Resultados obtidos pela inversão conjunta dos dados de gravimetria e de SEV da bacia de Chaves correspondentes ao perfil PC-2 pelo método de SA.	161
Figura 8.12 –	Resultados obtidos pela inversão conjunta dos dados de gravimetria e de SEV de Sinai correspondentes ao perfil PS-1 pelo método de SA.....	166
Figura 8.13 –	Resultados obtidos pela inversão conjunta dos dados de gravimetria e de SEV de Sinai correspondentes ao perfil PS-2 pelo método de SA.....	168
Figura 8.14 –	Resultados obtidos pela inversão conjunta dos dados de gravimetria e de SEV de Sinai correspondentes ao perfil PS-3 pelo método de SA.....	170
Figura 8.15 –	Resultados obtidos pela inversão conjunta dos dados de gravimetria e de SEV de Sinai correspondentes ao perfil PS-4 pelo método de SA.....	172

Capítulo 9

- Figura 9.1 – Representação gráfica do modelo de prismas usado na inversão 3-D conjunta dos dados de gravimetria e SEV. Todos os prismas têm dimensão horizontal $dx \times dy$ e massa volúmica d . A dimensão vertical dz de cada interface e a resistividade ρ de cada bloco são os valores a determinar pelo algoritmo. 178
- Figura 9.2 – Modelo teórico composto por uma interface usado para teste do programa de inversão conjunta 3-D de dados de gravimetria e resistividade. A camada superior tem massa volúmica de 2300 kg.m^{-3} e resistividade de $30 \text{ } \Omega\text{m}$, e a camada inferior tem massa volúmica de 2600 kg.m^{-3} e resistividade de $300 \text{ } \Omega\text{m}$ 180
- Figura 9.3 – Campo gravimétrico sintético calculado a partir do modelo teórico composto por uma interface apresentado na figura 9.3..... 180
- Figura 9.4 – Mapa da topografia da interface do modelo calculado (esquerda) e respectiva resposta gravimétrica (direita) pelo método de inversão conjunta 3-D pelo método A dos dados de gravimetria e resistividade gerados a partir do modelo apresentado na figura 9.3. As figuras sombreadas no mapa da interface representam o modelo teórico. 182
- Figura 9.5 – Perfis retirados do modelo calculado pelo método de inversão conjunta 3-D. A negro encontra-se representado o modelo teórico usado para gerar os dados sintéticos. A cinzento encontra-se representado o modelo calculado..... 183
- Figura 9.6 – Dados sintéticos das SEV e resposta dos modelos calculados pelo método de inversão conjunta 3-D. Os símbolos representam as observações e a linha representa a resposta do modelo. A cinzento encontram-se representados os modelos; a tracejado o teórico, a cheio o médio calculado. 184
- Figura 9.7 – Diagrama de fluxo simplificado do algoritmo usado no cálculo da inversão conjunta 3-D de dados de gravimetria e SEV. 188
- Figura 9.8 – Mapa da topografia da interface do modelo calculado (esquerda) e respectiva resposta gravimétrica (direita) pelo método de inversão conjunta 3-D pelo método B dos dados de gravimetria e resistividade gerados a partir do modelo apresentado na figura 9.3. As figuras sombreadas no mapa da interface representam o modelo teórico. 190
- Figura 9.9 – Perfis retirados dos modelos calculados pelo método de inversão conjunta 3-D. A negro encontra-se representado o modelo teórico usado para gerar os dados sintéticos. A cinzento encontra-se representado o modelo calculado. Os valores indicam a resistividade calculada para cada camada nas diferentes colunas. 191

Figura 9.10 – Dados sintéticos das SEV e resposta dos modelos calculados pelo método de inversão conjunta 3-D. Os símbolos representam as observações e a linha representa a resposta do modelo.	192
---	-----

LISTA DE TABELAS

Capítulo 4

- Tabela 4.1 – Coeficientes calculados para cada uma das superfícies, S1, S2 e S3, geradas como aproximação ao campo regional43

Capítulo 5

- Tabela 5.1 – Relações entre resistividades, num subsolo de três camadas, de acordo com o tipo de curva de dados de SEV da figura 5.3. ρ_1 , ρ_2 e ρ_3 são as resistividades das camadas 1, 2 e 3 respectivamente.....69
- Tabela 5.2 – Relações de resistividades e profundidades num subsolo de 3 camadas de acordo com a forma das curvas da figura 5.3. ρ_1 , ρ_2 e ρ_3 são as resistividades das camadas 1, 2 e 3 respectivamente. z_1 , z_2 e z_3 são as espessuras das camadas 1, 2 e 3 respectivamente69

Capítulo 6

- Tabela 6.1 – Número de iterações necessárias e respectivos λ finais e λ iniciais para a obtenção dos resultados apresentados nas figura 6.13 e figura 6.14.95
- Tabela 6.2 – Massa volúmica atribuída a cada camada do modelo apresentado na figura 6.18.99
- Tabela 6.3 – Limites de busca usados na inversão dos dados sintéticos gerados pelo modelo da figura 6.18 usando o método de *simulated annealing*. z_1 e z_2 representam as profundidades das interfaces 1 e 299
- Tabela 6.4 – Massas volúmicas atribuídas a cada camada para a inversão dos dados de gravimetria dos perfis PC-1 e PC-2 usando o método de *simulated annealing*. ...102
- Tabela 6.5 – Limites de busca usados na inversão dos dados de gravimetria dos perfis PC-1 e PC-2 usando o método de *simulated annealing*. z_1 e z_2 representam as profundidades das interfaces 1 e 2.102
- Tabela 6.6 – Massas volúmicas atribuídas a cada camada para a inversão dos dados de gravimetria dos perfis PS-1, PS-2, PS-3 e PS-4 usando o método de *simulated annealing*.107
- Tabela 6.7 – Limites de busca da profundidade de cada interface usados na inversão dos dados de gravimetria do perfil PS-1 usando o método de *simulated annealing*. z_1 , z_2 e z_3 representam as profundidades das interfaces 1, 2 e 3.108

Tabela 6.8 – Limites de busca da profundidade de cada interface usados na inversão dos dados de gravimetria do perfil PS-2 usando o método de <i>simulated annealing</i> . z_1 , z_2 e z_3 representam as profundidades das interfaces 1, 2 e 3.....	109
Tabela 6.9 – Limites de busca da profundidade de cada interface usados na inversão dos dados de gravimetria do perfil PS-3 usando o método de <i>simulated annealing</i> . z_1 , z_2 e z_3 representam as profundidades das interfaces 1, 2 e 3.....	110
Tabela 6.10 – Limites de busca da profundidade de cada interface usados na inversão dos dados de gravimetria do perfil PS-4 usando o método de <i>simulated annealing</i> . z_1 , z_2 e z_3 representam as coordenadas das interfaces 1, 2 e 3.	111

Capítulo 7

Tabela 7.1 – Resistividade, espessura e limites de profundidade da camada atribuída ao aquífero profundo. Os valores foram compilados a partir dos resultados dos 10 modelos obtidos pelo método de <i>simulated annealing</i>	130
---	-----

Capítulo 8

Tabela 8.1 – Parâmetros utilizados para a geração dos dados sintéticos.....	148
Tabela 8.2 – Erro relativo (equação (8.6)) para cada parâmetro das SEV do modelo teórico da Figura 8.3 mais o global para cada SEV.....	148
Tabela 8.3 – Massas volúmicas atribuídas a cada camada para a inversão conjunta de dados sintéticos de gravimetria e resistividade usando o método de SA.	150
Tabela 8.4 – Limites de busca usados na inversão conjunta de dados sintéticos de gravimetria e resistividade usando o método de SA. z_1 e z_2 representam as profundidades das interfaces 1 e 2. ρ_1 , ρ_2 e ρ_3 representam a resistividade das camadas 1, 2 e 3.	150
Tabela 8.5 – Valores de resistividade calculados pela inversão conjunta de dados sintéticos de gravimetria e resistividade pelo método de SA. São apresentados os valores (em Ωm) médio (Med), máximo (Max) e mínimo (Min) dos 6 modelos calculados, por baixo de cada uma das SEV.....	151
Tabela 8.6 – Massas volúmicas atribuídas a cada camada para a inversão conjunta dos dados de gravimetria e resistividade da bacia de Chaves usando o método de SA. No caso do perfil PC-2 esta distribuição de massa volúmica é válida para $x < 7500$ m; para $x > 7500$ m a camada 2 assume a massa volúmica da camada 3 e a camada 3 assume a massa volúmica da camada 4.....	154
Tabela 8.7 – Limites de busca da profundidade das interfaces usados na inversão dos dados da bacia de Chaves usando o método de SA. z_1 , z_2 e z_3 representam as coordenadas das interfaces 1, 2 e 3.....	154

Tabela 8.8 – Limites de busca da resistividade das camadas usados na inversão dos perfis PC-1 e PC-2 da bacia de Chaves usando o método de SA. Valores em Ωm	155
Tabela 8.9 – Valores de resistividades calculados pela inversão conjunta dos dados de gravimetria e de SEV da bacia de Chaves correspondentes ao perfil PC-1 pelo método de SA. São apresentados os valores (em Ωm) médio (Med), máximo (Max) e mínimo (Min) dos 6 modelos calculados, na vertical de cada uma das SEV.	160
Tabela 8.10 – Valores dos ajustes das respostas dos modelos apresentados nas figuras 8.12 a 8.15. No caso das SEV o ajuste apresentado corresponde à média dos ajustes de todas as SEV que compõem o perfil.	160
Tabela 8.11 – Valores de resistividades calculados pela inversão conjunta dos dados de gravimetria e de SEV da bacia de Chaves correspondentes ao perfil PC-2 pelo método de SA. São apresentados os valores (em Ωm) médio (Med), máximo (Max) e mínimo (Min) dos 6 modelos calculados, na vertical de cada uma das SEV.	161
Tabela 8.12 – Valores médios da função objectivo (E) e dos parâmetros E_g , E_{SEV_p} e S_k dos modelos apresentados nas figura 8.8 e figura 8.11.	163
Tabela 8.13 – Massas volúmicas atribuídas a cada camada para a inversão conjunta dos dados de gravimetria e resistividade de Sinai usando o método de SA.	164
Tabela 8.14 – Limites de busca da profundidade das interfaces usados na inversão dos dados de Sinai usando o método de SA. z_1 , z_2 e z_3 representam as coordenadas das interfaces 1, 2 e 3.	164
Tabela 8.15 – Limites de busca da resistividade das camadas usados na inversão dos dados de Sinai usando o método de SA. Valores em Ωm	165
Tabela 8.16 – Valores de resistividades calculados pela inversão conjunta dos dados de gravimetria e de SEV de Sinai correspondentes ao perfil PS-1 pelo método de SA. São apresentados os valores (em Ωm) médio (Med), máximo (Max) e mínimo (Min) dos 6 modelos calculados, na vertical de cada uma das SEV.	166
Tabela 8.17 – Valores de resistividades calculados pela inversão conjunta dos dados de gravimetria e de SEV de Sinai correspondentes ao perfil PS-2 pelo método de SA. São apresentados os valores (em Ωm) médio (Med), máximo (Max) e mínimo (Min) dos 6 modelos calculados, na vertical de cada uma das SEV.	168
Tabela 8.18 – Valores de resistividades calculados pela inversão conjunta dos dados de gravimetria e de SEV de Sinai correspondentes ao perfil PS-3 pelo método de SA. São apresentados os valores (em Ωm) médio (Med), máximo (Max) e mínimo (Min) dos 6 modelos calculados, na vertical de cada uma das SEV.	170

Tabela 8.19 – Valores de resistividades calculados pela inversão conjunta dos dados de gravimetria e de SEV de Sinai correspondentes ao perfil PS-4 pelo método de SA. São apresentados os valores (em Ωm) médio (Med), máximo (Max) e mínimo (Min) dos 6 modelos calculados, na vertical de cada uma das SEV.....	172
Tabela 8.20 – Ajuste das respostas dos modelos apresentados nas figuras 8.12 a 8.15. No caso das SEV o ajuste apresentado corresponde à média dos ajustes de todas as SEV que compõem o perfil.	174
Tabela 8.21 – Valores médios da função objectivo (E) e dos parâmetros E_g , E_{SEV_p} e S_k dos modelos apresentados nas figuras 8.12 a 8.15.....	175
Tabela 8.22 – Valores de translação calculados para cada um dos perfis da zona de Sinai. São indicados os valores médios dos modelos calculados pela inversão apenas dos dados de gravimetria (capítulo 6.4.4) e pela inversão conjunta.	176

Capítulo 9

Tabela 9.1 – Parâmetros utilizados para a geração dos dados sintéticos para teste do método de inversão conjunta 3-D dos dados de gravimetria e resistividade	185
Tabela 9.2 – Limites de busca usados na inversão 3-D conjunta de dados sintéticos de gravimetria e resistividade usando o método de SA. z_1 representa a profundidade da interface. ρ_1 e ρ_2 representam a resistividade das camadas 1 e 2.....	187

LISTA DE EQUAÇÕES

Capítulo 2

<i>Equação 2.1</i>	6
<i>Equação 2.2</i>	6
<i>Equação 2.3</i>	6
<i>Equação 2.4</i>	6
<i>Equação 2.5</i>	6
<i>Equação 2.6</i>	6
<i>Equação 2.7</i>	7
<i>Equação 2.8</i>	7
<i>Equação 2.9</i>	7
<i>Equação 2.10</i>	7
<i>Equação 2.11</i>	7
<i>Equação 2.12</i>	7
<i>Equação 2.13</i>	7
<i>Equação 2.14</i>	7
<i>Equação 2.15</i>	8
<i>Equação 2.16</i>	8
<i>Equação 2.17</i>	8
<i>Equação 2.18</i>	8
<i>Equação 2.19</i>	8
<i>Equação 2.20</i>	8
<i>Equação 2.21</i>	8
<i>Equação 2.22</i>	8
<i>Equação 2.23</i>	9
<i>Equação 2.24</i>	9
<i>Equação 2.25</i>	10
<i>Equação 2.26</i>	10
<i>Equação 2.27</i>	10
<i>Equação 2.28</i>	10
<i>Equação 2.29</i>	10
<i>Equação 2.30</i>	10
<i>Equação 2.31</i>	11
<i>Equação 2.32</i>	11
<i>Equação 2.33</i>	12
<i>Equação 2.34</i>	12
<i>Equação 2.35</i>	12
<i>Equação 2.36</i>	12
<i>Equação 2.37</i>	13
<i>Equação 2.38</i>	13

<i>Equação 2.39</i>	13
---------------------------	----

Capítulo 4

<i>Equação 4.1</i>	29
<i>Equação 4.2</i>	29
<i>Equação 4.3</i>	29
<i>Equação 4.4</i>	31
<i>Equação 4.5</i>	31
<i>Equação 4.6</i>	32
<i>Equação 4.7</i>	32
<i>Equação 4.8</i>	32
<i>Equação 4.9</i>	33

Capítulo 5

<i>Equação 5.1</i>	61
<i>Equação 5.2</i>	61
<i>Equação 5.3</i>	61
<i>Equação 5.4</i>	61
<i>Equação 5.5</i>	62
<i>Equação 5.6</i>	62
<i>Equação 5.7</i>	62
<i>Equação 5.8</i>	62
<i>Equação 5.9</i>	62
<i>Equação 5.10</i>	62
<i>Equação 5.11</i>	62
<i>Equação 5.12</i>	63
<i>Equação 5.13</i>	63
<i>Equação 5.14a)</i>	63
<i>Equação 5.14b)</i>	63
<i>Equação 5.15</i>	63
<i>Equação 5.16</i>	63
<i>Equação 5.17</i>	64
<i>Equação 5.18</i>	64
<i>Equação 5.19</i>	64
<i>Equação 5.20</i>	64
<i>Equação 5.21</i>	64
<i>Equação 5.22</i>	64
<i>Equação 5.23</i>	64
<i>Equação 5.24</i>	64
<i>Equação 5.25</i>	65
<i>Equação 5.26</i>	65
<i>Equação 5.27</i>	65
<i>Equação 5.28</i>	65

<i>Equação 5.29</i>	65
<i>Equação 5.30</i>	65
<i>Equação 5.31</i>	65
<i>Equação 5.32</i>	67
<i>Equação 5.33</i>	67
<i>Equação 5.34</i>	68
<i>Equação 5.35</i>	68

Capítulo 6

<i>Equação 6.1</i>	76
<i>Equação 6.2</i>	76
<i>Equação 6.3</i>	76
<i>Equação 6.4</i>	76
<i>Equação 6.5</i>	76
<i>Equação 6.6</i>	77
<i>Equação 6.7</i>	77
<i>Equação 6.8</i>	77
<i>Equação 6.9</i>	77
<i>Equação 6.10</i>	78
<i>Equação 6.11</i>	78
<i>Equação 6.12</i>	78
<i>Equação 6.13</i>	79
<i>Equação 6.14</i>	79
<i>Equação 6.15</i>	85
<i>Equação 6.16</i>	85
<i>Equação 6.17</i>	85
<i>Equação 6.18</i>	86
<i>Equação 6.19</i>	86
<i>Equação 6.20</i>	86
<i>Equação 6.21</i>	87
<i>Equação 6.22</i>	87
<i>Equação 6.23</i>	96
<i>Equação 6.24</i>	97
<i>Equação 6.25</i>	97
<i>Equação 6.26</i>	98

Capítulo 7

<i>Equação 7.1</i>	115
<i>Equação 7.2</i>	115
<i>Equação 7.3</i>	115
<i>Equação 7.4</i>	196
<i>Equação 7.5</i>	196
<i>Equação 7.6</i>	196

<i>Equação 7.7</i>	197
<i>Equação 7.8</i>	123
<i>Equação 7.9</i>	128
<i>Equação 7.10</i>	131
<i>Equação 7.11</i>	131
<i>Equação 7.12</i>	131
<i>Equação 7.13</i>	132
<i>Equação 7.14</i>	132
<i>Equação 7.15</i>	132
<i>Equação 7.16</i>	133
<i>Equação 7.17</i>	133
<i>Equação 7.18</i>	134
<i>Equação 7.19</i>	134
<i>Equação 7.20</i>	134
<i>Equação 7.21</i>	134
<i>Equação 7.22</i>	135
<i>Equação 7.23</i>	136
<i>Equação 7.24</i>	136

Capítulo 8

<i>Equação 8.1</i>	144
<i>Equação 8.2</i>	145
<i>Equação 8.3</i>	145
<i>Equação 8.4</i>	145
<i>Equação 8.5</i>	145
<i>Equação 8.6</i>	148

Capítulo 9

<i>Equação 9.1</i>	178
<i>Equação 9.2</i>	178
<i>Equação 9.3</i>	179
<i>Equação 9.4</i>	181
<i>Equação 9.5</i>	186
<i>Equação 9.6</i>	187
<i>Equação 9.7</i>	187
<i>Equação 9.8</i>	187
<i>Equação 9.9</i>	189
<i>Equação 9.10</i>	189

LISTA DE SÍMBOLOS

- AB – Distância entre eléctrodos de corrente
- \mathbf{b} – vector da perturbação dos parâmetros do modelo
- \mathbf{C} – Operador Laplaciano
- d – Massa volúmica
- dm – Massa infinitesimal
- dv – Volume infinitesimal
- D_p – Parâmetro de distância relativa
- \mathbf{e} – Vector dos resíduos
- e – Erro relativo
- \mathbf{E} – Vector intensidade do campo eléctrico (Capítulo 4)
- E – Energia de um sistema / Função objectivo
- $f(\mathbf{m})$ – Funcional contínuo que relaciona o modelo com a sua resposta
- \mathbf{F} – Forma matricial discreta para o funcional $f(\mathbf{m})$
- F – Intensidade da força gravítica (Capítulo 3)
- g – Módulo da componente vertical do vector de aceleração gravítica, excepto no capítulo 3 onde representa o módulo do vector de aceleração gravítica
- \mathbf{g} – Vector da gravidade
- g^{obs} – Valores de gravidade observados
- g^{cal} – Valores de gravidade calculados / Resposta de um modelo gravimétrico
- g_0 – Gravidade normal
- \mathbf{G} – Matriz de atracção gravítica
- h – Espessura
- I – Intensidade da corrente eléctrica
- \mathbf{J} – Matriz jacobiana
- \mathbf{J} – Vector densidade de corrente eléctrica (capítulo 4)
- \mathbf{m} – Vector dos parâmetros do modelo
- \mathbf{m}^0 – Parâmetros do modelo inicial
- m – Massa.
- M – Número de parâmetros do modelo, excepto no capítulo 3 onde representa a massa
- MN – Distância entre eléctrodos de potencial

N – Número de observações

N_c – Número de camadas

\mathbf{p} – Vector dos parâmetros

\mathbf{r} – Distancia entre dois pontos

\mathbb{S} – Espaço de parâmetros

T – Temperatura

T_0 – Temperatura inicial

\mathbf{u} – Vector da resposta de um modelo

U – Potencial gravítico no ponto P

V – Potencial eléctrico

\mathbf{y} – Vector das diferenças entre os dados medidos e a resposta do modelo

z – Profundidade

σ – Condutividade eléctrica

∇ – Operador nabla

γ – Constante gravitacional ($6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$)

δ – Delta de Dirac

λ – Multiplicador de Lagrange

ρ – Resistividade eléctrica do meio

ρ_a – Resistividade aparente

ϕ – Função objectivo

AGRADECIMENTOS

No decorrer do trabalho aqui apresentado foram várias as pessoas que, de alguma forma, contribuíram para a sua realização; a elas, não posso deixar de expressar o meu agradecimento:

- À Fundação para a Ciência e Tecnologia, que me concedeu uma Bolsa de Doutoramento (SFRH/BD/16003/2004) que me proporcionou os meios financeiros para me dedicar a este trabalho.
- Ao Centro de Geofísica da U. L., na pessoa do seu presidente, o Prof. Doutor Jorge Miguel Miranda, por proporcionar as condições necessárias à realização deste trabalho.
- Aos Prof. Doutor Mário Moreira, Prof. Doutor Luís Mendes Victor e Dr. José Ribeiro pelos dados gravimétricos, e ao Prof. António Andrade Afonso pelos dados de resistividade da região de Chaves.
- Ao Doutor Sultan A. Sultan (*National Research Institute of Astronomy and Geophysics*, Egipto) pela cedência dos dados de gravimetria e de resistividade da região de Sinai.
- Prof. Doutor Alcino de Sousa Oliveira (Universidade de Trás-os-Monte-e-Alto-Douro) e Prof. Doutor António Trota (Universidade dos Açores), pela cedência dos dados das massas volúmicas da zona da veiga de Chaves.
- Ao Prof. Doutor António Mateus e à minha amiga Ana Jesus, por colmatarem algumas das minhas "falhas geológicas".
- E finalmente (e porque os últimos são os primeiros), ao Professor Doutor Fernando A. Monteiro Santos, pelo inestimável empenho e amizade que dedicou a este trabalho.

A todos, muito obrigada

1

INTRODUÇÃO

1.1 - Enquadramento e objectivos do trabalho

O objectivo de qualquer método de prospecção geofísica é o de descortinar o subsolo com base em observações feitas à superfície. Para realizar esta difícil tarefa utilizam-se métodos matemáticos, designados, geralmente, por modelação e inversão de dados.

A questão do problema inverso tem vindo a ser extensivamente investigada ao longo dos anos. No entanto, o subsolo é algo muito complexo, com heterogeneidades de várias escalas, e o que é observável consiste numa amálgama dos efeitos resultantes de cada elemento constituinte. Desta forma, e adicionando os erros inerentes a qualquer processo de aquisição de dados, torna-se impossível resolver o problema inverso de forma absoluta, havendo espaço para erros, equivalências e indeterminações.

A única forma de minimizar este problema consiste na imposição de constrangimentos que limitem o número de soluções possíveis. Esses constrangimentos poderão ser gerais, de acordo com os princípios físicos do método geofísico em causa. Por exemplo, pode-se impor que a solução tenha um certo grau de “suavidade”. Outro processo é recorrer a conhecimento prévio sobre as características das estruturas, que permita fixar alguns dos parâmetros.

Nos últimos anos tem crescido o interesse na exploração de técnicas de inversão que utilizam dados de diversos métodos de prospecção num só processo. Este procedimento permite conjugar as mais-valias dos diferentes métodos para colmatar as deficiências de cada um individualmente.

Com este trabalho pretende-se explorar a possibilidade de resolução do problema inverso conjunto de dados de gravimetria e resistividade, sendo objectivo principal o desenvolvimento de métodos que permitam resolver este problema, para uma situação geológica muito particular mas com grande interesse prática: o caso de estruturas sedimentares que incorporam um ou mais aquíferos.

Neste contexto, serão desenvolvidos métodos, os quais serão posteriormente testados, primeiro em modelos teóricos e depois em casos reais. Foram usados dois conjuntos de dados, um recolhido na zona de Chaves, no norte de Portugal, e outro recolhido numa região no NW da península de Sinai, no Egipto.

Cada conjunto de dados tem características próprias, não só em termos da geologia do local, mas também relativamente à configuração dos levantamentos. Como será exposto à frente neste trabalho, os dados das SEV de Sinai encontram-se dispostos em quatro perfis separados entre si por uma distância demasiado grande para permitir aproximações 3-D. Também não correspondem a uma bacia, visto que a geologia do local não tem esta configuração. Corresponde, no entanto, a uma estrutura sedimentar. Assim, cada conjunto de dados foi usado consoante a sua aplicabilidade aos diferentes métodos.

Apesar de se ter a percepção de que estes conjuntos de dados padecem de algumas deficiências relevantes, é de notar que são muito poucas as zonas cobertas tanto por dados de gravimetria como por dados de SEV. Estas foram duas zonas que, além de conterem dados de ambos os tipos, também possuem características geológicas que possibilitem a aplicação dos métodos aqui desenvolvidos.

É de notar que este trabalho é um estudo de métodos, e não um estudo de casos. Desta forma, não se tirarão relações relativamente às características geológicas de cada local, para além daquelas que sejam evidentes e necessárias para o teste dos métodos.

1.2 - Estado da arte

O geoelectromagnetismo é, talvez, o campo da prospecção geofísica em que mais se aplica a inversão conjunta, já que os diferentes tipos de dados são sensíveis às mesmas propriedades do meio. Assim, a primeira referência que se encontra é a de Vozoff e Jupp (1975), que apresentaram uma proposta de resolução do problema inverso conjunto 1-D de dados de resistividade e magnetotelúrica num meio estratificado. Em 1977, os mesmos autores usaram esse método para resolver o problema da anisotropia em meios estratificados (Jupp e Vozoff, 1977).

Sasaki (1989) apresentou um método de inversão conjunta 2-D de dados de magnetotelúrica e dipolo-dipolo, usando um método de minimização aos mínimos quadrados com constrangimentos de suavização. Meju (1996) apresentou um estudo da possível conjugação entre dados de TDEM e de magnetotelúrica utilizando uma aproximação 1-D.

Yang e Tong (1999) juntaram três tipos de dados e desenvolveram um método para inverter simultaneamente dados de resistividade (Shlumberger), TDEM e magnetotelúrica num meio composto por camadas horizontais.

Monteiro Santos *et al.* (1997) debruçaram-se sobre as vantagens da inversão conjunta de dados de AMT e Shlumberger quando se investiga uma estrutura 2-D utilizando uma metodologia 1-D, e Harinarayana (1999) apresentou um estudo relativo à utilização da inversão conjunta de dados de resistividade e magnetotelúrica para reduzir os problemas de equivalência inerentes à inversão deste tipo de dados.

Mais recentemente, Linde *et al.* (2006) usaram uma abordagem estrutural para inverter dados de resistividade e GPR e Monteiro Santos *et al.* (2007) aplicaram o método de inversão 2-D de dados de audiomagnetotelúrica e resistividade apresentado por Sasaki (1989) aos dados da bacia de Chaves. Encontra-se também submetido por Monteiro Santos e El-Kaliouby (2009) um estudo comparativo entre métodos globais e métodos locais para a inversão conjunta de dados de resistividade e TDEM.

Surgiram também muitos trabalhos que conjugam dados de resistividade e electromagnetismo com dados de prospecção sísmica. Neste caso, é considerado que o subsolo se encontra dividido em camadas cujas interfaces são comuns tanto à resistividade quanto à velocidade de propagação (Dobróka *et al.*, 1991; Hering *et al.*, 1995).

Nath *et al.* (2000) resolveram o problema 2-D de forma sequencial, calculando a espessura das camadas com base nos dados de sísmica, e calculando depois a resistividades com base nas espessuras, e Kis (2002) usou aquilo que designou por *expansão em séries generalizada* (conjugação da expansão em séries com o conceito de média integral) para resolver o mesmo problema. de Nardis *et al.* (2005) propuseram um método híbrido, em que os dados de resistividade são tratados como 1-D e os de sísmica são tratados como 2-D.

Manglik e Verma (1998) usaram um esquema de ajuste aos mínimos quadrados para inversão simultânea 1-D de dados de sísmica e magnetotélúrica, e Gallardo e Meju (2004) aplicaram constrangimentos de gradientes cruzados para resolver o problema da inversão 2-D de dados de refração sísmica e de resistividade.

Dados de sísmica foram usados juntamente com dados de gravimetria por Lines *et al.* (1988) e Roy *et al.* (2005), que apresentaram métodos baseados no ajuste aos mínimos quadrados para resolver este problema. Neste caso, de forma semelhante à situação da inversão conjunta de dados de sísmica e geoelectromagnetismo, supõe-se que as interfaces sísmicas delimitam zonas de densidade constante.

No que concerne a inversão conjunta de dados de gravimetria e magnetismo, o foco encontra-se na fonte dos campos. Assim, assume-se que a mesma fonte é responsável pela geração das anomalias que se observam em ambos os campos, gravítico e magnético. A aproximação mais comum consiste em assumir fontes poligonais com determinada densidade e susceptibilidade magnética, como fizeram Menichetti e Guillen (1983), Mottl e Mottlová (1984), Chavez *et al.* (1987) e Mickus e Peeples (1992). Pilkington (2006) usou a mesma abordagem, mas, em lugar de uma fonte poligonal, considerou um meio composto por duas camadas separadas por uma interface com contraste de densidade e magnetização constantes.

Os métodos aqui desenvolvidos pretendem resolver o problema de inversão conjunta de dados de gravimetria e resistividade em meios compostos por camadas. Pretende-se determinar, não só a geometria das interfaces, mas também os valores da resistividade. Para tal, considera-se que as interfaces são comuns tanto à resistividade como à massa volúmica. A resistividade será apenas restringida pelos dados de resistividade.

1.3 - Organização

A presente tese encontra-se dividida em três partes. Na primeira parte faz-se uma introdução ao problema inverso, e aos dados usados para aplicação prática dos métodos desenvolvidos. Na segunda são apresentados métodos de inversão em separado de dados de gravimetria e de resistividade. Na terceira são apresentados os métodos de inversão conjunta desenvolvidos neste trabalho.

Primeira parte

No capítulo 2 faz-se uma breve introdução teórica ao problema inverso.

O capítulo 3 destina-se a contextualizar o leitor relativamente às áreas onde se irá proceder aos testes dos métodos desenvolvidos, nomeadamente a região de Chaves, no distrito de Vila-Real,

e uma região na zona NW da península de Sinai, no Egito. São indicadas as localizações dos levantamentos, e é efectuada uma breve descrição da geologia dos locais, bem como das suas características mais relevantes.

No capítulo 4 é feita a descrição dos dados de gravimetria das zonas referidas. No capítulo 5 são apresentados os respectivos dados de resistividade.

Segunda parte

No capítulo 6 apresentam-se métodos desenvolvidos neste trabalho para a inversão dos dados de gravimetria. O mesmo é feito no capítulo 7 para os dados de SEV, embora os métodos apresentados não tenham sido desenvolvidos no âmbito deste trabalho. Estes métodos foram usados com o intuito de comparar os resultados obtidos com a inversão individual de cada conjunto de dados com os resultados obtidos pela inversão conjunta.

Terceira parte

Os capítulos 8 e 9 são dedicados aos métodos de inversão conjunta. No capítulo 8 apresenta-se um método desenvolvido usando uma aproximação 2-D, sendo testado com modelos teóricos e com a aplicação dos dados de Chaves e de Sinai, utilizando o método de *simulated annealing*.

Os dois métodos apresentados no capítulo 9 utilizam uma aproximação 3-D. O primeiro método (método A) corresponde a uma extensão do método 2-D do capítulo 8, enquanto o segundo (método B) utiliza uma metodologia de minimização por ajuste aos mínimos quadrados.

No capítulo 10 são retiradas algumas relações sobre este trabalho.

2

TÉCNICAS DE INVERSÃO EM GEOFÍSICA

Neste capítulo apresenta-se uma visão geral de algumas técnicas que têm vindo a ser utilizadas para resolver o problema inverso, e que serão aplicadas no decorrer deste trabalho.

No caso mais geral, o problema inverso em geofísica consiste na determinação das propriedades do subsolo com base em dados medidos à superfície. Pretende-se determinar os valores dos parâmetros de um modelo que produza uma resposta semelhante aos dados observados, de acordo com critérios definidos.

Para resolver este problema é necessário:

- 1- Dividir o terreno em regiões discretas que se considera terem propriedades uniformes (parametrização do modelo).
- 2- Definir uma relação entre os parâmetros do modelo e as observações (problema directo)
- 3- Definir o método mais adequado para determinar um modelo cuja resposta difira dos valores observados por um valor mínimo.

Existem diversos métodos desenvolvidos para a resolução do problema inverso. Alguns utilizam uma metodologia local, em que a solução é procurada na vizinhança de um modelo inicial (e.g. método de ajuste aos mínimos quadrados), e outros recorrem a uma metodologia global em que a busca da solução é feita em todo o espaço de soluções (e.g. *simulated annealing*).

Os métodos locais são mais eficiente em termos do tempo de cálculo, na medida em a busca é efectuada num espaço limitado. No entanto, aquilo que os torna eficientes é também o seu ponto mais fraco. De facto, a realização da busca numa região limitada pode implicar que o mínimo encontrado seja apenas um mínimo local e não um mínimo global. Neste sentido, os métodos globais permitem uma procura mais abrangente. São, no entanto, métodos computacionalmente muito exaustivos e convém, mediante o problema em causa, fazer a selecção do método mais adequado.

2.1 - Parametrização do modelo

Geralmente, a resolução de problemas inversos em geofísica começa com a discretização do espaço a investigar. Assim, parte-se do pressuposto que qualquer espaço limitado \mathcal{S} , com uma determinada propriedade física variável em \mathcal{S} , pode ser dividido num conjunto finito de elementos geométricos discretos em que essa propriedade física é considerada constante. A este procedimento dá-se o nome de “parametrização do modelo”.

Se $f(\mathbf{m})$ representar o funcional do problema directo em questão, a resposta aproximada do modelo definido para o espaço \mathcal{S} , será dada por

$$\int_{\mathbb{S}} f dv \approx \sum_{j=1}^M f(m_j) = \mathbf{u}. \quad (2.1)$$

e \mathbf{m} é o vector contendo a propriedade de cada um dos M elementos em que o espaço em investigação é dividido, e cujos elementos serão denominados de *parâmetros*.

Expondo isto de uma forma matricial tem-se que

$$\mathbf{u} = \mathbf{Fm} \quad (2.2)$$

em que \mathbf{F} a matriz que traduz a relação entre \mathbf{u} e \mathbf{m} . É de notar que existe um erro associado ao processo de parametrização. Esse erro está relacionado com a dimensão dos elementos, sendo menor quanto menor a dimensão definida para os elementos, ou seja, se a dimensão do elemento tender para zero, este erro também tenderá para zero.

2.2 - Ajuste aos mínimos quadrados

2.2.1 - Problema inverso linear

Os problemas lineares são aqueles que, em condições ideais, podem ser postos directamente como (2.2). Teoricamente, cada elemento i do vector de dados \mathbf{u} é calculado por

$$u_i = \sum_{j=1}^p F_{ij} m_j \quad (2.3)$$

Em termos práticos, existe sempre um erro, que é inerente a qualquer processo de aquisição de dados, e que, adicionado ao erro resultante do processo de discretização, resulta na impossibilidade de obtenção de um ajuste perfeito entre a resposta do modelo e os dados adquiridos. Denominando esta grandeza de resíduo, \mathbf{e} , tem-se que a equação 2.2 toma a forma

$$\mathbf{u} = \mathbf{Fm} + \mathbf{e}. \quad (2.4)$$

Para minimizar a diferença entre os dados de campo e os valores calculados pela aplicação do problema directo procede-se à minimização da soma dos quadrados dos resíduos (*método dos mínimos quadrados*). De acordo com Meju (1998), citando Gauss (1809), esta será a melhor forma de se obter uma solução única para os parâmetros do modelo. Tem-se

$$\phi = \mathbf{e}^T \mathbf{e} = (\mathbf{u} - \mathbf{Fm})^T (\mathbf{u} - \mathbf{Fm}) \quad (2.5)$$

sendo que ϕ representa a quantificação do ajuste. Esta é a função objectivo (função a minimizar) do problema.

Para minimizar ϕ , faz-se

$$\frac{\partial \phi}{\partial m_j} = 0 \quad (2.6)$$

Desenvolvendo,

$$\frac{\partial[(\mathbf{u} - \mathbf{Fm})^T(\mathbf{u} - \mathbf{Fm})]}{\partial m_j} = 0 \quad (2.7)$$

$$\frac{\partial(\mathbf{u}^T \mathbf{u} - \mathbf{u}^T \mathbf{Fm} - \mathbf{m}^T \mathbf{F}^T \mathbf{u} + \mathbf{m}^T \mathbf{F}^T \mathbf{Fm})}{\partial m_j} = 0 \quad (2.8)$$

$$-\mathbf{u}^T \mathbf{F} - \mathbf{F}^T \mathbf{u} + \mathbf{F}^T \mathbf{Fm} + \mathbf{m}^T \mathbf{F}^T \mathbf{F} = 0 \quad (2.9)$$

E então

$$\mathbf{m} = (\mathbf{F}^T \mathbf{F})^{-1} \mathbf{F}^T \mathbf{u} \quad (2.10)$$

Esta é a solução aos mínimos quadrados sem constrangimentos do problema linear $\mathbf{u} = \mathbf{Fm}$, em que $(\mathbf{F}^T \mathbf{F})^{-1} \mathbf{F}^T$ é o operador matriz inversa generalizada que, aplicada à matriz dos dados \mathbf{u} , permite recuperar o vector de parâmetros \mathbf{m} .

2.2.2 - Problema inverso não linear

Um problema de inversão é considerado não linear quando não pode ser expresso da forma $\mathbf{u} = \mathbf{Fm}$. Para resolver estes problemas primeiro há que os linearizar, isto é, encontrar uma forma de os expressar como $\mathbf{u} = \mathbf{Fm}$.

Para tal, procede-se à expansão em séries de Taylor em torno de um modelo inicial, \mathbf{m}^0 . De (2.2) tem-se que

$$\mathbf{u} = \mathbf{f}(\mathbf{m}^0) \quad (2.11)$$

Assume-se, então, que $\mathbf{f}(\mathbf{m})$ é linear em torno de \mathbf{m}^0 de maneira que a resposta devido a uma pequena perturbação do modelo em torno de \mathbf{m}^0 seja expressa, usando o teorema de Taylor, como

$$f_i(\mathbf{m}) = f_i(m_1^0 + \delta m_1, m_2^0 + \delta m_2, \dots, m_p^0 + \delta m_p) \quad (2.12)$$

$$= f_i(\mathbf{m}^0) + \frac{\partial f_i}{\partial m_1} \delta m_1 + \frac{\partial f_i}{\partial m_2} \delta m_2 + \dots + \frac{\partial f_i}{\partial m_p} \delta m_p + \text{termos de ordem superior} \quad (2.13)$$

Abreviadamente, tem-se que

$$\mathbf{f}(\mathbf{m}) = \mathbf{f}(\mathbf{m}^0) + \left\{ \sum_{j=1}^p \left. \frac{\partial f_i(\mathbf{m})}{\partial m_j} \right|_{\mathbf{m}=\mathbf{m}^0} \delta m_j \right\} + O(\|\delta \mathbf{m}\|^2), \quad (2.14)$$

desprezando os termos de ordem superior. Esta aproximação só é válida para séries convergentes, isto é, δm_i pequenos para todo o j .

Tendo em consideração os erros inerentes aos processos de aquisição de dados, e tal como no caso do problema linear (ver equação 2.4),

$$\mathbf{u} = \mathbf{f}(\mathbf{m}) + \mathbf{e}. \quad (2.15)$$

Definindo:

$$\mathbf{y} = \mathbf{u} - \mathbf{f}(\mathbf{m}^0). \quad (2.16)$$

como as diferenças entre os dados medidos e a resposta do modelo inicial \mathbf{m}^0 ;

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1(m)}{\partial m_1} & \dots & \frac{\partial f_1(m)}{\partial m_p} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n(m)}{\partial m_1} & \dots & \frac{\partial f_n(m)}{\partial m_p} \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

como a chamada matriz Jacobiana que contem as derivadas parciais de f relativamente a cada parâmetro m_j ; e

$$\mathbf{b} = \delta \mathbf{m} \quad (2.18)$$

como o ajuste a efectuar a cada parâmetro m_j para minimizar o erro \mathbf{e} , tem-se que

$$\mathbf{e} = \mathbf{u} - \mathbf{f}(\mathbf{m}) = \mathbf{y} - \mathbf{J}\mathbf{b}. \quad (2.19)$$

Recorrendo ao método dos mínimos quadrados, com aplicação análoga à do caso linear, acaba-se por determinar que

$$\mathbf{b} = (\mathbf{J}^T \mathbf{J})^{-1} \mathbf{J}^T \mathbf{y} \quad (2.20)$$

Neste caso, \mathbf{b} representa a perturbação a efectuar aos parâmetros para melhorar o ajuste do modelo inicial \mathbf{m}^0 . Então, para encontrar o novo modelo, faz-se

$$\mathbf{m}^1 = \mathbf{m}^0 + \mathbf{b}. \quad (2.21)$$

No entanto, e devido à dependência relativamente à escolha do modelo inicial \mathbf{m}^0 , o novo modelo \mathbf{m}^1 pode não ajustar aos dados de uma forma satisfatória. Nesse caso, o processo é repetido, considerando \mathbf{m}^1 como modelo inicial. Este processo será repetido de forma iterativa até se encontrar um ajuste satisfatório. Genericamente o processo iterativo pode ser expresso da forma

$$\mathbf{m}^{k+1} = \mathbf{m}^k + (\mathbf{J}^T \mathbf{J})^{-1} \mathbf{J}^T \mathbf{y}, \quad (2.22)$$

sendo a cada iteração, determinada uma nova matriz Jacobiana \mathbf{J} . Este método é denominado **método de Gauss-Newton** (Meju, 1998).

Este é um método simples e de fácil implementação para resolver problemas inversos não lineares. No entanto, pode apresentar problemas quando a matriz $\mathbf{J}^T \mathbf{J}$ é singular, ou próximo disso, ou seja, quando os seus valores próprios se aproximam de 0. Nesta situação, a solução encontrada apresenta valores extremamente altos, perdendo significado físico. Mesmo quando

a matriz $\mathbf{J}^T\mathbf{J}$ não é singular pode haver problemas de divergência ou de convergência demasiado lenta devido à dificuldade da escolha de um modelo inicial adequado. Uma forma de minimizar este problema é utilizar um modelo inicial que incorpore informação previamente existente, por exemplo resultados de outros processamentos de dados, informações de sondagens, ou mesmo algum conhecimento geológico da região.

2.2.3 - Problemas de inversão linear e não linear com constrangimentos de suavização

Na maior parte dos problemas de inversão em geofísica a solução não é única, isto é, existe mais de um modelo que satisfaz os dados observados. A isto dá-se o nome de não unicidade da solução. Este facto é incontornável na resolução deste tipo de problemas, pelo que é necessário escolher o “melhor” de entre estes modelos.

Outro problema a ter em conta está relacionado com a possível singularidade, ou quase singularidade, da matriz $\mathbf{J}^T\mathbf{J}$, que pode originar modelos sem significado físico.

Uma hipótese para lidar com estes problemas consiste na imposição de constrangimentos que limitem a variação dos parâmetros de inversão. Estes podem estar relacionados com informação existente sobre o modelo real (e.g. dados geológicos ou resultantes do processamento de outros dados geofísicos), ou podem ser constrangimentos de ordem mais geral, independentes do caso em estudo.

O constrangimento de suavização aqui apresentado foi proposto por Lytle e Dines (1980), tendo sido utilizado por vários autores, incluindo Sasaki (1989), DeGroot-Hedlin e Constable (1990), Sasaki (1992) Sasaki *et al.* (1992), Zhang e Hobbs (1992) e Sasaki (1994). Baseia-se na premissa de que o valor do parâmetro de cada célula do modelo tem de se relacionar com o valor do parâmetro das células que lhe são contíguas. Assim, e assumindo um espaço de parâmetros de dimensão M , define-se a quantidade *rugosidade* relativa à célula j como

$$r_j = \alpha_j \left(\sum_{n=1}^{2M} m_j^k - 2Zm_j \right) \quad (2.23)$$

onde o sobrescrito k se refere às células adjacentes à célula j , cujo número depende do número Z de dimensões consideradas, e α é um coeficiente de amplificação determinado experimentalmente.

A equação (2.23) pode ser escrita em formato matricial como

$$\mathbf{r} = \mathbf{C}\mathbf{m} \quad (2.24)$$

onde \mathbf{C} é um operador Laplaciano, vulgarmente denominado *matriz de suavização*. A *rugosidade* total do modelo será expressa por $\mathbf{r}^T\mathbf{r}$.

A função objectivo ϕ contará agora com um termo referente à componente de suavização. Representando por ϕ_d o termo referente ao ajuste do modelo aos dados observados, e por ϕ_r o termo referente à suavização do modelo, tem-se que

$$\phi_d = \mathbf{e}^T \mathbf{e}, \quad (2.25)$$

$$\phi_r = \mathbf{r}^T \mathbf{r}, \quad (2.26)$$

$$\phi = \phi_d + \lambda \phi_r. \quad (2.27)$$

O parâmetro λ é um multiplicador de Lagrange e condiciona o peso da suavização sobre a resposta do modelo.

Para o caso linear, voltando a (2.5), tem-se que a função objectivo a minimizar será

$$\phi = \mathbf{e}^T \mathbf{e} + \lambda \mathbf{r}^T \mathbf{r} = (\mathbf{u} - \mathbf{Fm})^T (\mathbf{u} - \mathbf{Fm}) + \lambda (\mathbf{Cm})^T (\mathbf{Cm}). \quad (2.28)$$

Vem, então, que a solução do problema é dada por

$$\mathbf{m} = (\mathbf{F}^T \mathbf{F} + \lambda \mathbf{C}^T \mathbf{C})^{-1} \mathbf{F}^T \mathbf{u}. \quad (2.29)$$

De forma análoga para o caso não linear, determina-se que as correcções a efectuar aos parâmetros para minimizar ϕ serão calculadas por

$$\mathbf{b} = (\mathbf{J}^T \mathbf{J} + \lambda \mathbf{C}^T \mathbf{C})^{-1} \mathbf{J}^T \mathbf{y}. \quad (2.30)$$

A escolha do parâmetro λ é fundamental, pois é este que vai determinar a quantidade de rugosidade permitida à solução. Um λ demasiado alto origina um modelo demasiado uniforme e com um mau ajuste aos dados, enquanto um λ muito baixo anula a imposição do constrangimento. O valor ideal para este parâmetro é diferente de caso para caso.

A determinação do melhor λ é feita estudando os resultados obtidos com vários valores, elegendo aquele que produz um resultado coerente com as informações que se tem sobre a

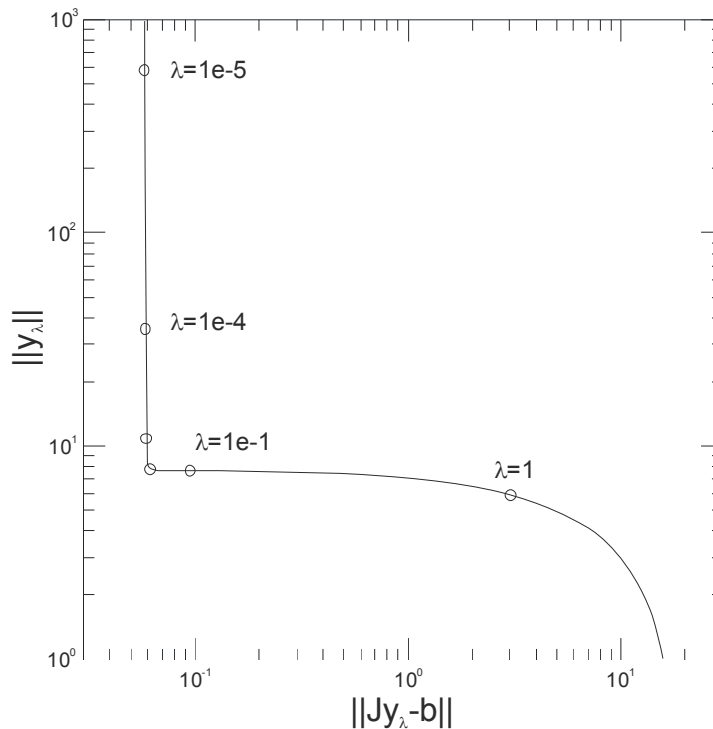


Figura 2.1 - Curva-L típica (adaptado de Hansen, 1999)

geologia do local, e que simultaneamente apresenta um bom ajuste. Este processo é vulgarmente levado a cabo recorrendo à representação gráfica da chamada *curva-L* (Golub e Matt, 1997; Hansen, 1999).

A cada ponto da curva-L está associado um parâmetro λ . O eixo horizontal refere-se à norma da diferença entre os dados observados e calculados ($\|\mathbf{J}\mathbf{y} - \mathbf{b}\|$); o eixo vertical refere-se à norma dos resultados obtidos ($\|\mathbf{y}\|$). A representação é feita na escala logarítmica. O nome “Curva-L” advém do formato da curva, muito semelhante ao desenho da letra “L”.

Na figura 2.1 encontra-se representada uma curva-L típica deste tipo de problemas. A curva-L permite encontrar um valor para λ que seja equilibrado relativamente, quer à rugosidade do modelo, quer ao ajuste da resposta aos dados. Este valor corresponderá ao λ onde a curvatura seja mais acentuada, ou mais especificamente, o vértice do “L”.

Outra forma de lidar com o problema do valor do λ , e que será frequentemente usada no seguimento destes trabalhos, é diminuir o λ de forma controlada, em cada iteração de (2.22). De facto, a atribuição inicial de um λ relativamente elevado vai conduzir a um modelo inicial muito uniforme e com um mau ajuste. A diminuição do valor do λ em pequenos degraus vai permitir um aumento gradual da rugosidade, melhorando o ajuste. A falta de convergência vai permitir determinar o ponto em que o processo de diminuição do λ deverá cessar.

É importante o valor inicial atribuído a λ , na medida em que um valor demasiado alto pode levar à estagnação em mínimos locais, enquanto um valor demasiado baixo pode ultrapassar o limite de rugosidade desejável.

2.2.4 - Métodos de resolução dos sistemas de equações

Existem muitos métodos disponíveis para se proceder à resolução de sistemas de equações do tipo

$$\mathbf{u} = \mathbf{Fm} \quad (2.31)$$

para encontrar a solução do problema inverso. Neste capítulo far-se-á uma breve exposição dos utilizados no seguimento deste trabalho.

2.2.4.1 - Método dos gradientes conjugados

Este método visa a minimização de uma função procurando um mínimo local com base nos seus gradientes. A solução é encontrada seguindo o percurso indicado pela diminuição dos seus gradientes direccionais ortogonais conjugados. De facto, o algoritmo usado procede à minimização de uma função

$$f(\mathbf{m}) = \frac{1}{2} \mathbf{m}^T \mathbf{Fm} - \mathbf{u}^T \mathbf{m} \quad (2.32)$$

onde \mathbf{H} é uma matriz ($k \times n$) e \mathbf{u} é um vector com n elementos. Esta função é minimizada fazendo o seu gradiente

$$\nabla f = \mathbf{F}\mathbf{m} - \mathbf{u} \quad (2.33)$$

tender para zero; esta expressão equivale a (2.32). A minimização é levada a cabo gerando sucessivas direcções de busca \mathbf{p}_k e soluções minimizadoras \mathbf{m}_k . Em cada iteração é determinada uma quantidade α_k que minimize $f(\mathbf{m}_k + \alpha_k \mathbf{p}_k)$, sendo atribuído a \mathbf{m}_{k+1} o valor do novo ponto $\mathbf{m}_k + \alpha_k \mathbf{p}_k$. \mathbf{p}_k e \mathbf{m}_k são então construídos de forma a que \mathbf{m}_{k+1} seja também uma solução de \mathbf{F} na totalidade do espaço vectorial das direcções tomadas $\{\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \dots, \mathbf{p}_k\}$. Após várias iterações atinge-se a solução minimizadora para todo o espaço vectorial, i.e., a solução da equação (2.32) (Press *et al.*, 1992). O processo termina quando é atingido um número máximo de iterações ou um valor residual máximo, definidos previamente.

2.2.4.2 - Decomposição em valores singulares

A decomposição de uma matriz em valores singulares baseia-se no seguinte teorema:

*“Qualquer matriz \mathbf{F} de dimensão $m \times n$ cujo número de linhas m seja maior ou igual ao número de colunas n pode ser escrita como o produto de uma matriz \mathbf{U} ortogonal de dimensão $m \times n$, uma matriz diagonal \mathbf{W} de dimensão $n \times n$ com elementos maiores ou iguais a zero (os valores próprios), e a transposta de uma matriz ortogonal \mathbf{V} de dimensão $n \times n$ ” (in Press *et al.*, 1992).*

De uma forma mais sucinta, pode escrever-se que

$$\mathbf{F} = \mathbf{U}\mathbf{W}\mathbf{V}^T, \quad (2.34)$$

tal que

$$\mathbf{U}^T \mathbf{U} = \mathbf{V}^T \mathbf{V} = \mathbf{I}$$

$$\mathbf{V}\mathbf{V}^T = \mathbf{I}$$

$$w_1, w_2, \dots, w_{n-1}, w_n \geq 0$$

$\mathbf{U}_{(n \times p)}$ e $\mathbf{V}_{(p \times p)}$ são os vectores próprios respectivamente do espaço dos dados e do espaço dos parâmetros, e \mathbf{W} é uma matriz diagonal $p \times p$ contendo, no máximo, r valores próprios de \mathbf{F} diferentes de zero, com $r \leq p$. Os valores da diagonal de \mathbf{W} (w_1, w_2, \dots, w_p) são chamados valores *singulares* de \mathbf{F} (Meju, 1998).

Então, tome-se como exemplo a expressão da solução aos mínimos quadrados do problema inverso linear com a forma $\mathbf{u} = \mathbf{F}\mathbf{m}$ dada por (2.10)

$$\mathbf{m} = (\mathbf{F}^T \mathbf{F})^{-1} \mathbf{F}^T \mathbf{u} \quad (2.35)$$

onde o operador $(\mathbf{F}^T \mathbf{F})^{-1} \mathbf{F}^T$ opera em \mathbf{u} para determinar \mathbf{m} .

Expressando a formula de inversão anterior em termos da SVD de \mathbf{F} tem-se que.

$$\mathbf{F}^T = \mathbf{V}\mathbf{W}\mathbf{U}^T, \quad (2.36)$$

e assim,

$$\mathbf{F}^T \mathbf{F} = \mathbf{V} \mathbf{W} \mathbf{U}^T \cdot \mathbf{U} \mathbf{W} \mathbf{V}^T = \mathbf{V} \mathbf{W}^2 \mathbf{V}^T, \quad (2.37)$$

A solução aos mínimos quadrados é, então, dada por

$$\mathbf{m} = (\mathbf{F}^T \mathbf{F})^{-1} \mathbf{F}^T \mathbf{u} = \mathbf{V} \mathbf{W}^{-1} \mathbf{U}^T \mathbf{u} \quad (2.38)$$

O método SVD é bastante popular na análise de dados geofísicos por ser matematicamente robusto e numericamente estável.

2.3 - Simulated annealing (SA)

O *Simulated Annealing* (SA) é um método de minimização global, que deve a designação à sua analogia com o processo de têmpera (*annealing*) em termodinâmica. O *annealing* consiste num processo de aquecimento e posterior arrefecimento de materiais, de uma forma controlada, para permitir o reajuste das suas partículas e produzir um determinado efeito, como a remoção de imperfeições ou a alteração da ductilidade.

No SA os parâmetros indeterminados do modelo geofísico são análogos às partículas do sistema físico, e a função objectivo do problema inverso é análoga à energia do sistema físico.

O processo termodinâmico de *annealing* é controlado pela temperatura inicial e pela taxa de arrefecimento. Da mesma forma, a estimativa da solução no problema inverso também é controlada por um parâmetro T positivo, que limita o nível aceitável de perturbação dos valores dos parâmetros.

Algoritmo Metropolis

Uma forma de determinar a aceitabilidade de uma alteração é recorrendo ao algoritmo apresentado por Metropolis *et al.* (1953). De acordo com este algoritmo, são sistematicamente aceites todas as perturbações aos parâmetros conducentes a uma diminuição da função objectivo. Caso se verifique um aumento da função objectivo, as alterações aos parâmetros não são automaticamente rejeitadas. Em vez disso, a aceitação dos novos parâmetros depende do valor da função (que representa uma probabilidade de aceitação)

$$\psi = e^{(-\Delta E/T)}, \quad (2.39)$$

onde ΔE representa a variação da função objectivo. Este valor ψ é comparado com um número χ entre 0 e 1, gerado aleatoriamente. As alterações ao modelo são aceites se $\psi > \chi$ e rejeitadas caso contrário.

Para valores elevados de T , correspondendo a temperaturas elevadas de um sistema físico fundido, praticamente todas as alterações serão aceites. A cada iteração, o valor de T diminui. São então testados uma série de modelos para o mesmo valor de T . Este procedimento torna a solução independente do modelo inicial e permite que o algoritmo escape a mínimos locais.

Como o valor de T diminui em cada iteração, é de esperar que os modelos aceites se concentrem na vizinhança do mínimo absoluto da função objectivo. Com a diminuição na probabilidade de aceitação (2.39) apenas serão aceites perturbações que contribuam para a

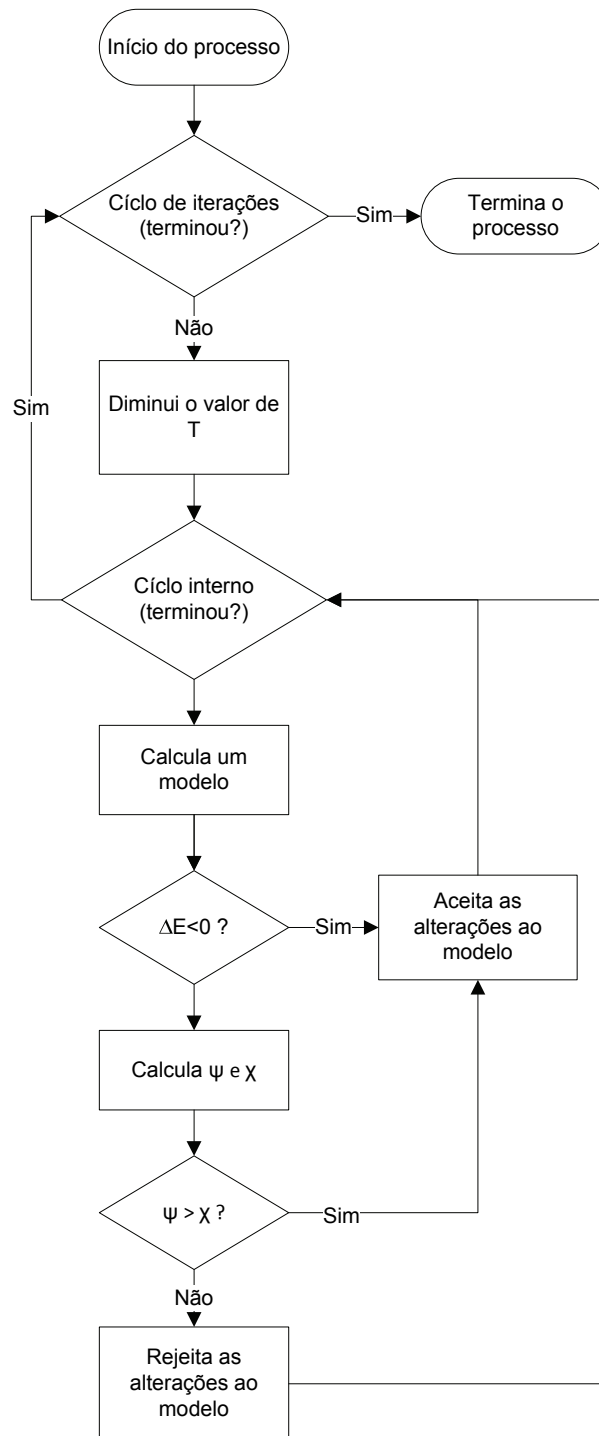


Figura 2.2 – Diagrama de fluxo simplificado representando o algoritmo Metropolis. ΔE representa a variação da função objectivo ($\Delta E = E - E^{(it. anterior)}$). ψ é a probabilidade de aceitação calculada por (2.39). χ é um número gerado aleatoriamente entre 0 e 1. Os ciclos de iterações e interno terminam após um número pré determinado de realizações.

diminuam da função objectivo. É importante para a eficiência do algoritmo que a diminuição de T se processe de forma lenta, para que permita uma amostragem significativa do espaço de parâmetros. No entanto, um valor de T inicial demasiado elevado pode acarretar um custo significativo a nível de tempo computacional.

Como a escolha dos parâmetros a testar é feita de forma aleatória no conjunto total do espaço de parâmetros, é calculado um modelo diferente de cada vez que o algoritmo é implementado. Se, por um lado, esta característica previne que a solução fique estagnada num mínimo local, por outro, o modelo final obtido será diferente de cada vez que o algoritmo é implementado. É, assim, necessário calcular vários modelos, e analisa-los para verificar a coerência dos resultados. É também conveniente a imposição de limites à busca dos parâmetros, por forma a restringir o espaço de busca.

A forma mais comum de lidar com a variabilidade das soluções consistem em calcular vários resultados com modelos iniciais diferentes, e proceder ao tratamento estatístico dos mesmos. Isto permite, de alguma forma, determinar o modelo mais provável.

3

CASOS DE ESTUDO

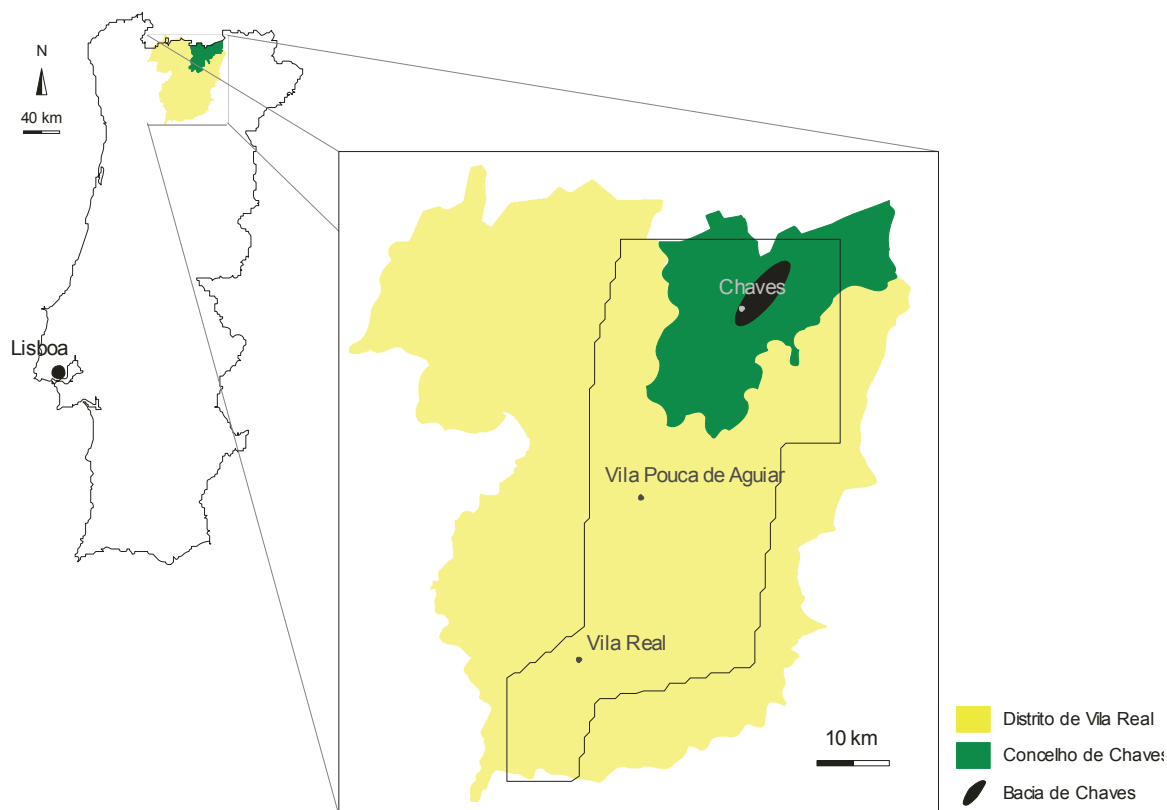


Figura 3.1 – Esquema da localização geográfica do levantamento gravimétrico e da bacia de Chaves

Neste capítulo é feito um breve enquadramento geológico das áreas onde foram recolhidos os dados usados neste trabalho.

3.1 - Chaves - Portugal

3.1.1 - Localização

Uma das regiões abrangidas por este estudo situa-se no distrito de Vila Real, província de Trás-os-Montes-e-Alto-Douro, em Portugal (figura 3.1).

O levantamento gravimétrico abrange uma vasta área do distrito de Vila Real, desde a cidade de Vila Real, a sul, até à fronteira com Espanha, a norte. O levantamento geoelectrico foi efectuado apenas numa área do concelho de Chaves, integrada nas folhas 34 e 47 da Carta Militar de Portugal, Série M888, à escala 1:25000.

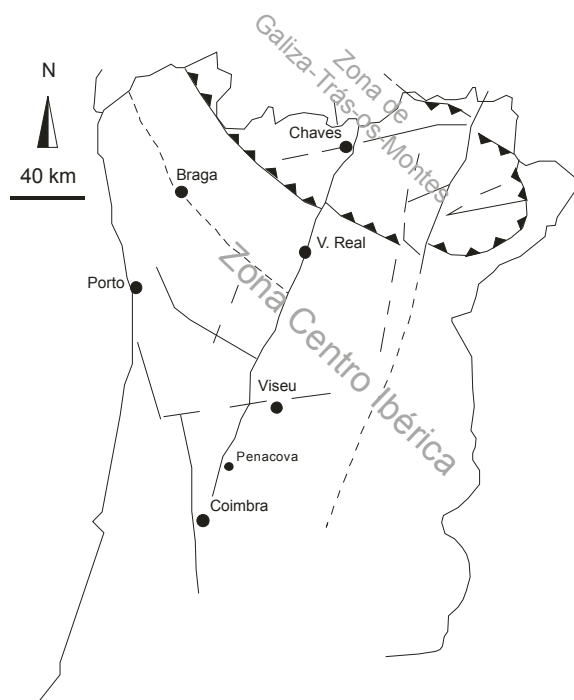


Figura 3.2 – Zona de Galiza-Trás-os-Montes (adaptado de Ribeiro et al., 1979 in Monteiro Santos et al., 1996)

Por questões de continuidade relativamente a trabalhos anteriores, e para evitar lapsos relacionados com este tipo de alterações, optou-se por utilizar as coordenadas usadas aquando do levantamento, *i.e.*, UTM Datum Europeu 1950 (ED50).

3.1.2 - Geologia

A área em estudo está integrada na grande unidade morfoestrutural denominada Maciço Hespérico (Pereira, 2006), mais concretamente na Zona de Galiza-Trás-os-Montes (figura 3.2). Esta região apresenta evidências de múltiplos eventos de deformação compatíveis com o ciclo Varisco (onde se incluem três principais fases de deformação (Ribeiro, 1974) e com o ciclo Alpino. Existem, também, evidências de actividade neotectónica visível nas formações sedimentares mais recentes.

Estratigrafia

A unidade mais antiga (ante-Ordovícico) identificada na região em estudo é o denominado “Complexo Xisto-Grauváquico”, ou “Grupo de Douro” (Pereira, 2006). Formou-se pela deposição de uma sequência sedimentar no sulco intracontinental que resultante do estiramento e subsidência da crosta relacionado com o processo distensivo de génese oceânica. Na transição Câmbrio-Ordovícico deu-se uma alteração do campo de tensões, passando-se de um regime distensivo para um regime compressivo. Verificou-se, então, a deformação das sequências que compõem o actual “Complexo Xisto-Grauváquico”.

A “Formação Pelito-Grauváquica” (Pereira, 2006), também denominada “Complexo de Xistos, Grauvaques e Psamitos” por (Ribeiro, 1974), data do Silúrico Inferior. No Devónico Inferior deu-se a deposição da sequência turbidítica, denominada “Formação de Santos e Curros” (Pereira, 2006).

No final do ciclo Varisco ocorreu a ascensão de magma, com consequente instalação de formações graníticas. Estas formações são, na sua maior parte, sintectónicas relativamente à fase de deformação D3ⁱ. Existe, no entanto, a ocorrência, em maciços circunscritos, de granitos que se assumem pós-tectónicos. De facto, estes granitos não apresentam evidências de intersecção com D3, estando a sua instalação relacionada com uma fracturação tardi-hercínica de orientação NNE-SSW.

ⁱ D3 – Terceira fase de deformação da Orogenia Varisca responsável por dobramentos de grande amplitude e génese de cisalhamentos em regime dúctil-frágil, para a qual se inferem trajectórias de compressão máxima subhorizontais segundo NE-SW.

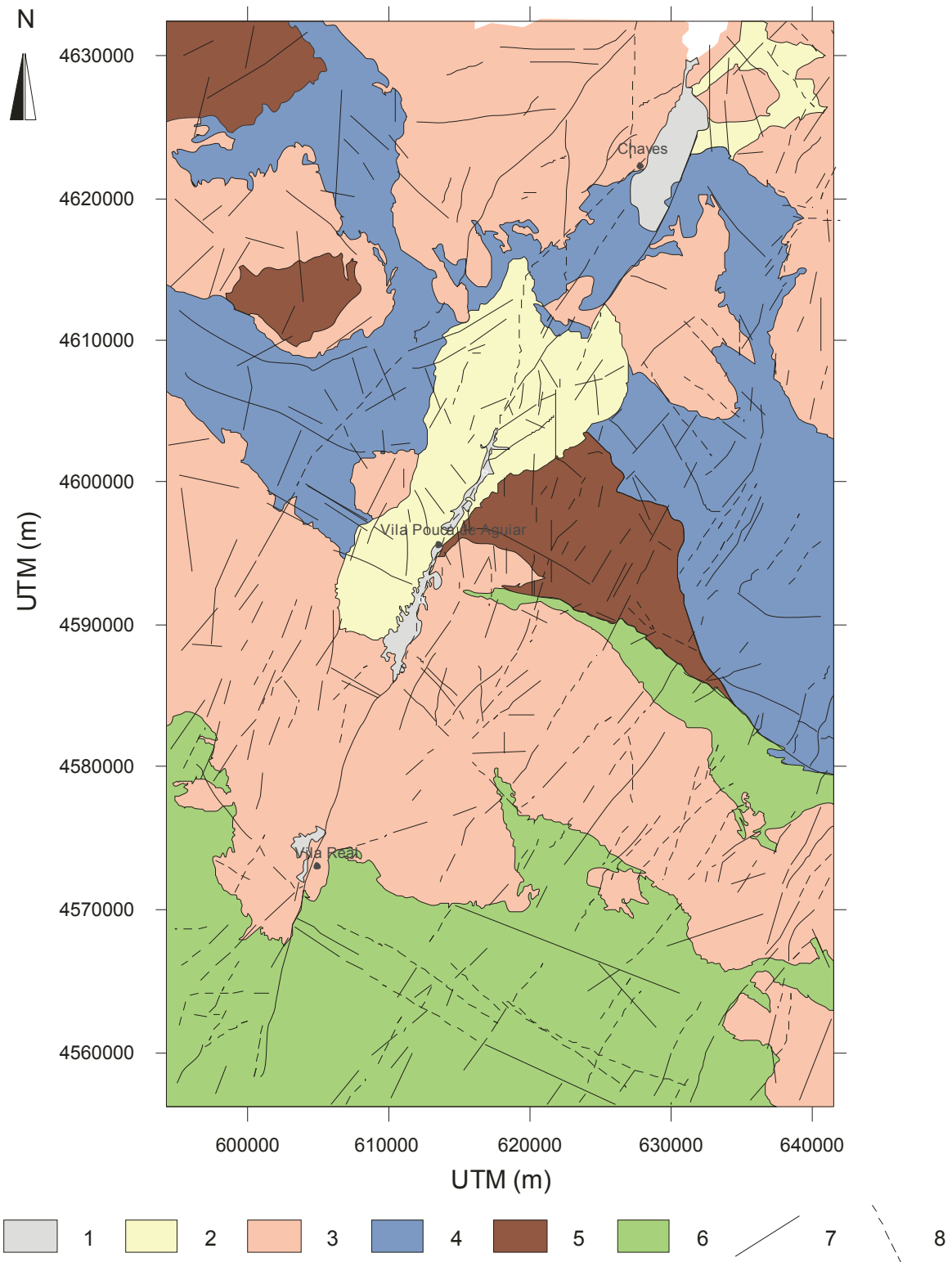


Figura 3.3 – Carta geológica da zona abrangida pelo levantamento gravimétrico (ver figura 3.2). Adaptado da carta geológica na escala 1:200000 do Instituto Geológico e Mineiro. 1- Sedimentos do quaternário; 2- Granitos hercínicos pós-tectónicos; 3- Granitos hercínicos sin-tectónicos; 4- Xistos, Grauwagues e Psamitos da “Formação Pelito-Grauváquica”; 5- Turbiditos da “Formação de Santos e Curros”; 6- Complexo Xisto-Grauváquico (Grupo do Douro); 7- Falha observada; 8- Falha provável.

Tectónica

O objecto geológico dominante na região abrangida pelo levantamento gravimétrico corresponde a um segmento da zona de falha Penacova-Régua-Verin (Cabral, 1995; Baptista, 1998; Lourenço, 2006). Esta estrutura tem orientação geral NNE-SSW e estende-se ao longo de 200 km desde Penacova, a sul, até Verin, na Galiza, a norte.

Durante o período tardi-varisco, a região foi recortada por uma rede de falhas de desligamento cuja cinemática permite deduzir o estabelecimento de trajectórias de compressão máxima subhorizontais e direcção aproximada N-S. Distinguem-se dois sistemas conjugados: esquerdo, com direcção NNE-SSW a ENE-WSW; dextro, com direcções de NNW-SSE a NW-SE (*e.g.* Ribeiro, 1974; Lourenço, 2002).

Existem evidências de que estes sistemas terão sido reactivados durante os eventos compressivos do ciclo Alpino. Esta reactivação (principalmente durante os eventos Pirináico e Bético) conduziu a movimentações complexas que, em termos gerais, traduzem uma acomodação de deformação condicionada por descontinuidades pré-existentes. Daqui resultou o desenvolvimento de uma série de estruturas subsidiárias do tipo *horst* e *graben* de desligamento (mais concretamente, *pull-apart* e *push-up*, respectivamente), de que são exemplo as depressões tectónicas que se encontram na região em estudo (*e.g.* Baptista, 1998), nomeadamente as bacias de Chaves, Telões e Vila Real. Estas depressões foram posteriormente preenchidas com material sedimentar (principalmente durante o Plio-Quaternário), maioritariamente composto por depósitos de vertente e aluvionares.

Associado a este conjunto de falhas existe um importante sistema hidrológico e geotérmico. As zonas de falha propiciam a circulação de fluidos, permitindo a infiltração e posterior ascensão do fluido alterado. Este processo resulta no surgimento de nascentes de água termal, como aquelas onde se instalaram as termas de Chaves e Pedras Salgadas.

A bacia de Chaves

A bacia, ou *graben*, de Chaves corresponde à zona vulgarmente conhecida por Veiga de Chaves. Trata-se de uma depressão tectónica, tipo *pull-apart*, com cerca de 10 km de comprimento, cujo eixo longitudinal tem orientação aproximada N25°E. O eixo transversal estende-se, na sua zona mais larga, por cerca de 5 km (Grade e Moura, 1982). A topografia no seu interior é relativamente plana, encontrando-se a uma altitude rondando os 350 m.

Esta depressão é limitada a leste e a oeste por zonas de falha subverticais, com direcção geral NNE-SSW. O limite ocidental coincidindo com uma quebra abrupta de relevo (desnível máximo de 400 m), denominada escarpa do Brunheiro (Grade e Moura, 1982; "Relatório da U.T.A.D.," 1992). A bacia fecha, a sul, no maciço de Sta. Bárbara, interligando-se, a norte, com a bacia de Verin, na Galiza.

A interpretação de sondagens de pequena profundidade efectuadas na zona da cerâmica Flaviense (ver localização na figura 3.4) permitiu a construção da coluna litoestratigráfica apresentada na figura 3.5.

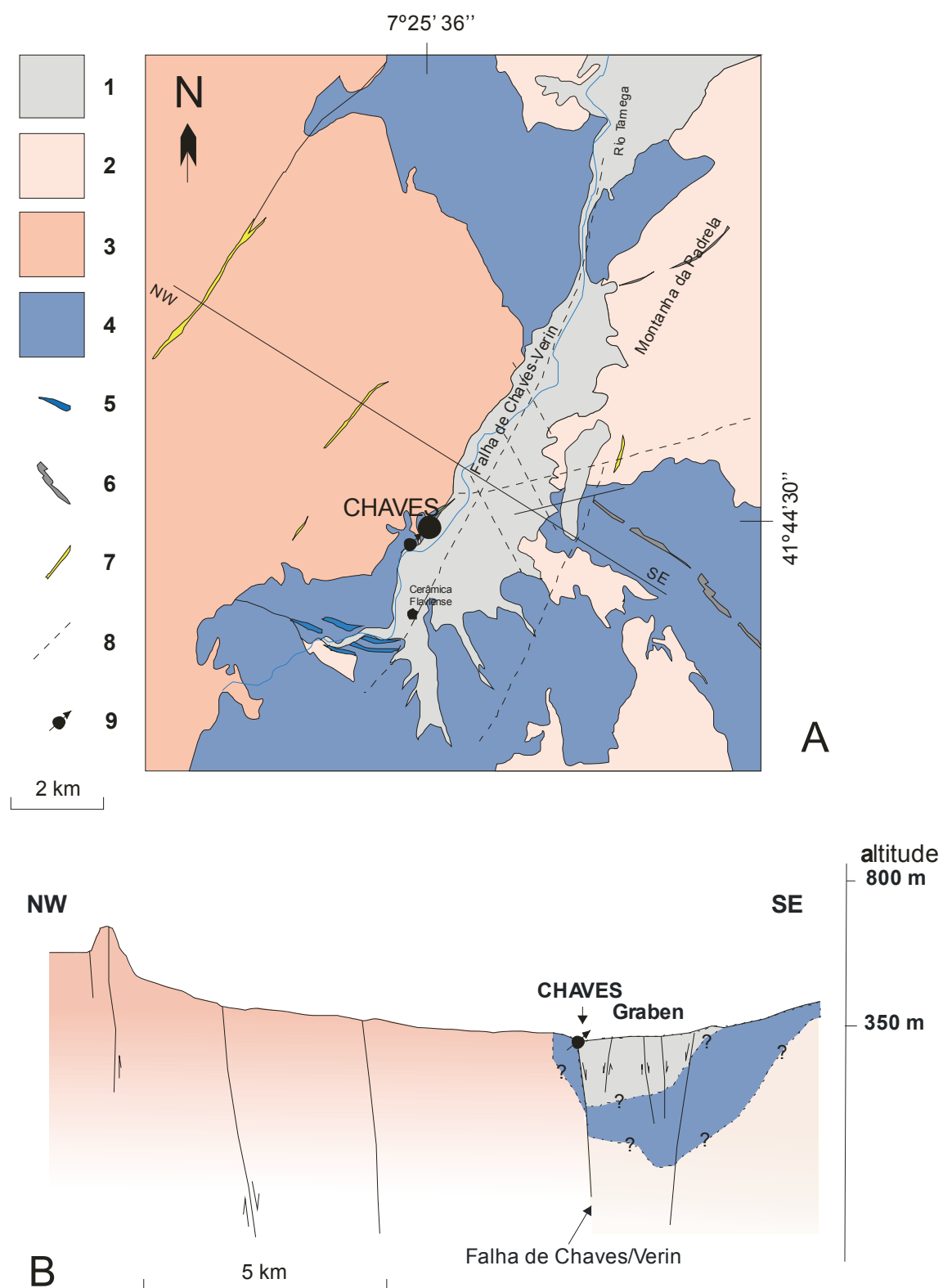


Figura 3.4 - Sedimentos do Quaternário, 2- Granitos hercínicos alcalinos, 3- Granitos hercínicos calco-alcalinos, 4- Xistos e grauaques do Silúrico, 5- Quartzitos, 6- "Placas" grafitosas, 7- Filões quartzíticos, 8- Falha normal. A – Esquema Geológico da região de Chaves (adaptado da carta geológica 6-B, na escala 1:50000, dos Serviços Geológicos de Portugal).

B – Corte geológico interpretativo (adaptado de "Relatório da U.T.A.D.," 1992).

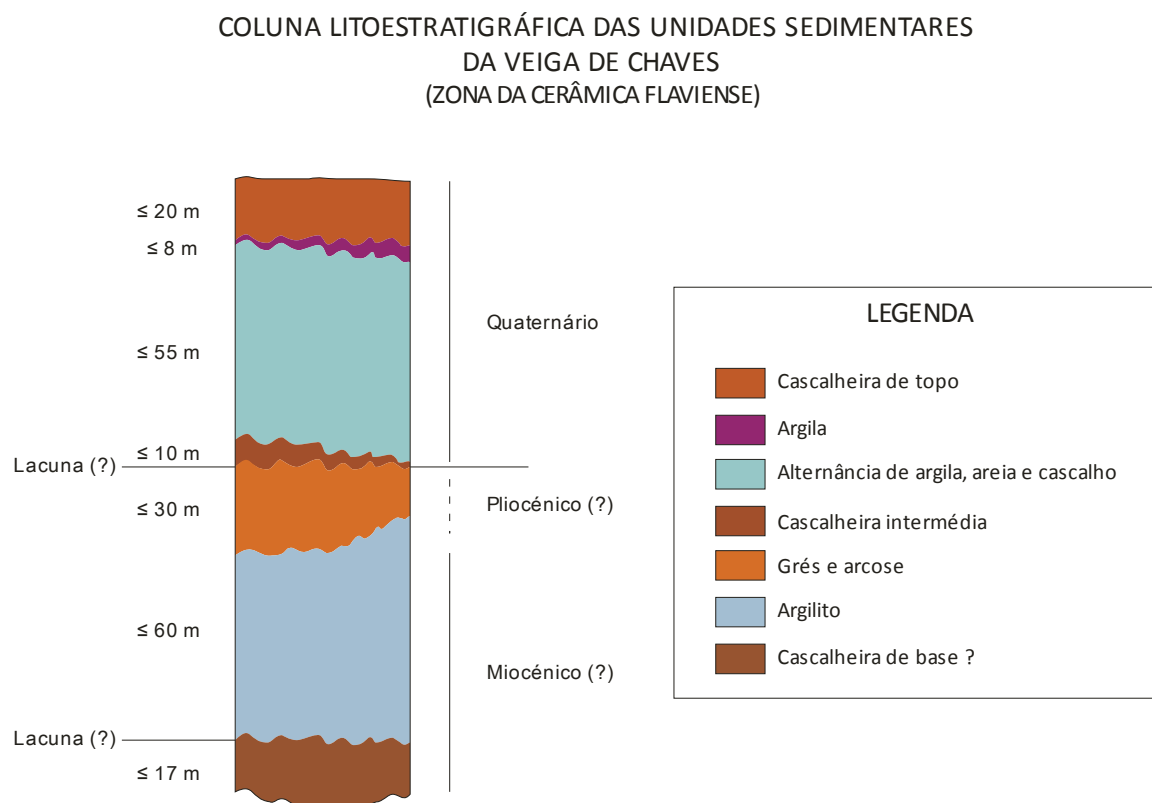


Figura 3.5 - Coluna litoestratigráfica das unidades sedimentares da Veiga de Chaves na zona da cerâmica Flaviense, elaborado com base na interpretação de sondagens de pequena profundidade (Adaptado do Relatório da U.T.A.D., 1992).

A topografia da base da bacia de Chaves é algo que ainda se mantém desconhecido. A sondagem mecânica mais profunda efectuada na Veiga atingiu os 218.5 m, intersectando apenas as séries sedimentares (Carvalho e Silva, 1989). Os trabalhos de interpretação de dados geofísicos também não foram conclusivos, existindo modelos que apontam para uma profundidade máxima rondando os 500 m (Carvalho e Silva, 1989; Monteiro Santos, 1994) e outros que indicam profundidades superiores a 1000 m (Monteiro Santos, 1994; Monteiro Santos *et al.*, 1996).

O enchimento sedimentar encontra-se marcado por uma intensa actividade neotectónica, em que se distinguem orientações NNE-SSW e NNW-SSE. Estas orientações conjugam-se para definir blocos que deram origem a *horsts* cruzados relativamente à direcção da bacia. O movimento vertical dos blocos origina, por outro lado, *grabens* secundários, nomeadamente uma depressão localizada no lado oriental da Veiga ("Relatório da U.T.A.D.," 1992)

3.1.3 - Caracterização do sistema hidrotermal de chaves

O complexo de falhas com direcção NNE que compõe a secção NE da zona de falha Penacova-Régua-Verin tem-se revelado muito propício à emergência de águas termais (Chaves), bem como de águas frias salinas (Vilarelho da Raia, Vidago, e Pedras Salgadas) (Aires-Barros *et al.*, 1995). O sistema hidrogeológico de Chaves é caracterizado por dois circuitos principais: um superficial de água fria, e outro mais profundo de fluido hidrotermal (Monteiro Santos *et al.*, 1996). A

conjugação de estudos geológicos e geoquímicos com métodos geofísicos tem sido útil para distinguir as regiões de fonte e percursos dos fluidos geotermiais emergentes nesta região.

As águas termais de Chaves apresentam uma temperatura rondando os 76°C, enquanto as águas frias têm uma temperatura característica rondando os 17°C (Aires-Barros *et al.*, 1995; Marques *et al.*, 2001). Ambas apresentam composição química semelhante. As análises efectuadas de oxigénio-18 (^{18}O) e deutério (D) indicam que estas águas são de origem meteorítica. A dependência local da altitude das águas meteóricas foi determinada pelas análises de ^{18}O e D das águas superficiais de pouco profundas da planície de Chaves e das montanhas que a delimitam (Aires-Barros *et al.*, 1995). As águas termais aparentam, assim, estar relacionadas com águas meteóricas infiltradas em zonas de altitude rondando os 860 m. Este valor é concordante com o afloramento granítico da Bolideira, a NE de Chaves. Estas águas são também ricas em bicarbonatos e em sódio, o que é típico de uma circulação que se desenvolve principalmente em granitos (Aires-Barros *et al.*, 1995). As análises efectuadas às águas frias apontam também para uma proveniência meteorítica, mas cuja infiltração se deu a mais baixa altitude.

Outra característica das águas termais de Chaves é um elevado conteúdo em CO_2 (350 ppm). Aires-Barros *et al.* (1995) apontam para que este provenha de uma passagem da água por grandes profundidades, o que permite uma incorporação de CO_2 proveniente da desgasificação do manto. Interpretações geotermométricas (quartzo e K^2Mg) indicam que o fluido terá experimentado temperaturas de cerca de 100°C a 120°C (Marques *et al.*, 2001). Considerando um gradiente geotérmico normal, esta temperatura indica que o fluido deverá ter atingido uma profundidade máxima de cerca de 4 km. O conteúdo em Cl ($\approx 45 \text{ mg/l}$) indica que o reservatório geotérmico deverá ser predominantemente líquido, e não vapor (Aires-Barros *et al.*, 1995).

A integração destas elações com os resultados obtidos dos estudos geofísicos (Andrade Afonso *et al.*, 1994; Monteiro Santos, 1994; Monteiro Santos *et al.*, 1995; Monteiro Santos *et al.*, 1996; Monteiro Santos *et al.*, 1997) permite inferir que o sistema hidrogeológico de Chaves integra dois circuitos principais: um pouco profundo, caracterizado por águas frias, que flui de acordo com a permeabilidade e fracturação das sequências sedimentares; o outro, quente e consideravelmente mais profundo, cuja circulação aparenta ser controlada por estruturas profundas (ver figura 3.6).

Estudos de audiomagnetotelúrica permitiram identificar uma camada de baixa resistividade (10 – 30 Ωm) que se admite seja representativa do reservatório geotérmico. As interpretações efectuadas apontam para que este reservatório se encontre a profundidades entre os 250 - 300 m na zona sul, e 1000 – 1200 m na parte central da depressão. Esta camada será limitada a topo por uma camada mais resistiva (40 - 400 Ωm), com uma espessura máxima de 200 m. Nesta camada estará incluído o aquífero frio superficial. Num nível mais profundo identificou-se aquilo que deverá corresponder ao soco da bacia, com uma topografia bastante irregular, e uma resistividade elevada embora mal constrangida (Monteiro Santos *et al.*, 1996).

Também são identificadas fracturas profundas com orientações NW-SE, ENE-WSW e N70ºE tanto na bacia como nas zonas circundantes que condicionam o padrão de circulação de fluidos no sistema de falhas. Estas falhas, e particularmente as zonas onde se intersectam, constituem locais preferenciais para a ascensão dos fluidos em direcção ao reservatório instalado na parte

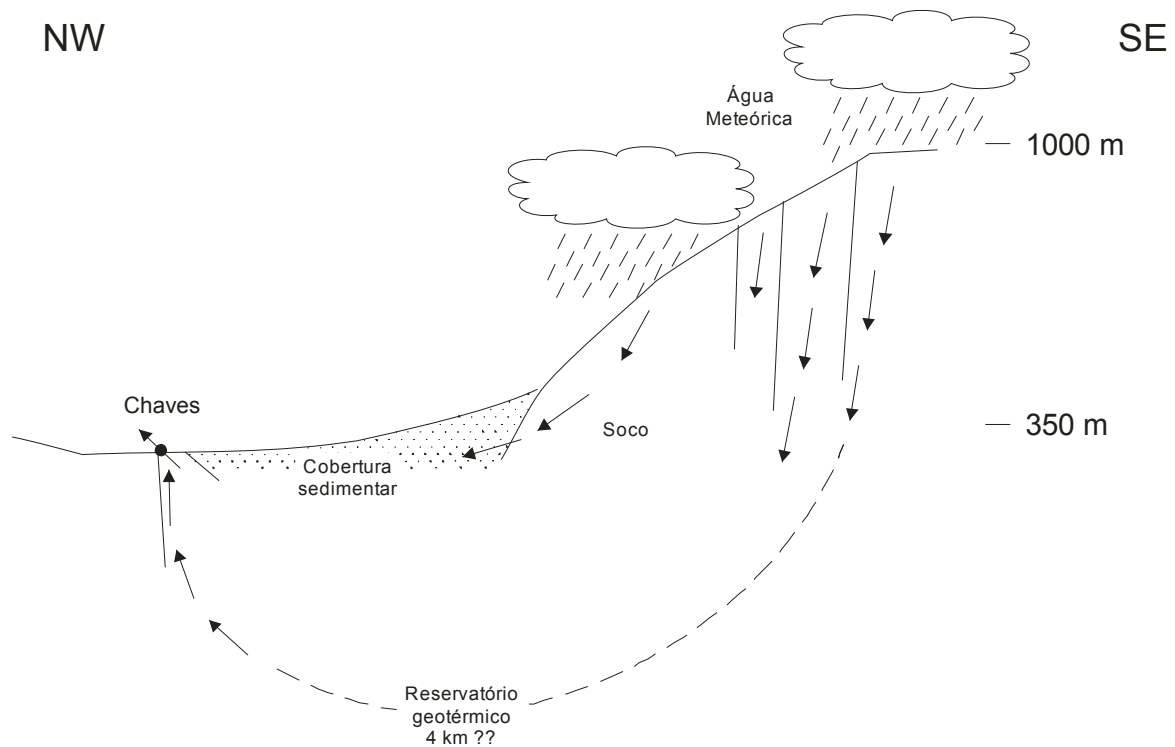


Figura 3.6 – Esquema simplificado do modelo de circulação do sistema hidrotermal de Chaves proposto por Aires-Barros *et al.* (1995).

inferior dos sedimentos, bem como nas secções fracturadas das rochas metamórficas (Monteiro Santos *et al.*, 1996).

3.2 - Sinai (Egipto)

O outro conjunto de dados foi recolhido num local situado na região NW da província de Sinai, no Egipto, junto à costa do Mar Mediterrâneo. É caracterizada por um ambiente dunar e é habitada por Beduínos que sofrem de escassez da água necessária para consumo doméstico.

Os dados que se apresentam neste trabalho foram adquiridos com o intuito de detectar zonas contendo água e estudar a geometria das estruturas superficiais que controlam a geometria dos aquíferos. Foram publicados em Sultan e El Sorady (2001).

3.2.1 - Localização

A área de estudo está localizada no canto noroeste da província de Sinai, no Egipto, e é limitada pelas latitudes 30° 45' e 31° 15' N e longitudes 32° 20' e 33° 10' E (figura 3.7).

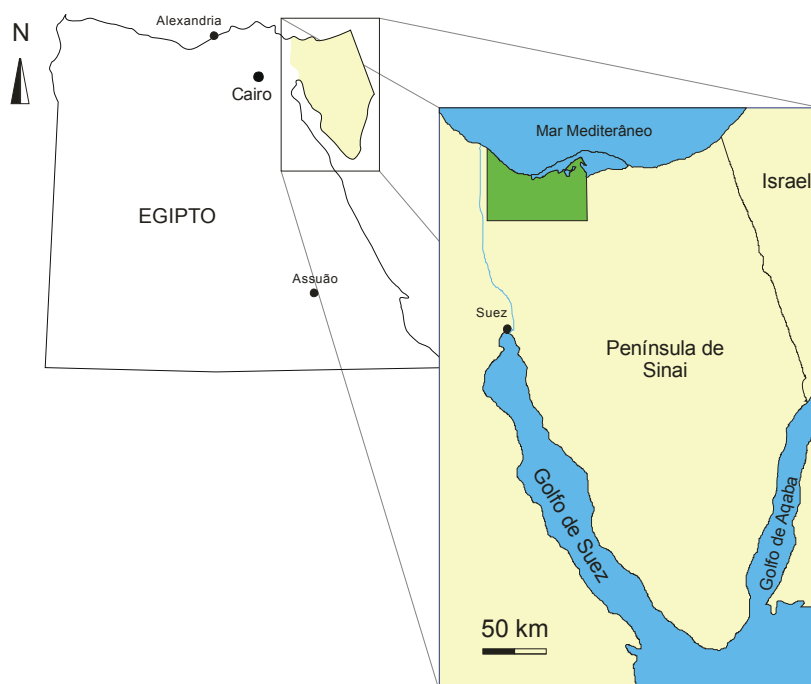


Figura 3.7 – Esquema da localização geográfica a área de estudo no NW da Península de Sinai, no Egito. A verde encontra-se indicada a área do levantamento.

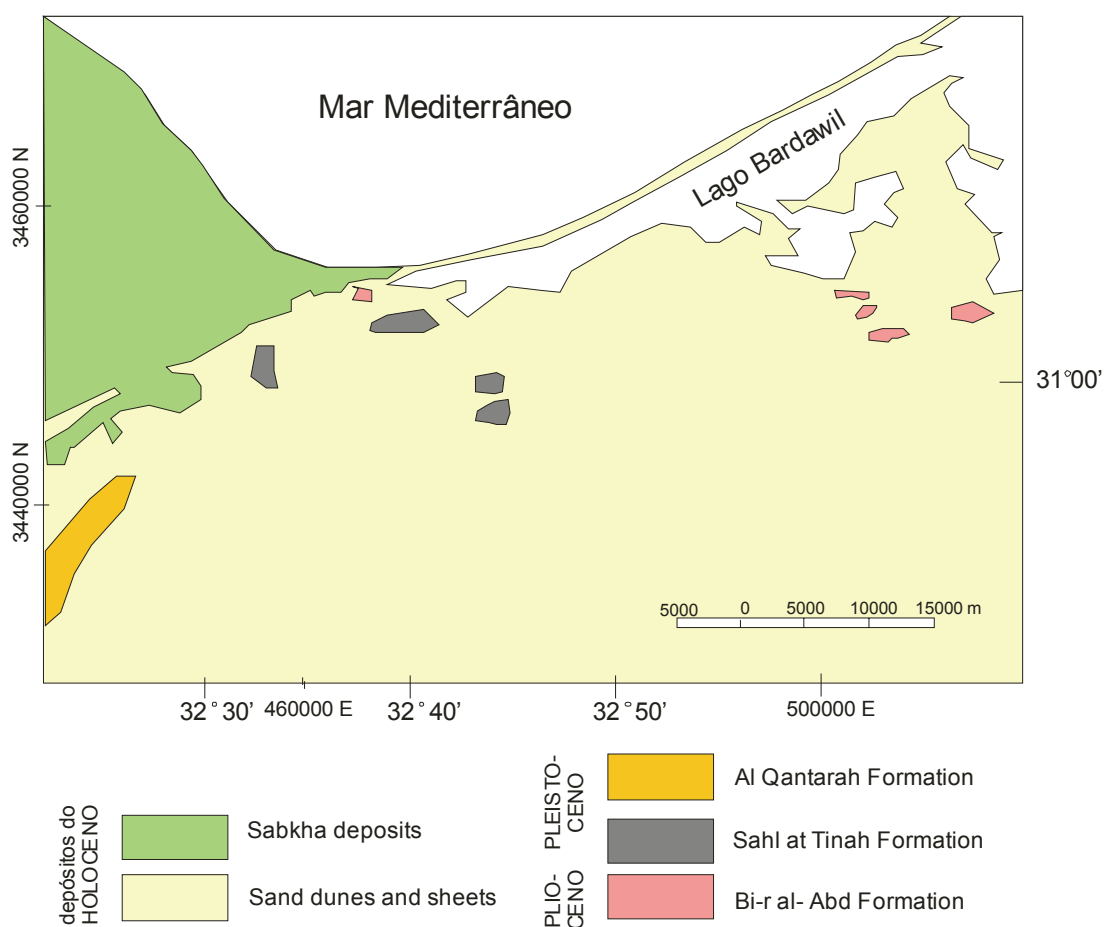


Figura 3.8 – Carta geológica do levantamento baseada na folha nº 5 da carta geológica de Sinai à escala 1:250 000 do EGSM (adaptado de Sultan e El Sorady, 2001).

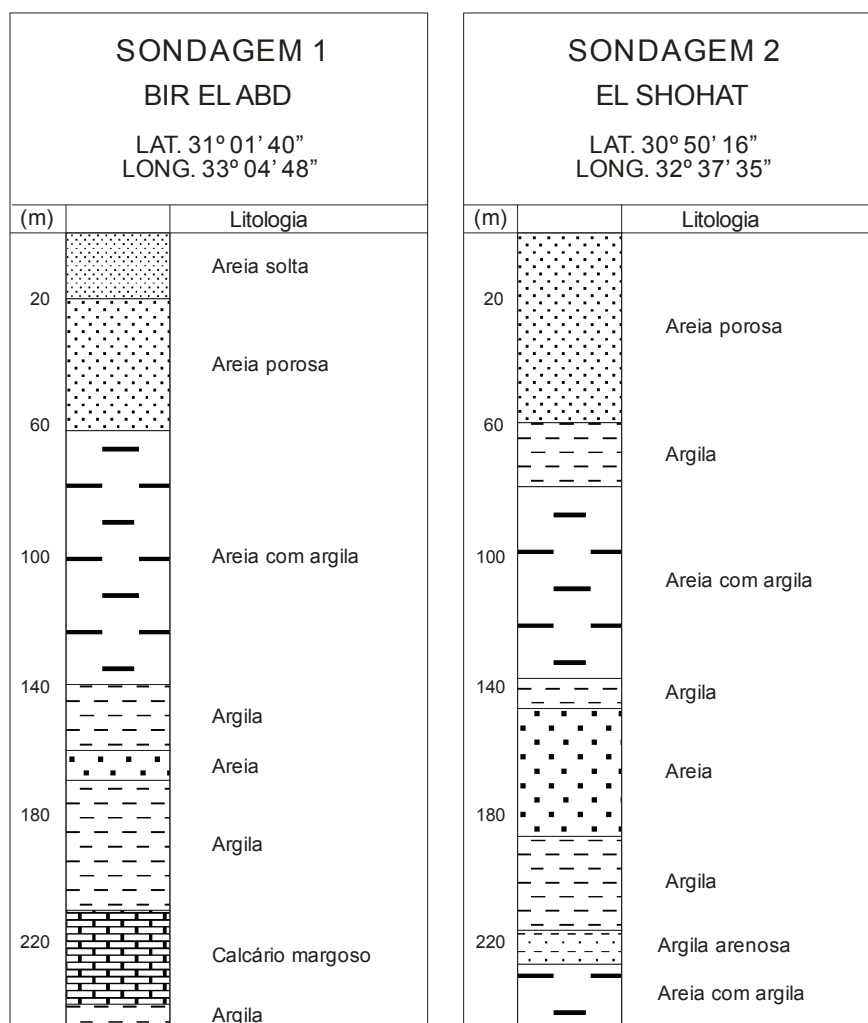


Figura 3.9 – Descrição de duas sondagens mecânicas efectuadas no local.

3.2.2 - Geologia

O mapa geológico da área de estudo encontra-se representado na figura 3.8 e foi baseado na folha nº 5 da carta geológica de Sinai à escala 1:250000 do EGSMA (*Egyptian Geological Survey and Mining Authority*) (in Sultan e El Sorady, 2001).

Estratigrafia

São observáveis unidades geológicas de diferentes idades. O fácies holocénico é composto por bolsas de depósitos de sabkha a sul do Lago Bardawil; dunas e lençóis de areia cobrem a maior parte da área de estudo. Os depósitos pleistocénicos são representados pela “Formação de Al-Qantarrah”, composta por areia e cascalho com intercalações menores de argila, e a “Formação Sahl Attina”, composto por uma mistura de areias pretas e brancas e siltes. Os depósitos do Plioceno são representados pela “Formação Bir El-Abd”, que consiste em intercalações de xistos argilosos com margas e calcários fossilíferos.

A estratigrafia superficial, como mostra a sondagem mecânica de Bir El-Abd (figura 3.9), consiste principalmente de material clástico tal como solta areia, areia porosa contendo água (com

salinidade variando de 2000 a 4000 ppm), barro contendo água salgada (7000-9000 ppm) e argilas e areias de idade pleistocénica. No entanto, encontra-se calcário margoso a 220 m. A profundidade do nível da água na sondagem 1 (Bir El Abd) é de 18 m.

Tectónica

A evolução geodinâmica da região de Sinai é caracterizada por (Bauer *et al.*, 2001)

(1) Rifting e abertura do Mar de Tétis no período Triássico superior – Jurássico inferior

(2) Compressão devido à colisão entre as placas Euroasiática e Afro-Arábica durante a orogenia alpina.

A abertura do Mar de Tetis durante o Triássico levou à formação de hemi-grabens e bacias na região norte de Sinai, do Egypt, Médio Oriente e outras regiões do Mediterrâneo (Bauer *et al.*, 2001 citando Kuss, 1989; Moustafa e Khalil, 1990; Kuss, 1992; El-Hawat, 1997; Garfunkel, 1998; Hirsch *et al.*, 1998; Bakr *et al.*, 1999; El-Toukhy *et al.*, 1999; Vidal *et al.*, 2000).

Com as fases iniciais da colisão das placas Euro-Asiática e Africana nos finais do Cretácico (Orogenia Alpina e fecho do Mar de Tetis), surgiram grandes cadeias montanhosas na região do Mediterrâneo, como os Alpes e os Pindos. Simultaneamente, deu-se uma reactivação dextra transpressiva dos hemi-grabens do Triássico. Como consequência, surgiu uma cintura de falhas denominada *Arco Sírio (Syrian Arc)*, que consiste num conjunto de *grabens* dobrados e invertidos associados a uma deformação inter-placas compressiva (Kuss, *et al.*, 2000).

As oscilações do nível do mar controlaram a deposição das sequências sedimentares que se encontram actualmente na região (Lüning *et al.*, 1998a; Lüning *et al.*, 1998b).

3.3 - Considerações

Os métodos desenvolvidos neste trabalho foram desenvolvidos para aplicações específicas em casos de bacias e de meios constituídos por camadas sub-horizontais. Assim, além da necessidade de que as áreas de estudo estivessem cobertas pelos dois tipos de dados utilizados (gravimetria e SEV), também era imperativo que a geologia estivesse de acordo com estes requisitos.

São poucos os locais cobertos tanto por dados de resistividade como por dados de SEV, e logo, tornou-se difícil encontrar zonas que satisfizessem todos os critérios exigidos. As duas regiões aqui consideradas foram, daquelas a que se teve acesso, as que reuniam o mínimo de condições necessárias.

4

GRAVIMETRIA

Neste capítulo será feita a descrição dos dados de gravimetria das zonas utilizadas para implementar os métodos desenvolvidos.

É feita, primeiro, uma resumida introdução teórica às características principais das observações gravimétrica, procedendo-se à apresentação dos dados de cada uma das zonas de Chaves e de Sinai.

É dado especial tratamento aos dados de Chaves por duas razões: primeiro porque são dados que nunca foram objecto de estudo aprofundado, e por tal, se desconhece as suas potencialidades reais, e em segundo, porque não se teve acesso aos dados originais de Sinai, o que não permite uma análise equitativa, como será abordado mais adiante.

4.1 - Teoria geral

4.1.1 - Aceleração gravítica

A lei da gravitação universal de Newton afirma que dois objectos se atraem mutuamente por acção de uma força que depende da massa dos objectos e da distância entre eles. Dados dois corpos de massa m e M , separados por uma distância r , esses corpos atraem-se mutuamente com uma força proporcional à massa de cada um deles e inversamente proporcional ao quadrado da distância que os separa. Matematicamente, essa lei pode ser escrita (em módulo) por

$$F = \gamma \frac{Mm}{r^2} \hat{r} \quad (4.1)$$

onde F é a força de atracção gravítica e γ é a constante gravitacional ($\gamma = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$).

A força da gravidade pode ser expressa como combinação da lei de atracção universal com a segunda lei de Newton

$$F = mg \quad (4.2)$$

em que g é a aceleração gravítica. Resolvendo em ordem a g tem-se que

$$g = \gamma \frac{M}{r^2} \hat{r}. \quad (4.3)$$

Se M for o valor da massa da Terra, então g é a aceleração resultante da força gravítica da Terra.

Mas a aceleração da gravidade não é constante por toda a superfície do globo terrestre. Existem variações relativas a factores como a localização (latitude e altitude) e a variação da densidade das rochas que constituem o subsolo.

De facto, o valor da gravidade medido com um gravímetro num determinado ponto da superfície da Terra corresponde à conjugação dos seguintes factores (Blakely, 1995):

- gravidade observada = atracção do elipsóide de referência
- + efeito da altitude em relação ao nível do mar
- + efeito da massa existente entre o nível do mar e o ponto de observação
- + variações dependentes do tempo
- + efeito das massas que suportam cargas topográficas
- + efeito das variações da massa volúmica da crosta e do manto superior ("geologia").

Quando se pretende usar os dados de gravimetria para determinar a estrutura do subsolo, apenas é relevante a componente respeitante às variações de massa volúmica relacionadas com a geologia local. Assim, é necessário proceder às correcções necessárias para isolar a grandeza pretendida.

4.1.2 - Levantamento gravimétrico em terra

A gravidade geralmente é medida em unidades de Gal, em que 1 Gal equivale a 1 cm.s^{-2} . Como as anomalias que se pretende estudar são, geralmente, de pequena dimensão, é muito frequente recorrer-se ao mGal (10^{-3} Gal) ou mesmo ao μGal (10^{-6} Gal).

O processo geralmente usado, quando se procede a um levantamento gravimétrico, consiste na criação de uma grelha tão regular quanto possível, cujo espaçamento da malha seja tal que permita definir as estruturas desejadas, mas com um número de pontos de leitura que torne o levantamento exequível em termos logísticos.

A malha é posteriormente ligada a uma rede de estações de referência (geralmente à ISGN 71), num ponto comum, designado como a base do levantamento. Este procedimento permite estabelecer uma relação entre as leituras efectuadas com o gravímetro e o sistema absoluto usado como referência.

4.1.3 - Correcções

Para o tipo de resultados que, neste trabalho, se pretende obter dos dados gravimétricos, é necessário retirar todas as contribuições com excepção daquelas geradas pelas massas no subsolo. Para tal, é indispensável calcular o valor das contribuições supérfluas e retirá-lo aos valores medidos.

Atracção do elipsóide de referência (gravidade normal)

Por gravidade normal (g_0) entende-se componente vertical da atracção exercida pelo elipsóide de referência. Tem uma parcela relacionada com a massa da Terra e outra relacionada com o seu movimento de rotação.

A fórmula internacional da gravidade actualmente em vigor foi acordada internacionalmente pela IAG (*International Association of Geodesy*) em 1980, aquando da definição do Sistema Geodésico de Referência de 1980, que deu origem ao campo de referência actual, o Sistema Geodésico Mundial de 1984 (WGS84). Essa expressão tem a forma

$$g_0 = 978032.67714 \frac{1 + 0.00193185138639 \sin^2 \lambda}{\sqrt{1 - 0.00669437999013 \sin^2 \lambda}}, \quad (4.4)$$

em unidades de mGal.

Correcção de deriva e correcção de maré

As medições do valor da gravidade contêm um efeito relacionado com as marés provocadas pelo Sol e pela Lua. Este efeito depende da latitude, aumentando para baixas latitudes e diminuindo para latitudes elevadas. Tem um período de aproximadamente 12 horas.

Apesar de existirem fórmulas para estimar este efeito para qualquer instante e latitude (Blakely, 1995), é frequente a precisão dos dados recolhidos não justifica a sua utilização, pois este efeito geralmente não excede os 0.3 mGal.

A forma mais usual de efectuar esta correcção passa pela repetição das medições em determinados pontos de observação, com uma taxa de repetição rondando as 2 horas. As variações temporais observadas nesses pontos de referência são interpoladas para cada ponto de leitura por uma aproximação linear, e o valor é subtraído à observação.

Este método tem a vantagem de incluir a correcção de deriva do instrumento.

Correcção de ar-livre

As medições realizadas em terra encontram-se sempre afectadas pela distância da estação ao geóide, ditada pela topografia da superfície terrestre (figura 4.1). Este efeito é retirado efectuando a denominada correcção de ar-livre.

O valor desta correcção é, usualmente, calculado por diferenciação da equação (4.3)ⁱⁱ, de forma que a diferença do valor da gravidade em pontos separados por uma altitude h será dada por pela expressão

$$\frac{\partial g}{\partial r} = -2\gamma \frac{M}{r^3} = -\frac{2g}{r} h. \quad (4.5)$$

ⁱⁱ Note-se que esta aproximação implica assumir uma Terra esférica em repouso

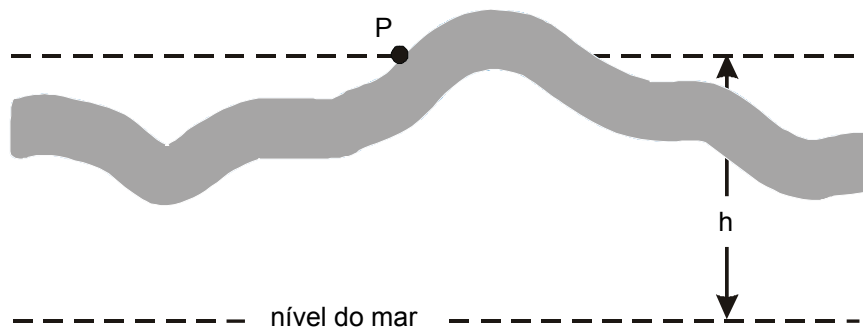


Figura 4.1 – Correções de Bouguer simples, Bouguer completa e de terreno ao valor observado da gravidade. Adaptado de Blakely (1995).

Assumindo valores de g e r ao nível do mar, tem-se que a correção a aplicar aos dados será

$$\Delta g_{al} = -0.3086 h, \quad (4.6)$$

em unidades de mGal (Blakely, 1995).

Correcção Bouguer

A correcção de Bouguer pretende corrigir o efeito da massa que existe entre o ponto de observação e o elipsóide de referência. A correcção de Bouguer simples aproxima toda massa acima nível do mar a uma placa infinita e homogênea com espessura igual à altitude do ponto de observação (figura 4.1).

O efeito de uma placa infinita de espessura h sobre um ponto qualquer no seu exterior dado por

$$g = 2\pi\gamma dh. \quad (4.7)$$

Assumindo uma massa volúmica crustal média de 2400 kg.m^{-3} , a correcção de Bouguer simples é

$$\Delta g_{al} = 0.1006 h, \quad (4.8)$$

em unidades de mGal.

Correcção topográfica

A anomalia de Bouguer simples despreza a forma da topografia. As montanhas que se elevam acima do nível de observação aumentam o valor medido pelo gravímetro, no entanto, não são consideradas na aproximação por placas. O mesmo se passa com as depressões abaixo do nível de observação. Em qualquer dos casos, a anomalia de Bouguer simples tem tendência para exagerar a compensação nas medições efectuadas perto de acidentes topográfico. A correcção de terreno ajusta este excesso de compensação e é um passo essencial na correcção das medições em sítios de relevo intenso ou moderado.

Existem diferentes formas de resolver esta questão. Umas envolvem a divisão da área que se considera ter influência na medição em grelhas (*e.g.* ábaco de Hammer). É calculada a altitude

média de cada célula da grelha e o seu efeito sobre cada uma das leituras é retirado. Outras são mais exaustivas, por exemplo, dividindo o terreno em prismas verticais e calculando o efeito de cada um deles sobre as leituras.

Seja qual for o método usado, o processo de cálculo da anomalia de terreno é muito moroso e só se justifica em casos em que o relevo seja realmente significativo.

Anomalia de Bouguer

A anomalia de Bouguer resulta da diferença entre o valor observado da gravidade, após aplicação das correcções acima mencionadas, e o valor da gravidade normal.

$$\Delta g_b = g^{obs} - g_0 - \text{correcções.} \quad (4.9)$$

Está relacionada com os contrastes de massa volúmica presentes no subsolo, sendo a grandeza relevante para o tratamento de dados de gravimetria para prospecção geofísica.

Separação dos campos regional e residual

Os valores anomalia de Bouguer contêm o contributo de uma tendência regional resultante da presença de estruturas profundas e de grandes dimensões. Estas estruturas atribuem à carta uma assinatura caracterizada por grandes comprimentos de onda, que mascaram as anomalias mais pequenas e superficiais. Torna-se, assim, necessário retirar estes efeitos de forma a evidenciar as estruturas locais relevantes para o estudo em causa, i.e., o denominado campo residual.

Existem vários métodos para o fazer, desde os mais empíricos aos mais analíticos. A *residualização gráfica* consiste numa suavização da anomalia completa, e os *métodos de grelha* admitem que o campo regional resulta da média dos valores da gravidade em cada célula de uma malha definida. Estes métodos estão muito dependentes da sensibilidade do investigador.

A *aproximação a uma superfície* consiste no ajuste do campo a uma superfície polinomial. Considera-se que essa superfície constitui o campo regional e que o erro do ajuste reflecte o campo residual.

A *filtragem por comprimento de onda* resulta da imposição de um limite para o comprimento de onda das anomalias locais, sendo filtradas as anomalias com comprimento de onda superiores. Restam apenas as anomalias atribuídas ao campo residual.

O método do *prolongamento analítico* ascendente consiste no cálculo do campo que seria observado se as medições fossem efectuadas a uma altitude mais elevada, filtrando os comprimentos de onda mais curtos.

Os métodos de separação a usar neste trabalho serão mais aprofundados em capítulos seguintes (ver, e.g., Grant e West, 1965; Dobrin, 1981; Telford *et al.*, 1990; Reynolds, 1998 para uma informação mais pormenorizada).

4.2 - Levantamento gravimétrico na zona de Vila Real-Chaves

4.2.1 - Recolha e tratamento preliminar dos dados

O levantamento dos dados de gravimetria foi levado a cabo pelo Instituto Nacional de Meteorologia e Geofísica em finais da década de 1980 e princípios da década de 1990. Foram efectuadas 5647 leituras cobrindo uma área de cerca de 1580 km² (ver figura 4.2).

De acordo com o Relatório Final do projecto “Evaluation of Geothermal resources between Lamego e Vila Verde da Raia”, foram utilizados dois gravímetros, um “Worden Master” e outro “Lacoste & Romberg”, um microbarómetro “Barolux” para a medição barométrica da altitude, e outro microbarómetro, este “Fuess”, para controlo de maré. O levantamento foi ligado a uma estação de referência local (Chaves, Instituto Geográfico Cadastral) e à rede IGSN71.

Estabeleceram-se 68 bases de forma a obter 103 conexões e 36 polígonos. Para compensar efeitos de variação temporal (deriva do gravímetro e marés), foram efectuadas medições em estações base de duas em duas horas ou, esporadicamente, com um intervalo de três horas.

Na zona norte do levantamento, as medições foram feitas com um espaçamento entre 400 e 500 m. Na zona sul, o espaçamento foi de 700 a 1000 m, exceptuando zonas de muito difícil acesso onde não foram efectuadas leituras.

A localização das estações foi feita por identificação do local em cartas 1:25000 do “Serviço Cartográfico do Exército”, tendo um erro associado de ± 50 m. A determinação da altitude foi feita por medições barométricas confirmadas nas cartas 1:25000. Sempre que possível, estas medições foram comparadas com a informação de marcos geodésicos. Foi considerado que os valores da altitude contêm um erro de ± 2 m.

O erro dos valores da latitude e longitude de 50 m traduz-se num erro na gravidade da ordem de 0.05 mGal, enquanto os 2 m de erro na altitude correspondem a cerca de 0.6 mGal, quando se considera uma densidade de 2.5 g.cm⁻³. As correcções de terreno foram efectuadas segundo o método de Hammer, não existindo, no entanto, registos pormenorizados deste procedimento. Assim, e tendo em consideração estes factores, assumiu-se que estes dados se encontram afectados de um erro que será da ordem dos 0.6 mGal.

4.2.2 - Carta da anomalia de Bouguer

Todo o tratamento preliminar, incluindo correcções de deriva e maré, ar-livre, terreno e Bouguer, dos dados do levantamento gravimétrico, foi efectuado pela equipa que efectuou o levantamento, pelo que os valores com que se iniciou este trabalho se referem já aos valores da anomalia completa de Bouguer.

A carta da anomalia de Bouguer completa, apresentada na figura 4.3, foi construída por interpolação dos dados numa grelha regular com espaçamento de 750 m, utilizando o método do *Inverso da distância a uma potência*. Este método permite estimar o valor do campo nos nós

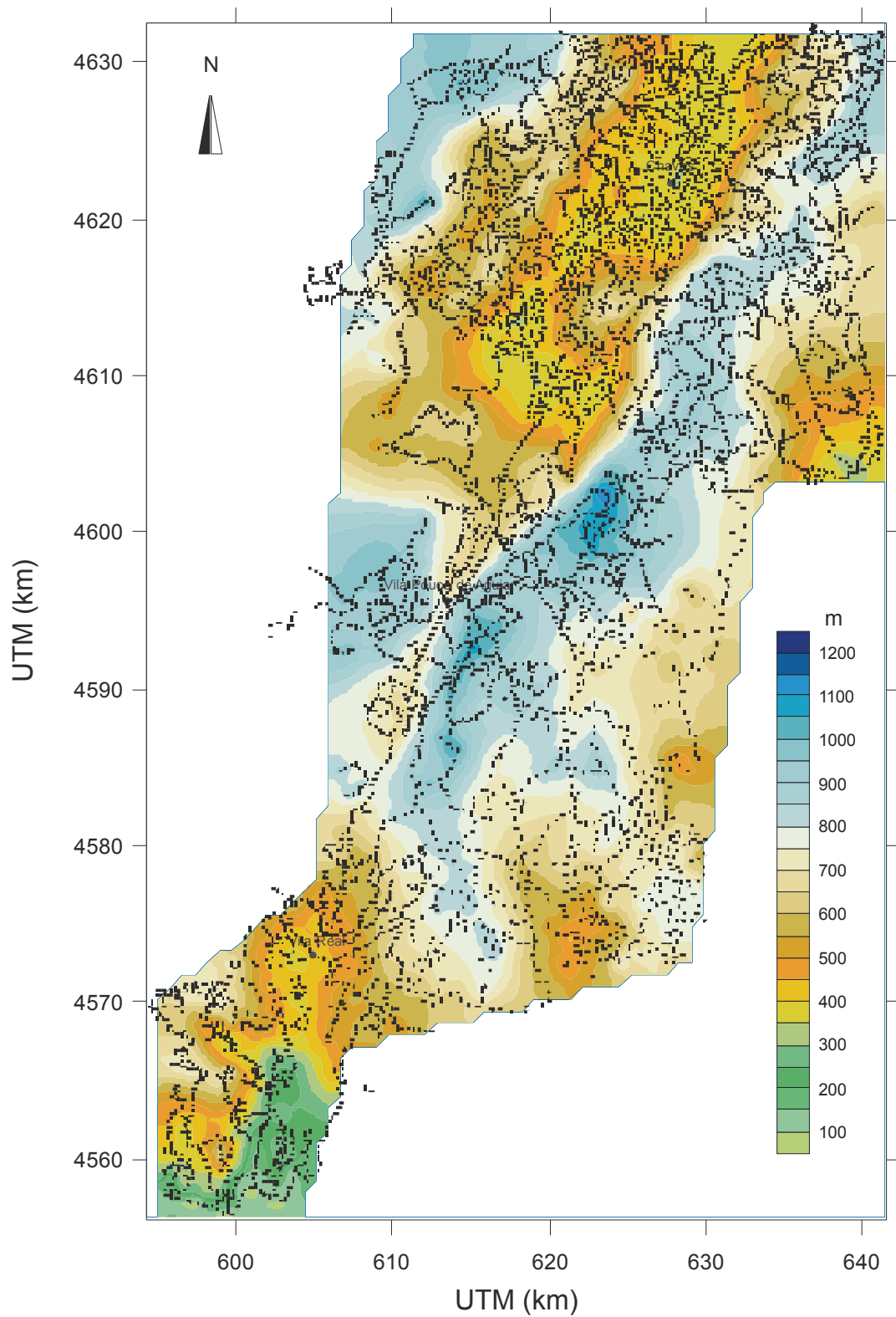


Figura 4.2 - Carta com a topografia do levantamento. Os pontos a preto representam a localização das estações do levantamento gravimétrico.

de uma grelha pesando os dados de acordo com a sua distância a cada nó. Desta forma, a influência que um ponto tem sobre o nodo da grelha diminui quando a distância entre ambos aumenta (Yang *et al.*, 2004). A atribuição de pesos aos dados com base em potências permite controlar a forma de decaimento da influência com a distância, para que, quanto maior o peso, menor a influencia do ponto.

$$\hat{Z}_j = \left(\sum_{i=0}^n \frac{Z_i}{h_{ij}^\beta} \right) \left(\sum_{i=0}^n \frac{1}{h_{ij}^\beta} \right)^{-1}$$

$$h_{ij} = \sqrt{d_{ij}^2 + \delta^2}$$

em que \hat{Z}_j é o valor interpolado para o nodo j , Z_i são os pontos vizinhos, num total de n pontos vizinhos considerados, d_{ij} é a distância entre o nodo j e o ponto vizinho i , β é a potência e δ é o parâmetro de suavização. A superfície resultante depende, assim, da potência β e do número de vizinhos n considerados. Neste caso, aproximou-se a uma potência de 2. O parâmetro de suavização δ tem como propósito a limitação da influência que um ponto poderá ter para o cálculo dos valores interpolados. Neste caso, esta componente foi colocada a zero.

O valor do espaçamento da grelha (750 m) foi escolhido tendo em consideração os espaçamentos máximos e mínimos entre estações de forma que a grelha obtida representasse, o mais detalhadamente possível, o campo real, evitando interpolações abusivas, passíveis de gerar falsas anomalias.

Para quantificar a importância que o erro do levantamento, discutido no capítulo anterior, terá sobre os dados, calculou-se, para cada leitura, qual a percentagem a que corresponde 0.6 mGal. Depois, calculou-se a média destas percentagens, tendo-se chegado ao valor de 1.49%.

Para facilitar a análise da carta da anomalia completa de Bouguer, representada na figura 4.3, foram-lhe sobrepostos os contactos litológicos mais relevantes para a escala do levantamento, simplificados da carta geológica à escala 1:200000 do Instituto Geológico e Mineiro.

Observando a carta com a anomalia completa de Bouguer é evidente a anomalia gerada pela bacia de Chaves. De facto, na zona NE da carta, e coincidindo com o local dos depósitos sedimentares (Q), encontra-se uma forte anomalia negativa, a qual representa uma diminuição de cerca de 20 mGal relativamente à média da carta, e que estará relacionada com a menor densidade do material que enche a bacia.

Não são visíveis diferenças entre as assinaturas gravimétricas dos granitos de duas micas (G2M) sintectónicos e pós-tectónicosⁱⁱⁱ. No entanto, o prolongamento para NE da anomalia relacionada com a bacia de Chaves parece indicar que os granitos biotíticos (GB) terão uma assinatura gravimétrica negativa relativamente aos granitos de duas micas. Esta relação não parece tão

ⁱⁱⁱ Por não serem revelados pela gravimetria e para evitar excesso de informação, esses contactos não se encontram representados na figura 4.3.

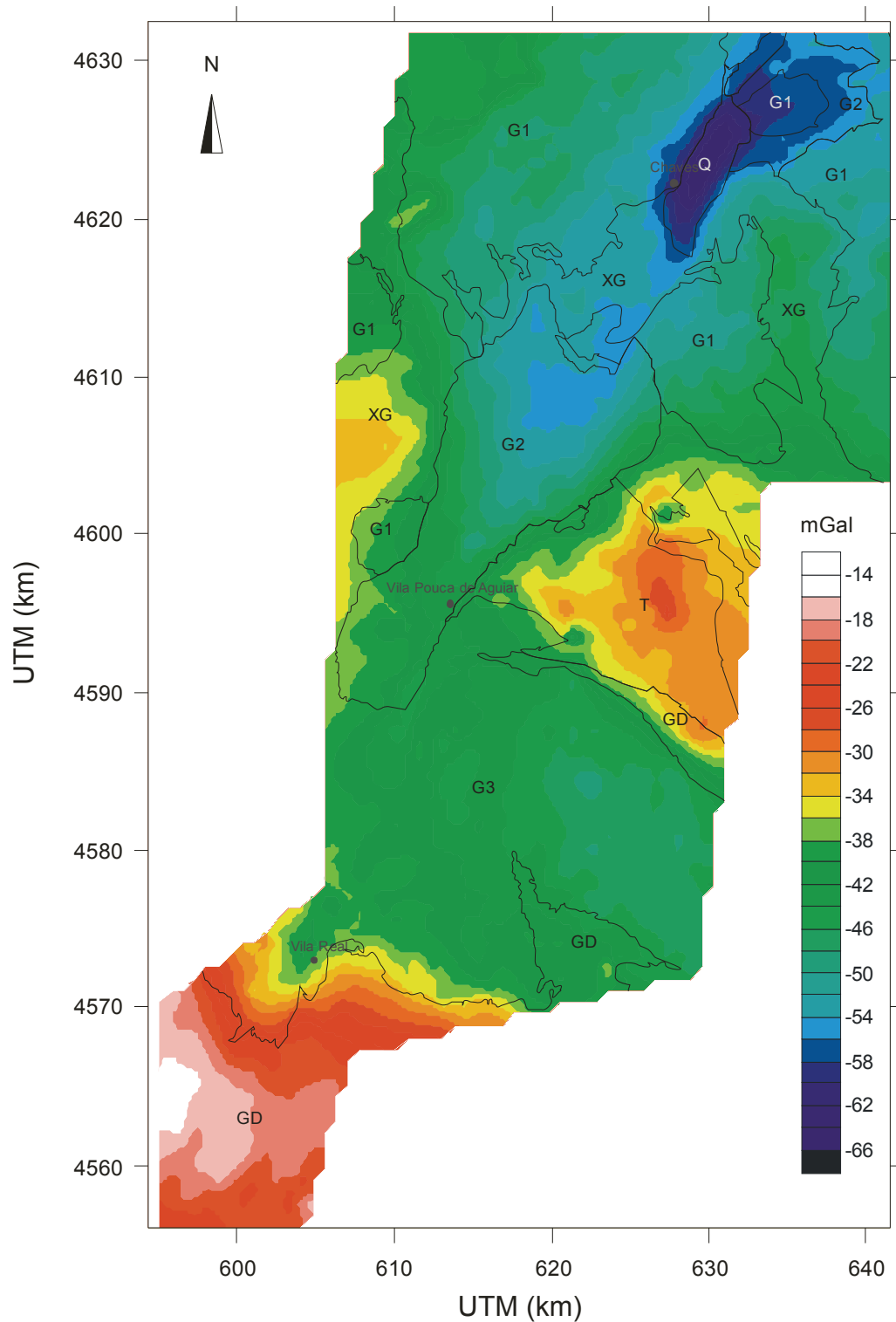


Figura 4.3 - Carta da anomalia de Bouguer completa com sobreposição dos contactos litológicos mais significativos: G1 – Granitos hercínicos sintectónicos; G2 – Granitos hercínicos pós-tectónicos; XG – Xistos e grauvaques do Silúrico; GD – Formações do Grupo do Douro; T - Sequência turbidítica; Q – Depósitos sedimentares do quaternário (simplificado da carta geológica na escala 1:200000 do Instituto Geológico e Mineiro).

evidente quando se analisa a mancha de granito biotítico que ocupa a parte central deste levantamento.

A sequência turbidítica da Formação de Santos e Curros (T) tem uma assinatura gravimétrica marcadamente positiva relativamente à média do levantamento. O mesmo se passa com a formação do Grupo do Douro (GD), cuja fronteira litológica acompanha claramente um forte gradiente gravimétrico.

4.2.3 - Separação dos campos regional e residual

Os valores da carta de anomalia de Bouguer, representados na figura 4.3, contêm o contributo de uma tendência regional resultante da presença de estruturas profundas e de grandes dimensões. Estas estruturas atribuem à carta uma assinatura caracterizada por grandes comprimentos de onda, que mascaram as anomalias mais pequenas e superficiais. Torna-se, assim, necessário retirar estes efeitos por forma a evidenciar as estruturas locais relevantes para este estudo. Existem vários métodos para o fazer, desde os mais empíricos aos mais analíticos (ver, *e.g.*, Grant e West, 1965; Dobrin, 1981; Telford *et al.*, 1990; Reynolds, 1998).

No presente trabalho foram considerados os métodos de *filtragem por comprimento de onda*, *prolongamento analítico ascendente* e *ajuste a um polinómio*. Os resultados obtidos foram posteriormente analisados qualitativamente, tendo-se seleccionado, para a sequência do trabalho, o resultado da separação que aparentava maior coerência.

4.2.3.1 - Filtragem por comprimento de onda

Como já foi mencionado, o campo regional caracteriza-se por estruturas de elevado comprimento de onda. Desta forma, a utilização de um filtro passa-baixo permite isolar as anomalias de maior comprimento de onda que traduzem o campo regional.

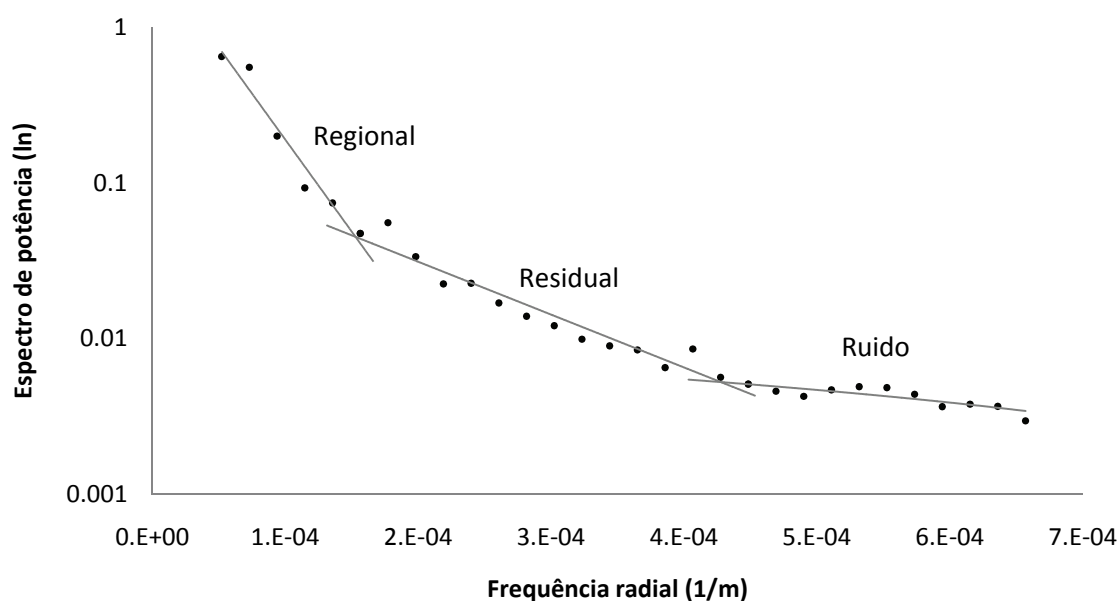


Figura 4.4 - Gráfico do espectro radial de potência do levantamento gravimétrico da zona de Chaves.

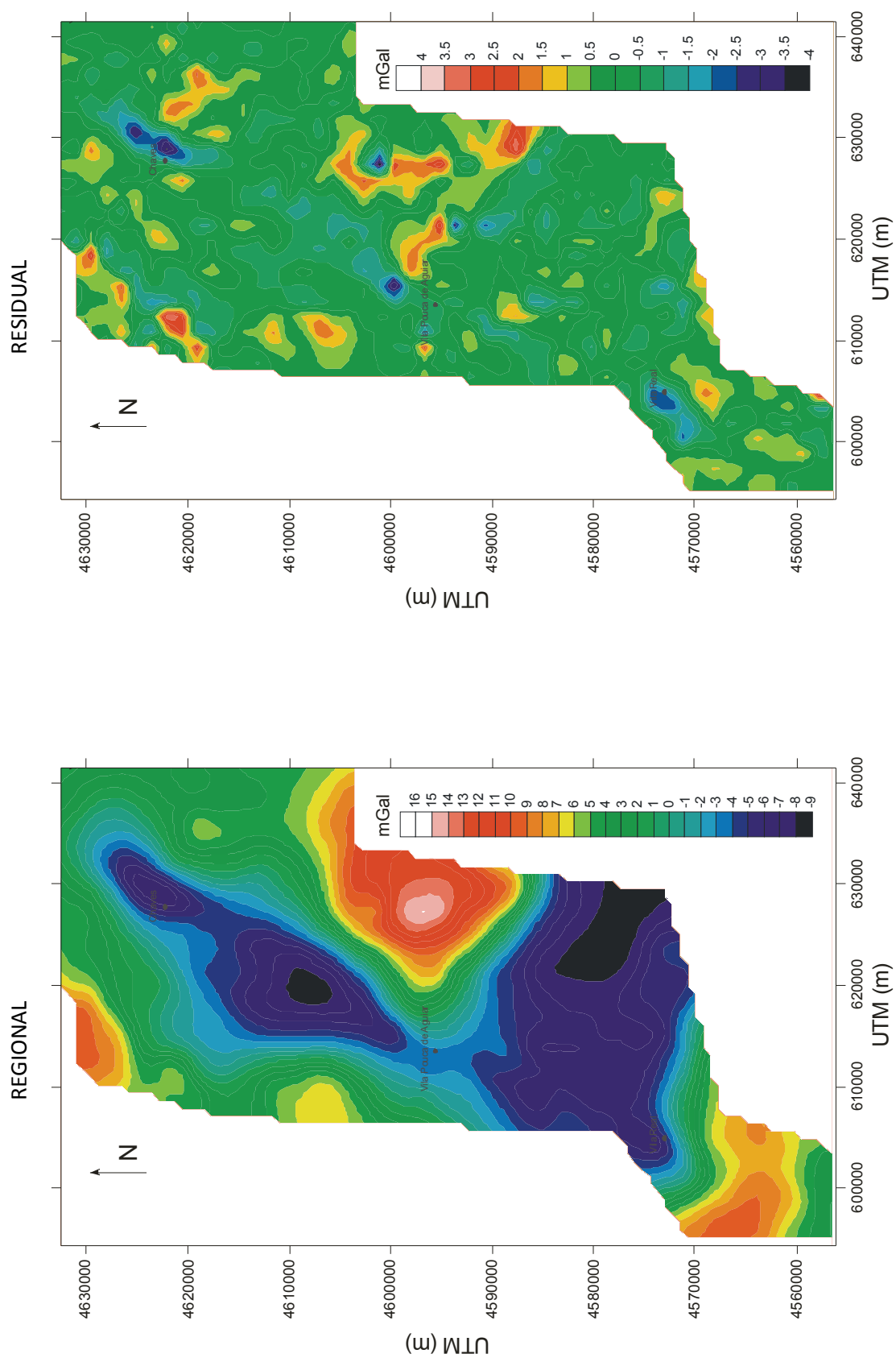


Figura 4.5 – Separação dos campos regional e residual por filtragem de comprimentos de onda superiores a 6540 m.

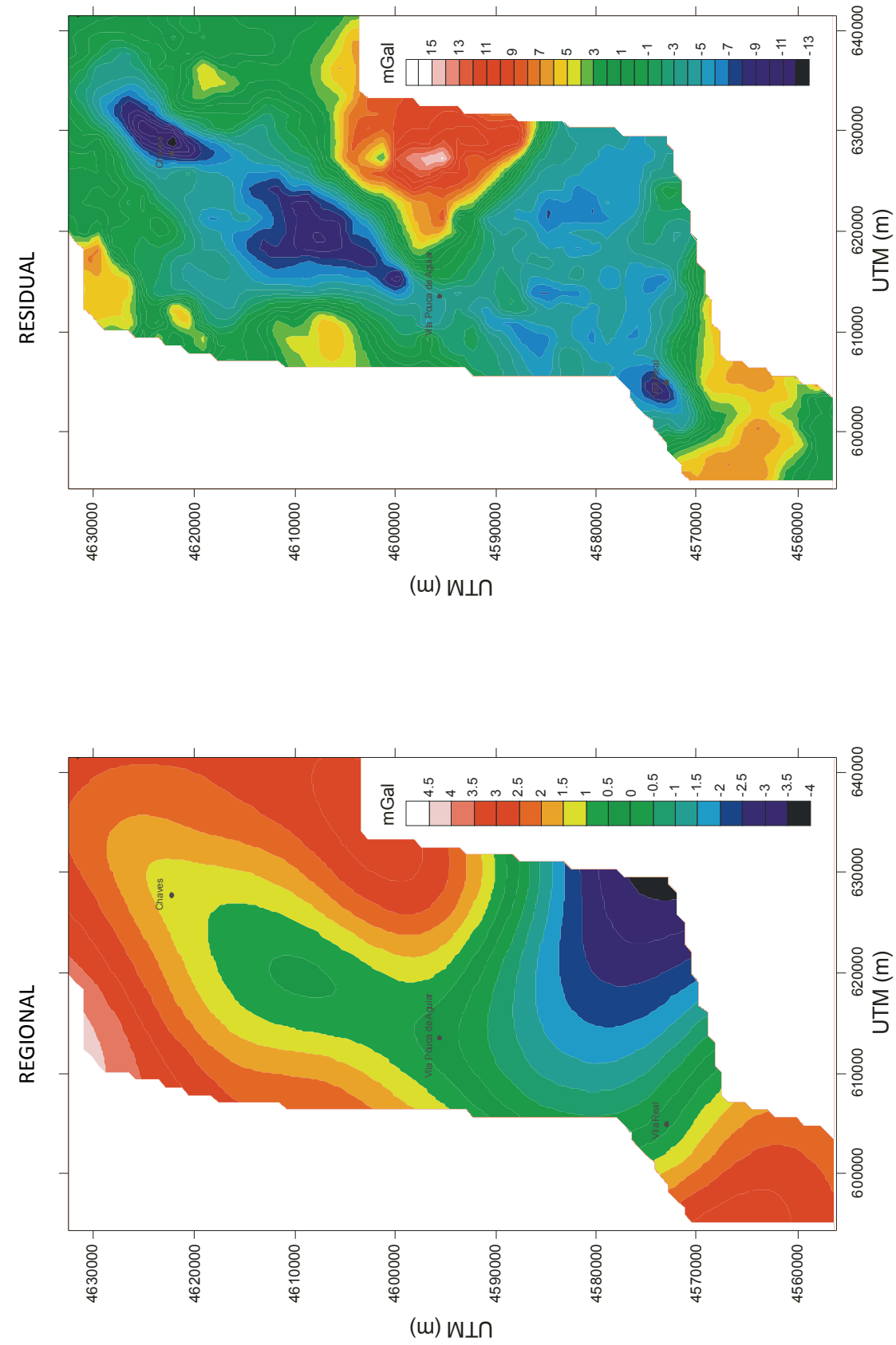


Figura 4.6 – Separação dos campos regional e residual por filtragem de comprimentos de onda superiores a 70 000 m.

Para estimar o comprimento de onda que se considerará fazer a transição entre o campo regional e o campo residual recorreu-se ao gráfico do espectro de potências representado na figura 4.4. De facto, o espectro de potências de um levantamento gravimétrico pode, regra geral, ser dividido em segmentos que poderão ser aproximados a segmentos de recta. Nos números de onda baixos considera-se estar representado o campo regional, enquanto nos números de onda mais elevados reflectem o ruído nos dados. Os números de onda intermédios estarão associados ao campo residual (Gupta e Ramani, 1980).

Segundo esta hipótese, a figura 4.4 indica que o campo regional é caracterizado por números de onda inferiores a $1.53 \times 10^{-4} \text{ m}^{-1}$, ou seja, um comprimento de onda superior a cerca de 6540 m. No entanto, quando se procedeu à aplicação deste método à zona em estudo (figura 4.5), verificou-se que esta separação retira quase todas as anomalias significativas do levantamento. Este facto dever-se-á à fraca representatividade do campo regional no levantamento, que fará com que este esteja mal representado no espectro de potência.

Testando outros comprimentos de onda, verificou-se que uma separação por um comprimento de onda da ordem dos 70 km produz um resultado mais coerente, como se pode observar na figura 4.6. No entanto, este valor é arbitrário, não se tendo encontrado um fundamento científico que o justifique.

4.2.3.2 - Prolongamento analítico

O prolongamento analítico é uma técnica que permite simular o campo que se observaria se as medições fossem efectuadas a outra altitude (Grant e West, 1965; Telford *et al.*, 1990; Naidu e Mathew, 1998; Reynolds, 1998). Porque o campo gravítico obedece à equação de Laplace, conhecendo esse campo numa superfície é possível extrapolá-lo para uma outra qualquer superfície, desde que entre as duas não exista massa.

Este procedimento pode ser aplicado tanto em prolongamento ascendentes como descendentes, isto é, para níveis superiores ou níveis inferiores ao nível da superfície conhecida. O primeiro caso tem como efeito a filtragem das anomalias de pequeno comprimento de onda, enquanto o segundo as evidencia, logo, é o prolongamento ascendente aquele que permite revelar o campo regional.

A aplicação deste método aos dados de Chaves revelou-se ineficaz, devido às especificidades da carta da anomalia de Bouguer. Um prolongamento a uma altitude de 3000 m ainda contém uma porção significativa da anomalia originada pela bacia de Chaves (ver figura 4.7). No entanto um prolongamento a uma altitude superior não terá significado, dada a extensão do levantamento.

Esta dificuldade em isolar os grandes comprimentos de onda deve-se à já referida fraca amostragem do campo regional, estando o levantamento muito dominado pelas anomalias locais. Para resolver este problema seria necessário efectuar mais medições em pontos afastados da zona de interesse, principalmente a norte e a este do levantamento, por forma a permitir uma melhor definição dos maiores comprimentos de onda.

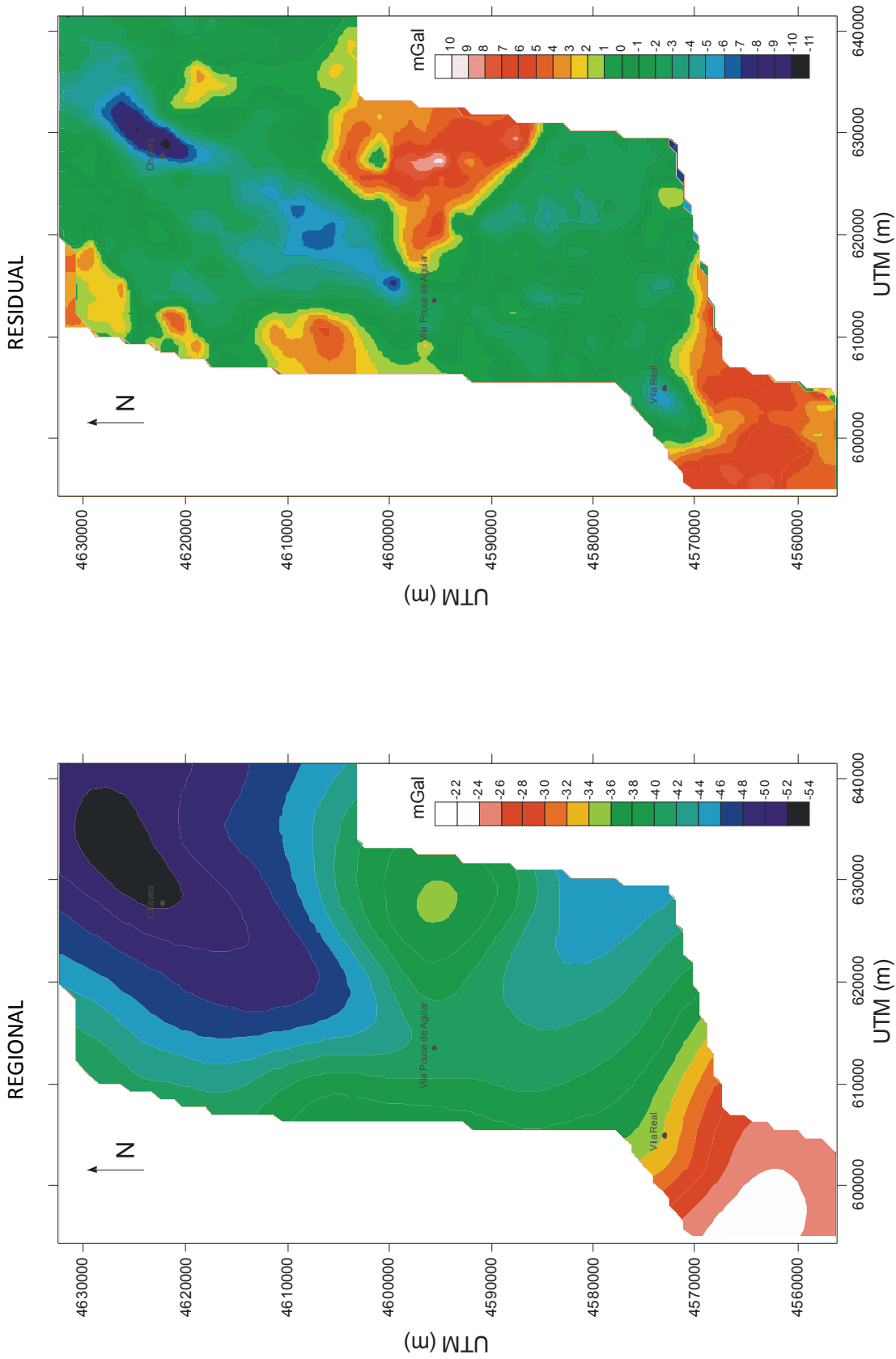


Figura 4.7 – Separação dos campos regional e residual por prolongamento analítico a uma altitude de 3000 m.

4.2.3.3 - Ajuste de um polinómio

Uma forma, talvez a mais utilizada, de cálculo do campo regional consiste no ajuste de uma superfície polinomial ao campo completo. Esta superfície, habitualmente de baixo grau, traduzirá a forma do campo regional. O grau do polinómio será maior quanto maior for a complexidade do campo observado, e deverá ser escolhido tendo em consideração a dimensão e espaçamento da amostragem, e as estruturas existentes na região (Dobrin, 1981). É de notar que a superfície deverá ter uma geometria que não absorva as estruturas locais, que se pretende sejam objecto de estudo.

No caso dos dados da região de Chaves, foram aplicadas três regressões polinomiais, gerando as superfícies aqui denominadas S_1 , S_2 e S_3 , respectivamente com a forma

$$z_{S_1}(x, y) = A_{00}^{S_1} + A_{10}^{S_1}x + A_{01}^{S_1}y$$

$$z_{S_2}(x, y) = A_{00}^{S_2} + A_{10}^{S_2}x + A_{01}^{S_2}y + A_{11}^{S_2}xy$$

$$z_{S_3}(x, y) = A_{00}^{S_3} + A_{10}^{S_3}x + A_{20}^{S_3}x^2 + A_{01}^{S_3}y + A_{02}^{S_3}y^2 + A_{11}^{S_3}xy$$

e cujos coeficientes são apresentados na tabela 4.1. A sua geometria pode ser observada nas figuras 4.8, 4.9 e 4.10, juntamente com as cartas das anomalias residuais obtidas com a subtracção de cada uma das superfícies polinomiais à carta de Bouguer apresentada na figura 4.3.

Uma análise qualitativa das três superfícies e do seu efeito quando aplicadas à carta de Bouguer levou à eleição da superfície S_1 como aquela que melhor representará o campo regional. Esta selecção teve por base o facto de se considerar que, tanto a superfície S_2 como a superfície S_3 se encontram muito influenciadas pelas pequenas estruturas locais, sendo que a sua adopção implicaria uma considerável, e não desejável, dissimulação da anomalia gerada pelas mesmas.

Tabela 4.1 – Coeficientes calculados para cada uma das superfícies, S_1 , S_2 e S_3 , geradas como aproximação ao campo regional

	S_1	S_2	S_3
A_{00}	1436.0966349715	20566.750146643	35025.755656277
$A_{01} (x10^{-2})$	-0.0279879500840	-0.44375306705885	-1.5878569049769
$A_{10} (x10^{-2})$	-0.03088875929558	-3.1397389560767	0.68156099468769
$A_{11} (x10^{-9})$	-	6.7560484252406	-9.0652055871197
$A_{02} (x10^{-9})$	-	-	2.3102488282624
$A_{20} (x10^{-8})$	-	-	2.7869408582019

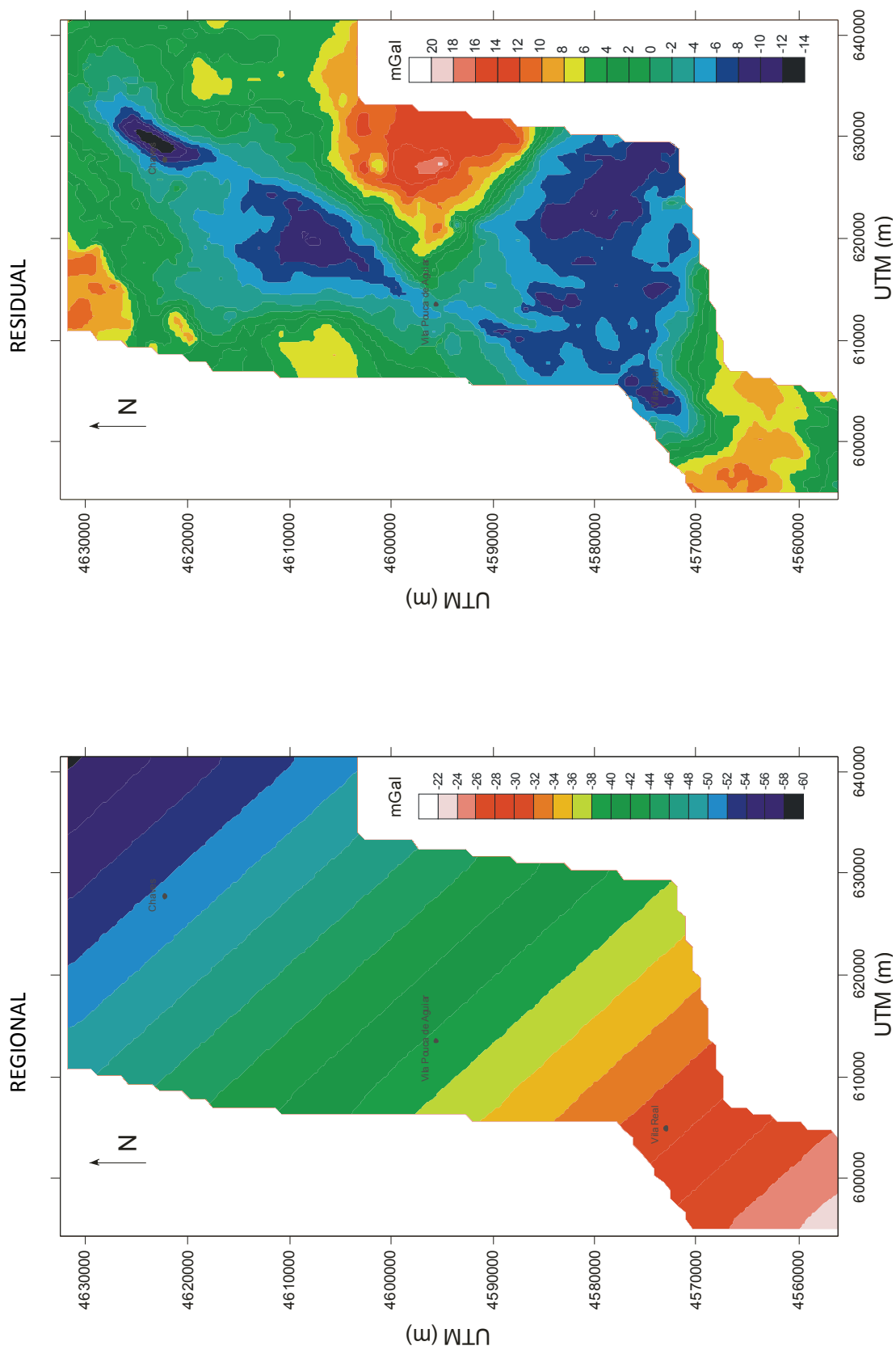


Figura 4.8 – Separação dos campos regional e residual por ajuste a uma superfície planar simples.

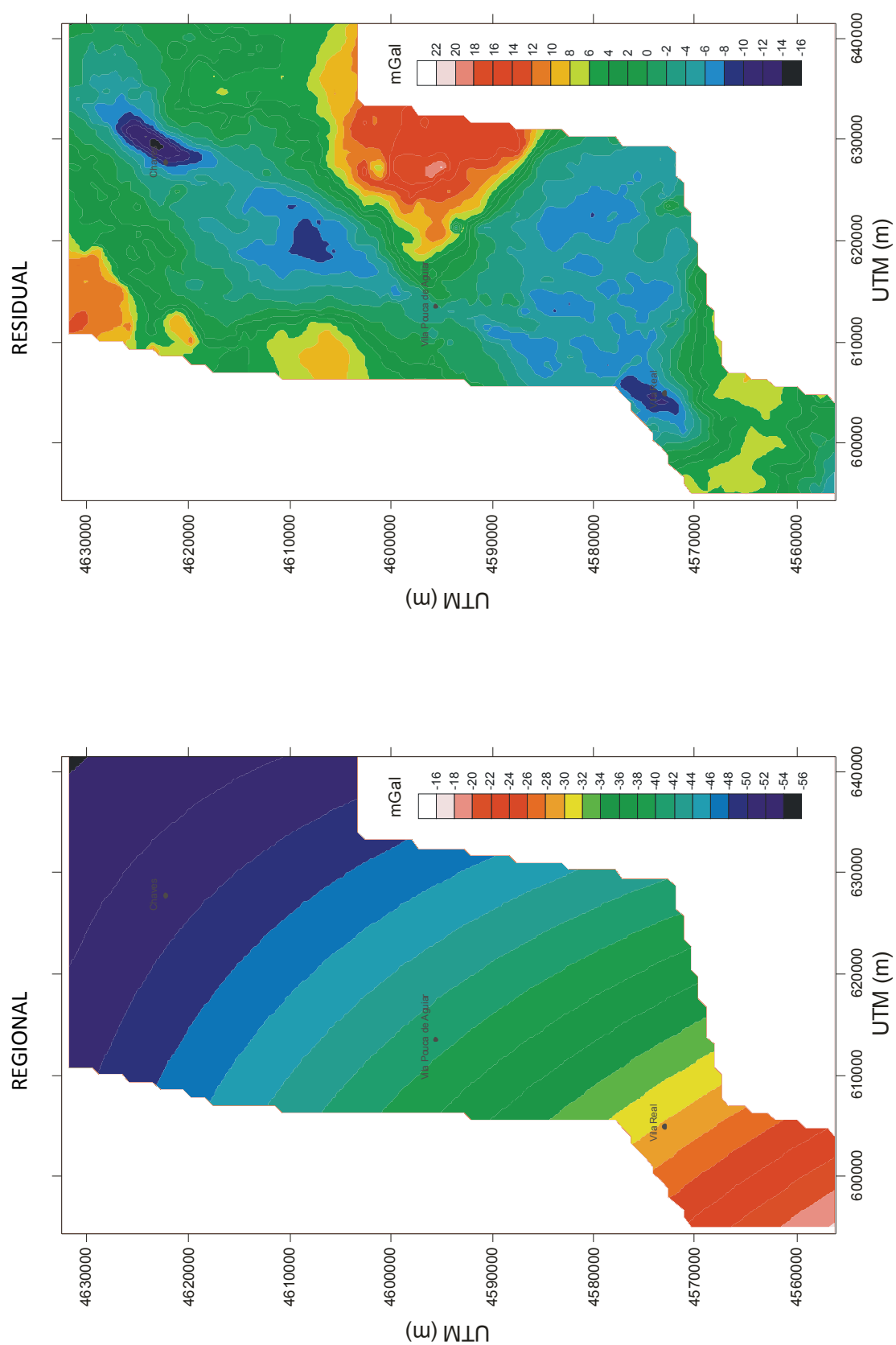


Figura 4.9 – Separação dos campos regional e residual por ajuste a uma superfície de sela bi-linear.

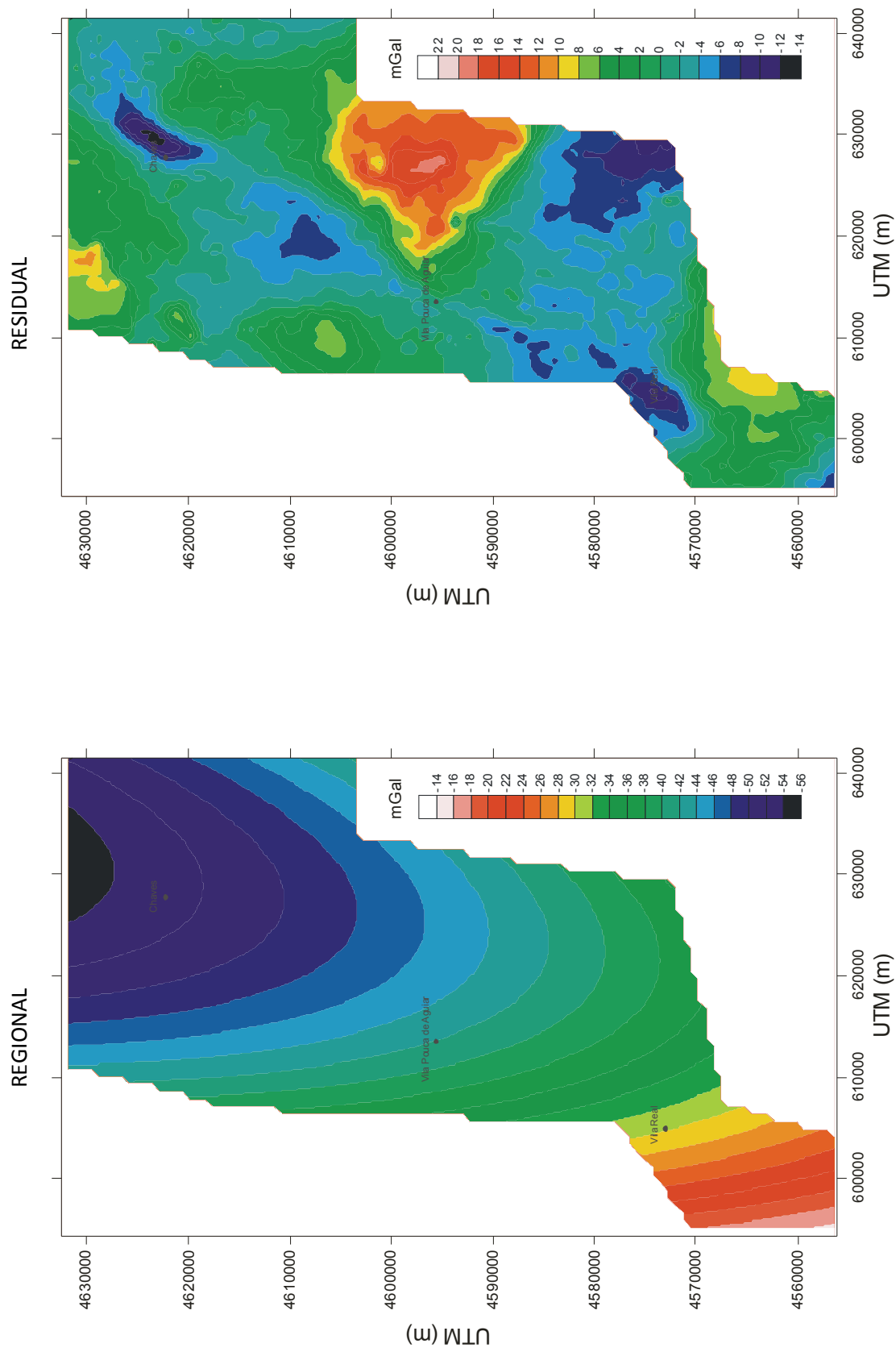


Figura 4.10 – Separação dos campos regional e residual por ajuste a uma superfície quadrática.

4.2.3.4 - Considerações

A separação do campo regional é um problema muito dependente do caso em consideração, sendo necessário levar em conta questões como a dimensão de levantamento e a representatividade das diferentes estruturas a analisar. Pretende-se que a separação permita o isolamento das estruturas anómalas, mas sem provocar um efeito de atenuação. Acaba por ser também um processo marcadamente empírico, dado que depende da sensibilidade de cada investigador a decisão do melhor método e parâmetros a usar.

Neste caso, a obtenção de um campo regional satisfatório não foi, de forma alguma, uma tarefa fácil, dado que o levantamento se encontra muito marcado pelas anomalias locais. Uma observação crítica das cartas obtidas nos subcapítulos anteriores levou à conclusão de que o campo regional não se encontra representado de forma satisfatória. De facto, notou-se a falta de uma amostragem do campo gravítico em zonas mais periféricas, principalmente nas direcções este, oeste e norte da área de estudo. Assim, a área do levantamento encontra-se fortemente dominada pelas anomalias locais provocadas pelas formações sedimentares, sendo difícil o estudo aprofundado do campo regional.

Desta forma, considerou-se que a separação por ajuste a um plano é aquela que menos reflecte esta característica do levantamento. Será, portanto, o campo residual resultante desta separação aquele a utilizar nas fases seguintes deste trabalho.

4.2.4 - Estudos sobre a carta do campo residual

A análise do campo residual permite ter uma ideia preliminar relativamente às estruturas geradoras das anomalias do campo gravítico. Assim, foram efectuadas algumas operações sobre esta carta por forma a melhor evidenciar essas estruturas.

Com este exercício pretende-se determinar as características e potencialidades do levantamento gravimétrico, e determinar até que ponto este reflecte de forma satisfatória a geologia do local.

4.2.4.1 - Derivadas direccionais

A derivada do campo gravítico segundo uma dada direcção u ,

$$D_u g = \frac{\partial g}{\partial u}$$

permite observar o comportamento do campo ao longo da direcção u . De facto, a derivada atingirá máximos ou mínimos nas zonas onde o contraste de densidades for mais acentuado, permitindo, assim, salientar contactos perpendiculares à direcção de derivação.

As cartas das derivadas S-N e E-W da zona em estudo podem ser observadas, respectivamente, nas figuras 4.11 e 4.12. Nelas se pode observar a presença marcada de estruturas com orientação NE-SW, bem como estruturas, se bem que menos marcadas, com direcção aproximada NW-SE.

Assim, e tendo-se efectuado uma medição aproximada da atitude das anomalias em causa, foram calculadas duas cartas de derivadas direccionais, uma com direcção N60°E e outra com direcção N30°W. Os resultados encontram-se representados nas figuras 4.13 e 4.14. A primeira

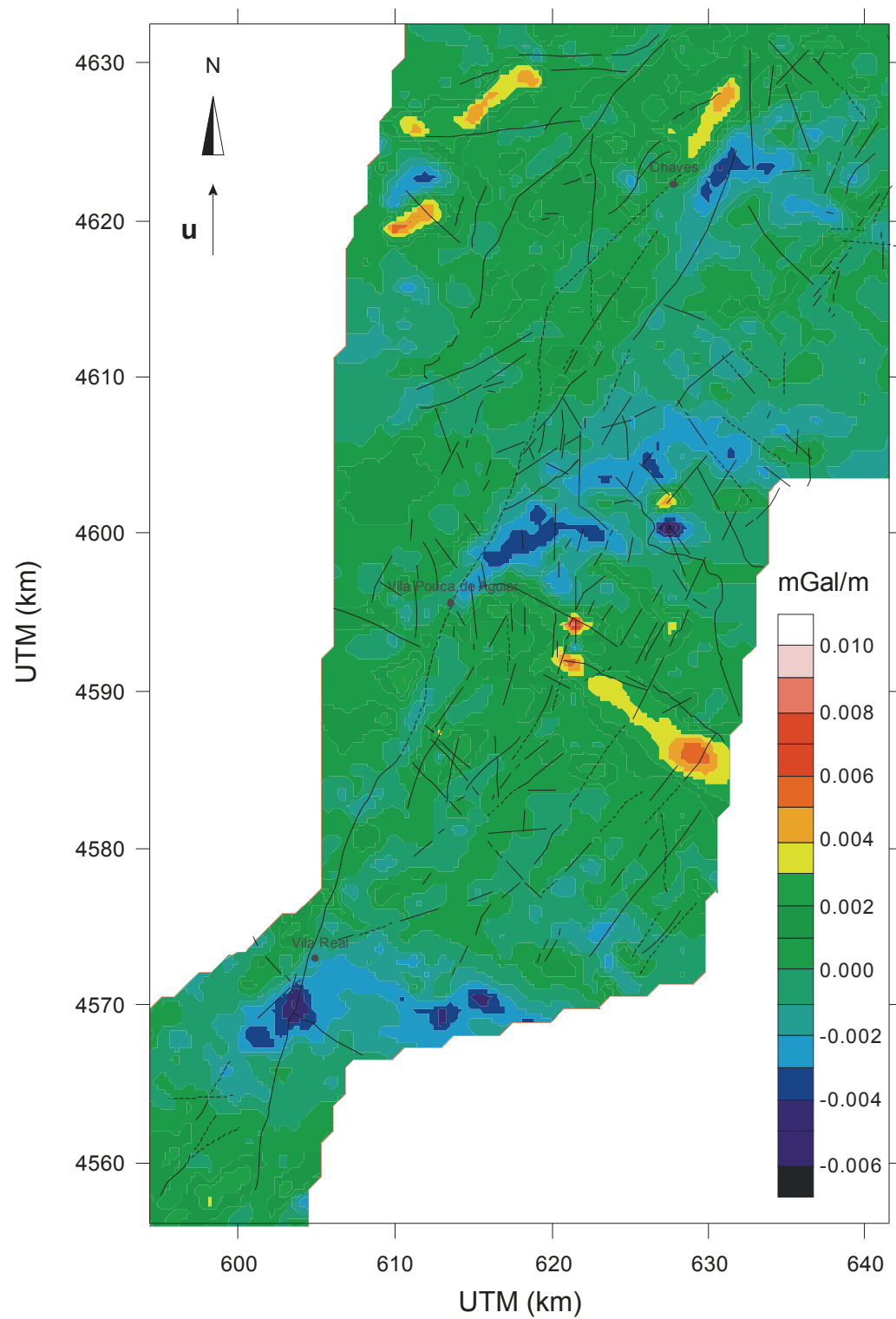


Figura 4.11 - Derivada horizontal S-N do campo residual. As linhas a negro representam as falhas indicadas na carta geológica na escala 1:200000 do Instituto Geológico e Mineiro.

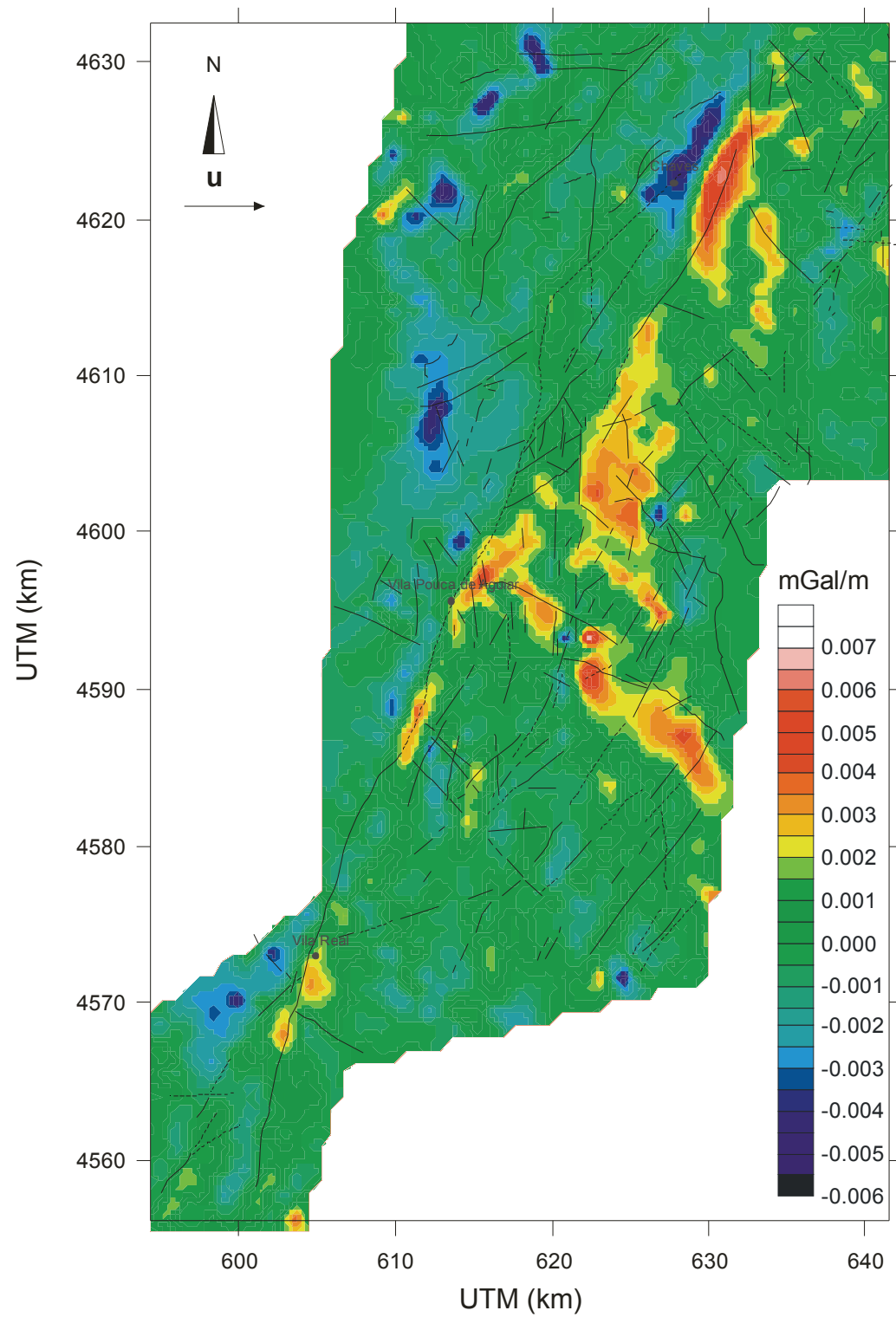


Figura 4.12 - Derivada horizontal W-E do campo residual. As linhas a negro representam as falhas indicadas na carta na carta geológica na escala 1:200000 do Instituto Geológico e Mineiro.

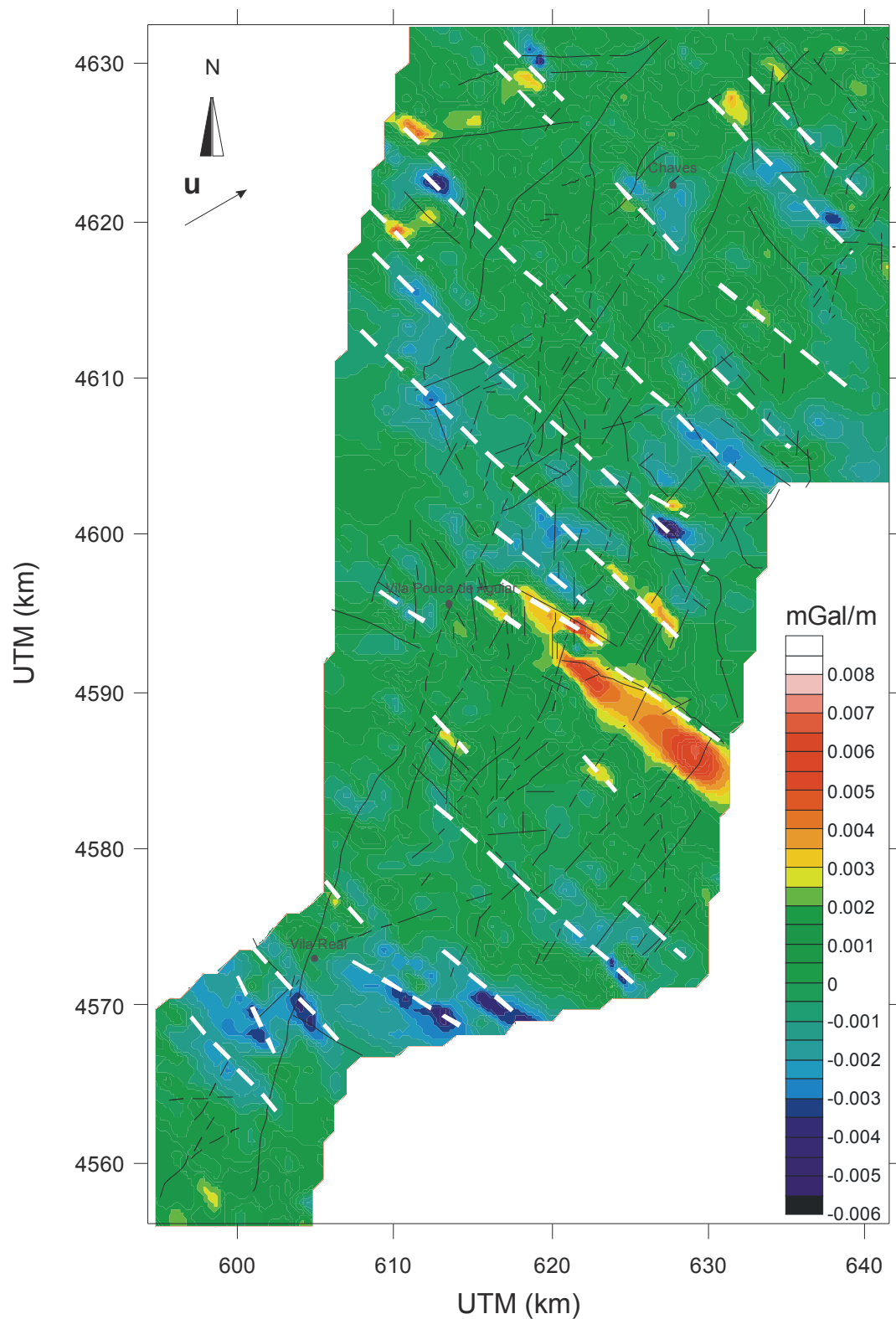


Figura 4.13 - Derivada horizontal N60ºE do campo residual. As linhas a negro representam as falhas indicadas na carta geológica na escala 1:200000 do Instituto Geológico e Mineiro. As linhas a branco representam as prováveis falhas por interpretação da carta da derivada.

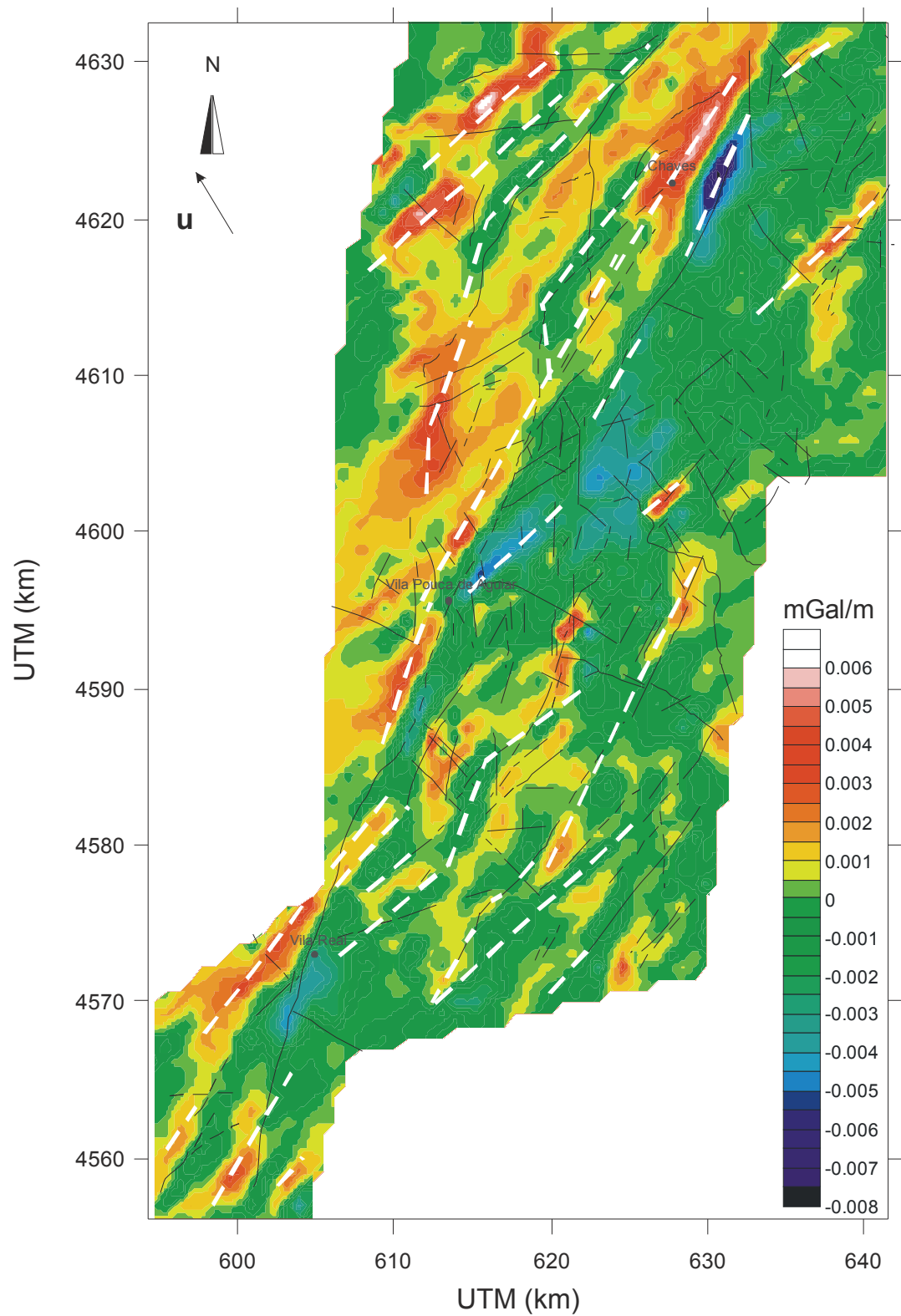


Figura 4.14 - Derivada horizontal N30°W do campo residual. As linhas a negro representam as falhas indicadas na carta geológica na escala 1:200000 do Instituto Geológico e Mineiro. As linhas a branco representam as prováveis falhas por interpretação da carta da derivada.

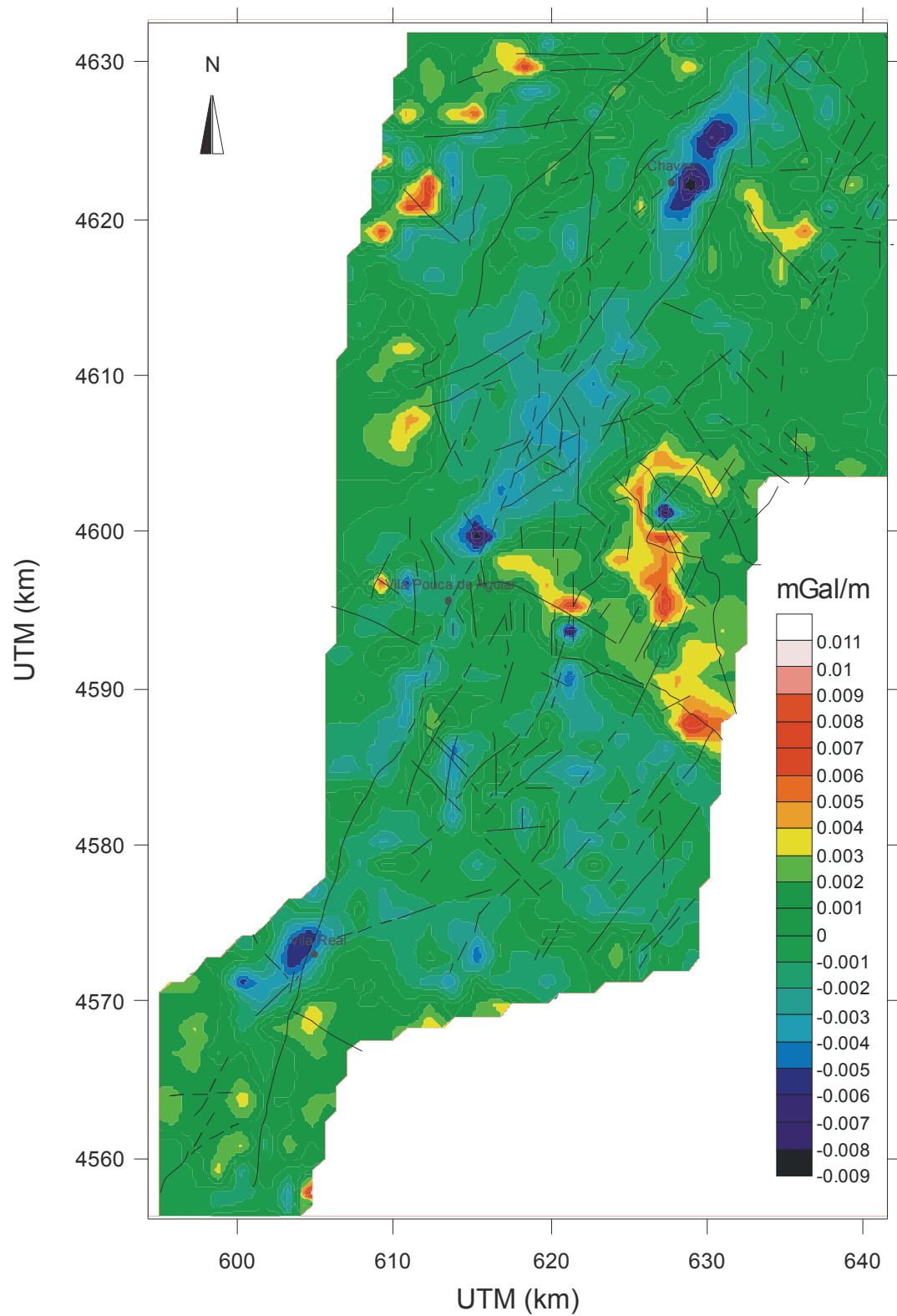


Figura 4.15 - Derivada vertical do campo residual. As linhas a negro representam as falhas indicadas na carta geológica na escala 1:200000 do Instituto Geológico e Mineiro.

revela que, de facto, existe um conjunto de anomalias com atitude NW-SE. No entanto, este é consideravelmente menos vincado do que o conjunto revelado na segunda, a qual é dominada por estruturas com direcção NE-SW.

Uma análise de cada uma destas cartas permite comprovar a existência da maior parte das falhas indicadas na carta geológica na escala 1:200000 do Instituto Geológico e Mineiro, incluindo, e de forma muito evidente, a zona de falha de Vila Real - Verin.

4.2.4.2 - Derivada vertical

A derivada vertical pode ser considerada como a variação dos valores da anomalia quando se procede a um prolongamento ascendente do campo, tendo como efeito o acentuar de anomalias de menor comprimento de onda e atenuando as de maior comprimento de onda. Apesar de ter uma interpretação visual menos óbvia do que as derivadas horizontais, a derivada vertical pode ser útil, na medida em que salienta descontinuidade na anomalia, permitindo a localização horizontal de centros de massa anómalos (Saad, 2006).

Verifica-se que as bacias de Chaves e de Vila Real se encontram bem marcadas na carta da derivada vertical do campo gravítico (figura 4.15). Um pouco a norte de Vila Pouca de Aguiar, e igualmente situada no traço da zona da falha de Vila Real - Verin, encontra-se uma anomalia semelhante às citadas, que poderá estar associada a alguma estrutura profunda. No entanto, não existem evidências superficiais da mesma.

Existem ainda outras estruturas identificáveis a partir desta carta. No entanto, a sua caracterização ultrapassa o âmbito e objectivos deste trabalho.

4.2.4.3 - Gradiente horizontal

A amplitude do gradiente horizontal da gravidade

$$\|\nabla g\| = \sqrt{\left(\frac{\partial g}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial y}\right)^2}$$

conjuga as derivadas direccionais segundo as direcções x e y, permitindo uma análise mais global e uma mais fácil localização de limites de corpos anómalos e outras estruturas com marcada componente vertical. Nestas cartas é possível analisar o declive das anomalias, identificando as zonas mais inclinadas com máximos, e as zonas mais planas com mínimos (Saad, 2006).

A carta da figura 4.16 reflecte as principais estruturas já referidas anteriormente.

4.2.4.4 - Amplitude do sinal analítico

A amplitude do sinal analítico, ou amplitude do gradiente total,

$$AS(g) = \sqrt{\left(\frac{\partial g}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial z}\right)^2}$$

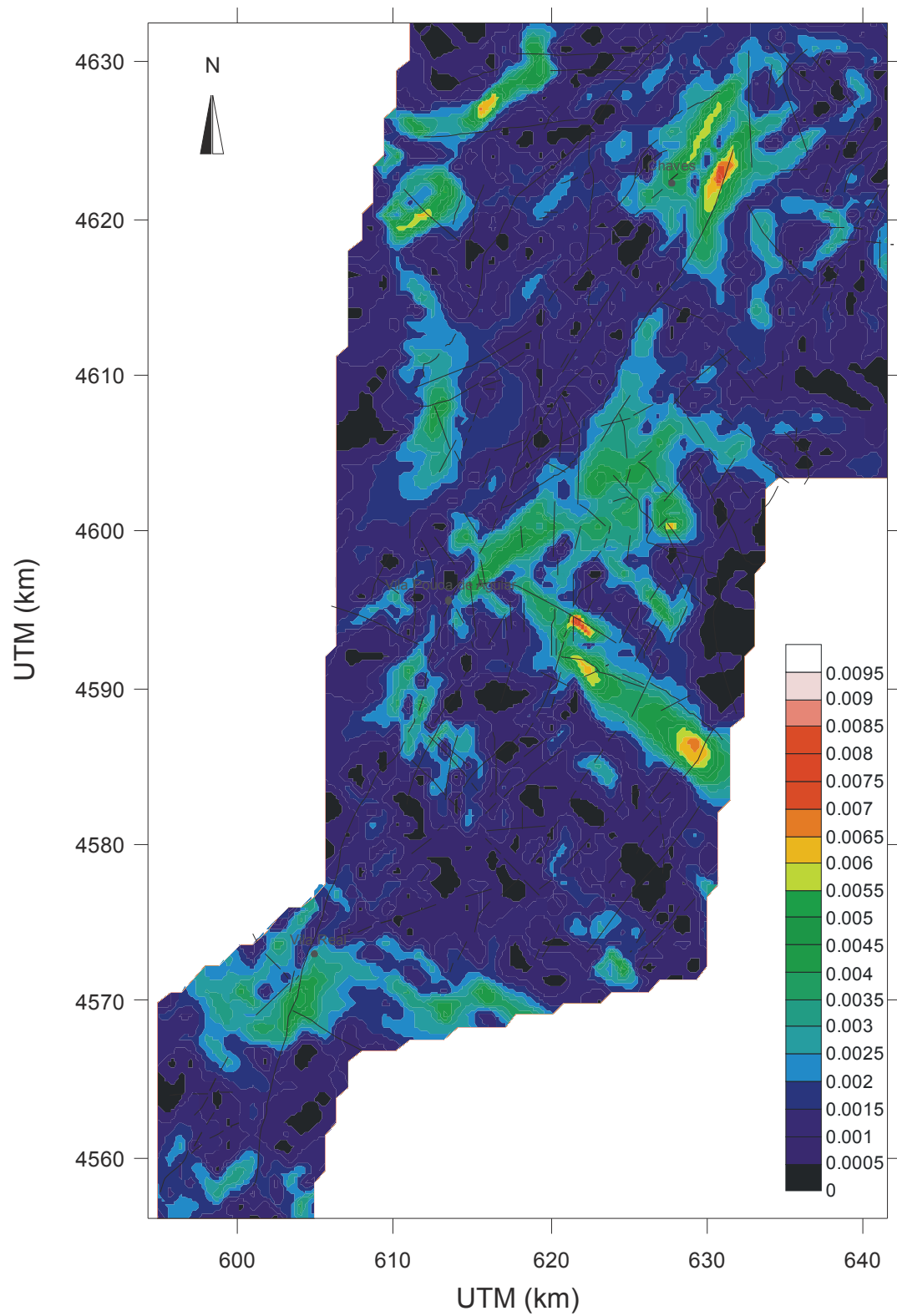


Figura 4.16 - Amplitude do gradiente horizontal do campo residual. As linhas a negro representam as falhas indicadas na carta geológica na escala 1:200000 do Instituto Geológico e Mineiro. As linhas a branco representam as prováveis falhas por interpretação da carta da derivada.

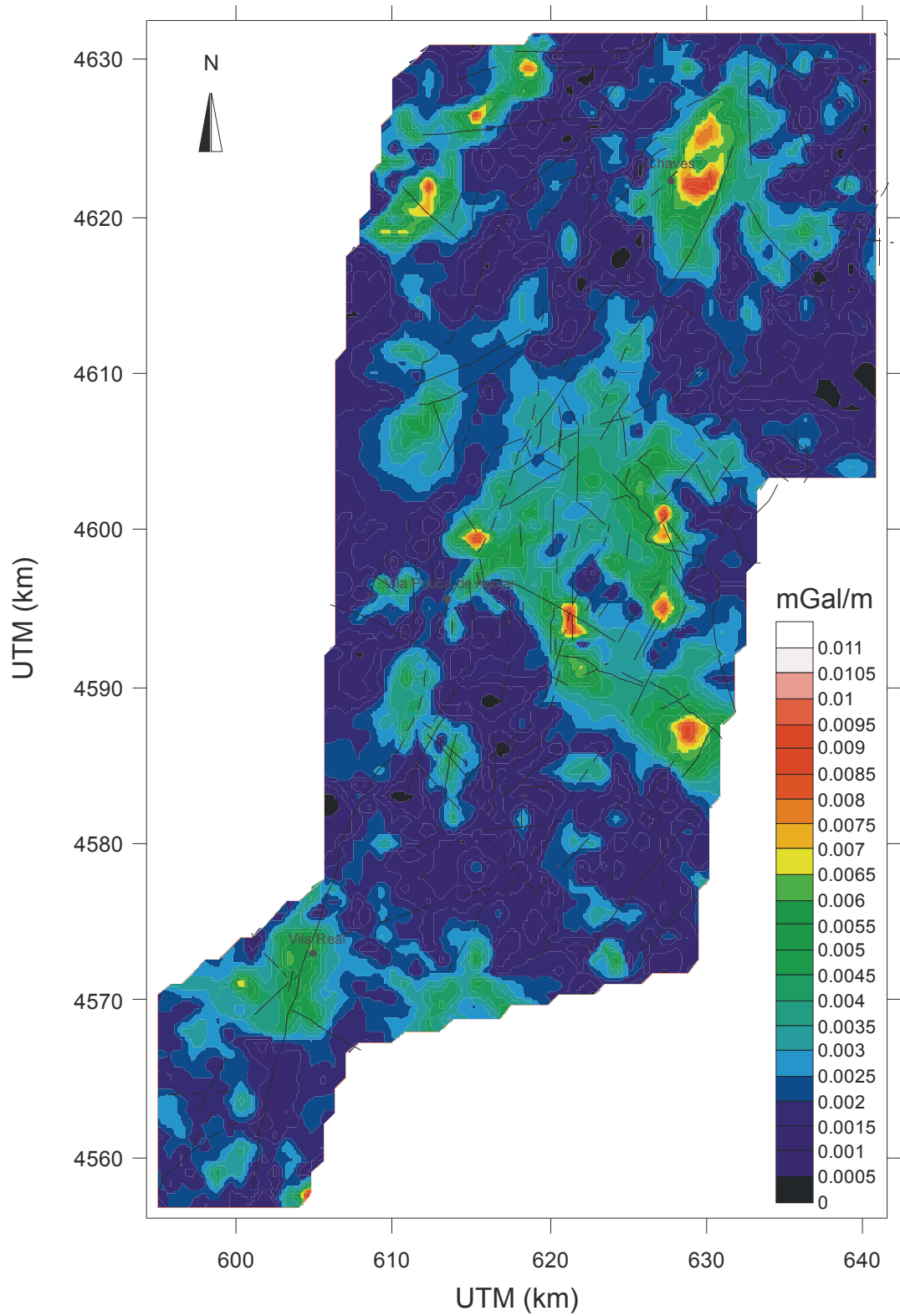


Figura 4.17 - Amplitude do gradiente (sinal analítico) do campo residual. As linhas a negro representam as falhas indicadas na carta geológica na escala 1:200000 do Instituto Geológico e Mineiro. As linhas a branco representam as prováveis falhas por interpretação da carta da derivada.

acrescenta ao gradiente horizontal a informação obtida pela derivação vertical. Isto pode tornar o resultado mais complexo e menos intuitivo, no entanto poderá ter utilidade já que incorpora tanto a informação de contrastes verticais como informação sobre as suas profundidades.

É uma ferramenta muito usada para análise de dados de geomagnetismo, já que a sua forma sobre estruturas lineares é independente de parâmetros como a direcção de magnetização (Roest et al., 1992).

A carta da figura 4.17 reflecte as principais estruturas já referidas anteriormente.

4.2.4.5 - Considerações

Quando o que se pretende é estudar aprofundadamente os locais do levantamento, estas técnicas são muito úteis, na medida em que permitem a identificação de muitas estruturas geológicas. No entanto cada uma tem as suas características e limitações específicas, tornando-se proveitoso proceder a uma análise conjunta de todas elas, por forma a integrar toda a informação numa só interpretação.

No caso específico do presente trabalho apenas se pretende aferir a qualidade dos dados e a informação que é possível retirar dos mesmos, já que nunca foram trabalhados de forma aprofundada.

Analisando as ferramentas apresentadas e comparando os resultados com os conhecimento já existentes sobre o local, pode-se assumir que, apesar do erro médio de 0.6 mGal de que padecem, estes dados reflectem bastante bem as estruturas identificadas, particularmente a bacia de Chaves, já que será esta a estrutura a considerar no seguimento deste trabalho.

4.3 - Levantamento gravimétrico na zona de Sinai-Egipto

4.3.1 - Recolha e tratamento preliminar dos dados

O levantamento dos dados gravimétricos nesta área do NW da península de Sinai, no Egipto, foi levado a cabo com o intuito de detectar os elementos estruturais pouco profundos que controlam a presença de água no subsolo.

Segundo Sultan e El Sorady (2001), a área de estudo foi coberta por 131 estações gravimétricas. Os valores foram adquiridos usando um gravímetro CG-3 Autograv (Sintrex) com resolução de 0.01 mGal. As diferentes correcções efectuadas sobre os dados (*e.g.* deriva, maré, latitude, ar livre, Bouguer e correcções topográficas) foram calculadas usando um programa especializado, Geosoft (1994).

Os dados de Bouguer completo nos pontos medidos não se encontravam disponíveis para a realização deste trabalho. Apenas se teve acesso às cartas de anomalia de Bouguer completa, regional e residual, interpoladas numa malha de 500 m. Não se conhecem informações sobre o tipo de método utilizado na interpolação.

4.3.2 - Carta da anomalia de Bouguer

A carta de anomalia de Bouguer é apresentada na figura 4.18. Os valores de anomalia observados são relativamente baixos, revelando anomalias pouco intensas nas zonas central e ocidental da carta. Como não se conhece a referência usada como base do levantamento, não é possível tirar elações sobre os valores presentes na carta.

Na região oriental é de notar duas anomalias, uma positiva e outra negativa. Estas anomalias estão mal definidas por se encontrarem no extremo da carta, principalmente no caso da anomalia negativa. Também, porque não se teve acesso às localizações das leituras originais, não é possível determinar se todas estas anomalias estão bem representadas.

Sultan e El Sorady (2001) apresentam o espectro de potência do levantamento (figura 4.19). Este é um gráfico típico de levantamentos gravimétricos observando-se três partes distintas: uma parte referente às estruturas profundas e regionais a uma profundidade aproximada de 6450 m, uma referente às estruturas mais superficiais locais a uma profundidade aproximada de 1340 m, e uma referente ao ruído.

4.3.3 - Separação dos campos regional e residual

Como já foi mencionado, os dados de gravimetria da zona acima identificada a que se teve acesso encontravam-se interpolados numa grelha com um espaçamento de 500 m. Esta

Uma interpolação deste tipo tem grades possibilidades de gerar anomalias espúrias que se confundem com anomalias reais. Desta forma, não foi possível proceder-se a um estudo muito

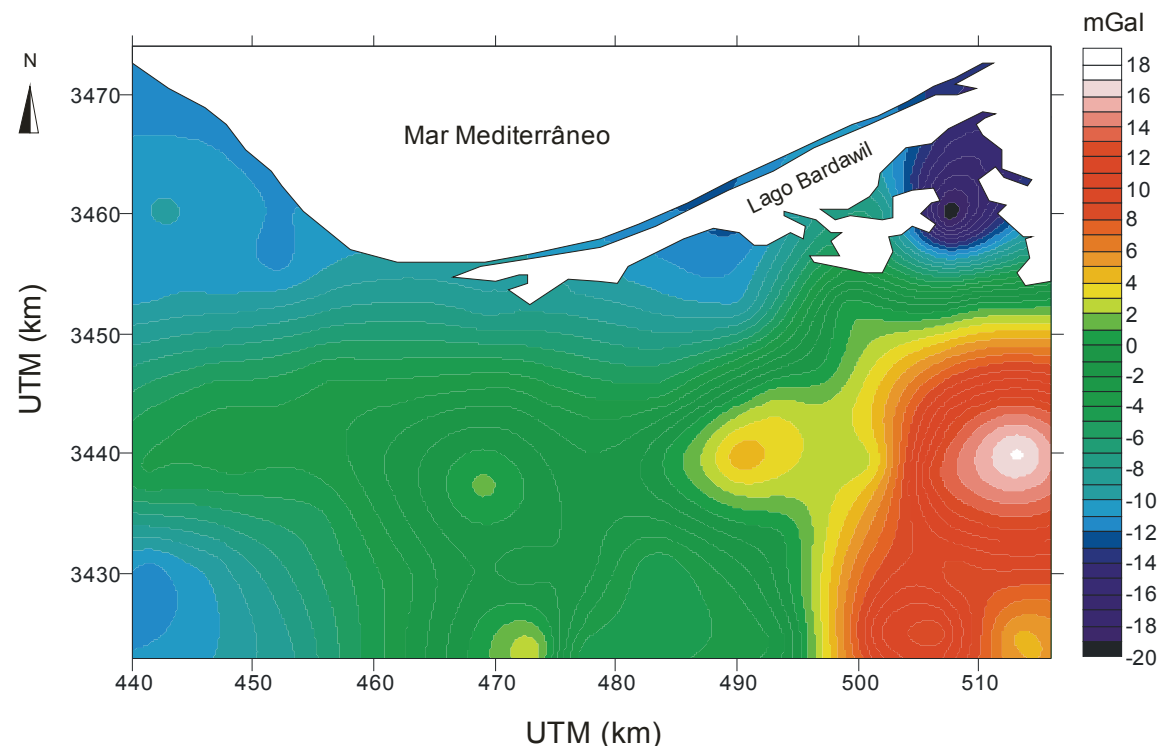


Figura 4.18 - Carta da anomalia de Bouguer completa da zona de Romana, no Egito (Sultan e El Sorady, 2001).

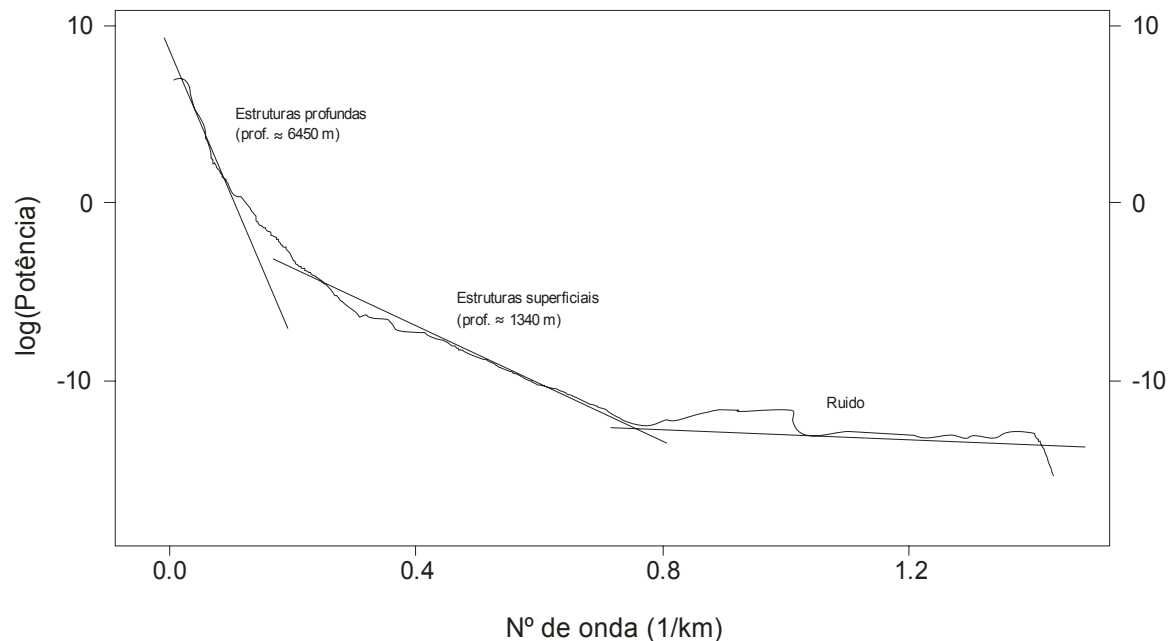


Figura 4.19 - Gráfico do espectro radial de potência do levantamento gravimétrico da zona de Romana, Sinai (adaptado de Sultan e El Sorady, 2001).

aprofundados da carta de anomalias, e adoptou-se a separação regional/residual apresentada por Sultan e El Sorady (2001).

De acordo com os autores, a separação foi feita por filtragem dos números de onda inferiores a 0.0351 km^{-1} , *i.e.*, comprimentos de onda superiores a 28.5 km. Os resultados encontram-se representados nas figuras 4.20 e 4.21.

A carta da anomalia regional (figura 4.20) indica que as estruturas profundas serão mais superficiais na zona sudeste da carta, tornando-se mais profundas na direcção norte.

Na carta de anomalia residual (figura 4.21) observa-se uma zona de anomalias positivas que atravessa a parte central do mapa com direcção E-W. Admite-se que esta anomalia corresponde a uma elevação da base calcária (soco).

4.3.4 - Considerações

O facto de, no âmbito deste trabalho, não se ter tido acesso aos dados originais do levantamento gravimétrico na zona de Romana constituiu uma grande limitação ao trabalho que foi possível realizar sobre os dados e a informação que se pode retirar dos mesmos. De facto, a interpolação efectuada foi muito fina, não permitindo uma confiança plena nos resultados obtidos. Não é possível, por exemplo, descortinar se algumas das anomalias mais intensas, como o caso da anomalia negativa presente no canto NW do levantamento, se tratam de anomalias geológicas reais, ou se são apenas resultantes de algum ponto anómalo.

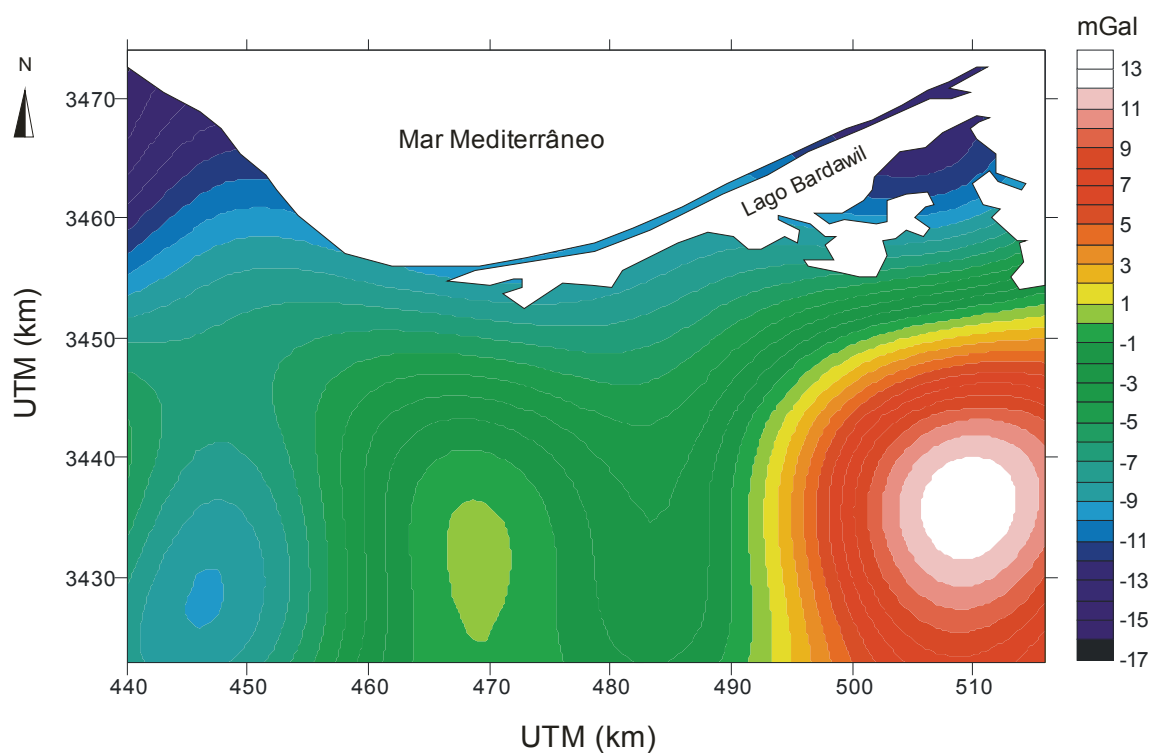


Figura 4.20 - Campo regional da zona de Romana, no Egípto, calculado por filtragem de números de onda inferiores a 0.0351 km^{-1} (Sultan e El Sorady, 2001).

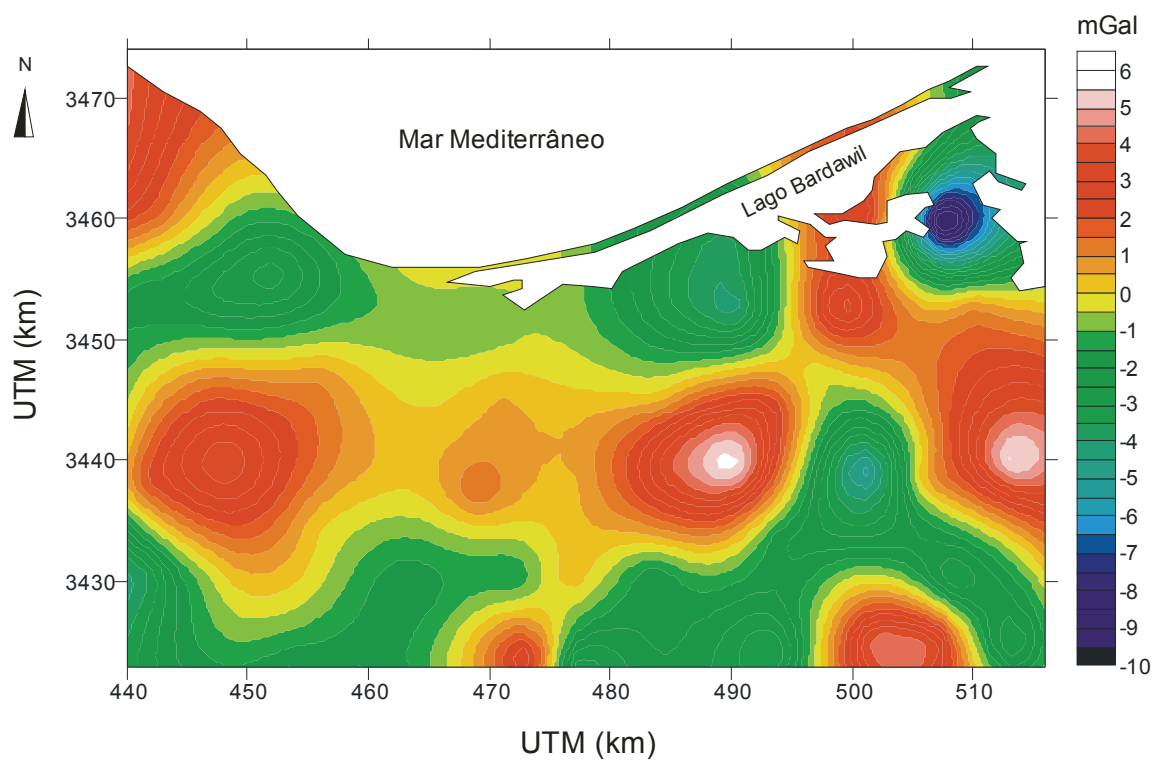


Figura 4.21 - Campo residual da zona de Romana, no Egípto, calculado por filtragem de números de onda superiores a 0.0351 km^{-1} (Sultan e El Sorady, 2001).

Mesmo considerando todas as limitações destes dados, optou-se pela sua utilização neste trabalho, dada a dificuldade em encontrar locais cobertos por dados de gravimetria e de SEV, e que, simultaneamente, tenho uma geologia que se adeque aos métodos desenvolvidos neste trabalho.

5

RESISTIVIDADE

Os métodos de resistividade baseiam-se na aplicação de um campo eléctrico através de uma fonte de corrente artificial no solo, e na observação da forma como aquele se estabelece no meio. O procedimento consiste na injeção de corrente através de eléctrodos e leitura da diferença de potencial resultante em outros eléctrodos. É assim possível calcular a resistividade aparente do subsolo.

A resistividade aparente consiste na resistividade observada, resultante das diferentes estruturas que a corrente atravessa no seu percurso. O objectivo da interpretação dos dados recolhidos é conseguir isolar e identificar cada uma dessas estruturas.

Os valores de resistividade aparente, bem como a resolução dos dados, são dependentes, além do material, da geometria do dispositivo usado, isto é, a forma como os eléctrodos de injeção e de leitura são dispostos no campo. Existem muitos dispositivos vulgarmente usados, como os dispositivos de *Wenner*, *Shlumberger*, polo-polo, polo-dipolo, dipolo-dipolo, rectângulo, entre outros. Não se pretende neste trabalho fazer uma exposição exaustiva de cada um deles. Apenas se descreverá sucintamente aquele usado para recolher os dados utilizados, i.e., o dispositivo *Shlumberger*.

5.1 - Equação de domínio

A lei de Ohm diz que a densidade de corrente J é dada por

$$J = \sigma E \quad (5.1)$$

onde E é a intensidade do campo eléctrico e σ é a condutividade do meio. No caso mais geral de um meio anisotrópico, σ é um tensor. Por simplificação, neste caso considera-se um meio isotrópico, em que σ é escalar.

Como o campo é considerado estacionário, pode-se definir um potencial escalar V tal que

$$E = -\nabla V, \quad (5.2)$$

e introduzindo em (5.1) vem

$$J = \sigma \nabla V. \quad (5.3)$$

Quando não existem fontes presentes, e devido ao princípio de conservação de cargas eléctricas, tem-se que

$$\nabla \cdot J = 0. \quad (5.4)$$

e logo, conjugando com (5.2) e (5.3),

$$-\nabla \cdot \sigma \nabla V = 0. \quad (5.5)$$

Quando existem fontes/sumidouros, a divergência da densidade de corrente não é nula, e então

$$-\nabla \cdot \sigma \nabla V = \nabla \cdot J. \quad (5.6)$$

Esta é a equação de domínio que rege o comportamento do potencial eléctrico num meio isotrópico de condutividade σ .

No caso de uma fonte de corrente pontual, com intensidade I e aplicada no ponto $Q(r_0)$

$$\nabla \cdot J = -I\delta(r - r_0), \quad (5.7)$$

sendo δ o símbolo para o delta de Dirac.

5.2 - O potencial gerado por fontes pontuais

5.2.1 - Meio homogéneo

Num meio isotrópico com condutividade uniforme,

$$LapV = 0 \quad (5.8)$$

de onde se pode deduzir, assumindo a simetria esférica do campo, que o potencial gerado por uma fonte pontual à superfície de um meio com resistividade ρ , e lido num determinado ponto P a uma distância r_p da fonte, será dado por (ver, *e.g.*, Grant e West, 1965)

$$V(P) = \frac{I\rho}{2\pi r_p} \quad (5.9)$$

e, no caso de duas fontes A e B (sendo B negativa),

$$V(P) = \frac{I\rho}{2\pi} \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right) \quad (5.10)$$

5.2.2 - Meio estratificado

Considere-se um meio constituído por camadas horizontais, limitadas por superfícies planas, e cada uma com propriedades eléctricas homogéneas e isotrópicas (figura 5.1).

Neste caso, o campo não possui simetria esférica, sendo necessário encontrar uma solução para (5.8) que satisfaça as condições de continuidade entre camadas. Recorrendo a um sistema de coordenadas cilíndricas $P(r, \vartheta, z)$,

$$LapV = \frac{\partial^2 V}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial r} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0. \quad (5.11)$$

Note-se que o potencial não depende de ϑ . Adoptando o método de separação de variáveis,

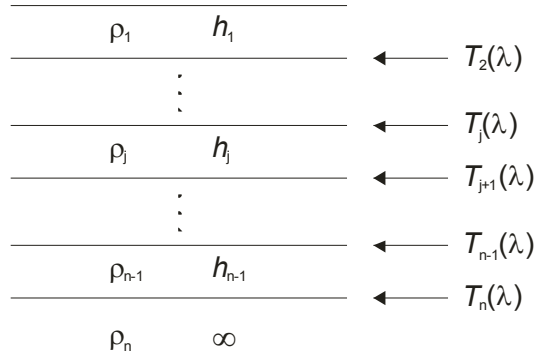


Figura 5.1 – Meio constituído por n camadas horizontais, cada uma com resistividade ρ_j e espessura h_j (adaptado de Meju, 1998)

$$V(r, z) = R(r)Z(z) \quad (5.12)$$

tem-se que

$$LapV = Z \frac{\partial^2 R}{\partial r^2} + \frac{Z}{r} \frac{\partial R}{\partial r} + R \frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} = 0. \quad (5.13)$$

Daqui pode escrever-se

$$\frac{1}{R} \left(\frac{\partial^2 R}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial R}{\partial r} \right) = -\lambda^2 \quad (5.14a)$$

$$\frac{1}{Z} \frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} = \lambda^2. \quad (5.14b)$$

A equação 5.14a tem como soluções as funções de Bessel de primeira e segunda espécie de ordem zero, J_0 e Y_0 respectivamente. No entanto, só a função J_0 tem condições para ser uma solução relevante para este problema, dado que a função Y_0 tende a infinito para valores pequenos.

A equação 5.14b tem duas soluções: $e^{-\lambda z}$ e $e^{\lambda z}$. A solução geral da equação de Laplace, para pontos afastados da fonte, será uma combinação linear das três soluções, isto é

$$V(r, z) = \int_0^\infty [C(\lambda)e^{-\lambda z} + D(\lambda)e^{\lambda z}] J_0(\lambda r) d\lambda. \quad (5.15)$$

Introduzindo o termo referente à proximidade à fonte tem-se, para a camada mais superficial,

$$V_1(r, z) = \frac{I\rho_1}{2\pi r_p} + \int_0^\infty [C_1(\lambda)e^{-\lambda z} + D_1(\lambda)e^{\lambda z}] J_0(\lambda r) d\lambda. \quad (5.16)$$

Sendo r_p a distância do ponto P à fonte, tem-se que $r_p = (r^2 + z^2)^{-1/2}$, e pode aplicar-se o integral de Weber-Lipschitz

$$\frac{1}{(r^2 + z^2)^{1/2}} = \int_0^\infty e^{-\lambda z} J_0(\lambda r) d\lambda, \quad (5.17)$$

ficando

$$V_1(r, z) = \int_0^\infty \left[\frac{I\rho_1}{2\pi} e^{-\lambda z} + C_1(\lambda) e^{-\lambda z} + D_1(\lambda) e^{\lambda z} \right] J_0(\lambda r) d\lambda. \quad (5.18)$$

Fazendo

$$C'(\lambda) = \frac{2\pi}{I\rho_1} C(\lambda) \quad \text{e} \quad D'(\lambda) = \frac{2\pi}{I\rho_1} D(\lambda)$$

tem-se

$$V_1(r, z) = \frac{I\rho_1}{2\pi} \int_0^\infty [e^{-\lambda z} + C'_1(\lambda) e^{-\lambda z} + D'_1(\lambda) e^{\lambda z}] J_0(\lambda r) d\lambda. \quad (5.19)$$

Considerando que o subsolo é composto por N camadas horizontais, indicando por i uma dessas camadas e $i+1$ a justaposta inferior, o potencial na camada i será

$$V_i(r, z) = \frac{I\rho_1}{2\pi} \int_0^\infty [e^{-\lambda z} + C'_i(\lambda) e^{-\lambda z} + D'_i(\lambda) e^{\lambda z}] J_0(\lambda r) d\lambda. \quad (5.20)$$

As funções $C'(\lambda)$ e $D'(\lambda)$ são calculadas impondo as seguintes condições fronteira:

- 1) Dado que não existe uma propagação significativa do campo eléctrico no ar, o potencial à superfície deverá ser constante:

$$\left. \frac{\partial V}{\partial z} \right|_{z=0} = 0 \quad (5.21)$$

- 2) À medida que se afasta da fonte, o potencial dever-se-á atenuar, logo, na última camada, impõe-se que tenda para zero quando a profundidade tende para infinito:

$$V(z \rightarrow \infty) = 0 \quad (5.22)$$

- 3) O potencial eléctrico é contínuo, inclusivamente nas interfaces entre camadas, devendo impor-se que:

$$V_i = V_{i+1} \quad (5.23)$$

- 4) A componente normal da densidade de corrente também deverá ser contínua, e então:

$$-\frac{1}{\rho_i} \left. \frac{\partial V}{\partial z} \right|_i = -\frac{1}{\rho_{i+1}} \left. \frac{\partial V}{\partial z} \right|_{i+1} \quad (5.24)$$

Assim, das condições 1) e 2) resulta que $C'_1(\lambda) = D'_1(\lambda)$ e $D'_N(\lambda) = 0$.

Da condição 3) tem-se que

$$(1 + C'_i(\lambda))e^{-\lambda z_i} + D'_i(\lambda)e^{\lambda z_i} = (1 + C'_{i+1}(\lambda))e^{-\lambda z_i} + D'_{i+1}(\lambda)e^{\lambda z_i}, \quad (5.25)$$

e da condição 4) vem que

$$\begin{aligned} \frac{1}{\rho_i} [(1 + C'_i(\lambda))e^{-\lambda z_i} - D'_i(\lambda)e^{\lambda z_i}] \\ = \frac{1}{\rho_{i+1}} [(1 + C'_{i+1}(\lambda))e^{-\lambda z_i} - D'_{i+1}(\lambda)e^{\lambda z_i}]. \end{aligned} \quad (5.26)$$

Definindo

$$N_i = \frac{(1 + C'_i(\lambda))e^{-2\lambda z_i} + D'_i(\lambda)}{(1 + C'_{i+1}(\lambda))e^{-2\lambda z_i} - D'_{i+1}(\lambda)} \quad (5.27)$$

é possível, após algumas considerações matemáticas (ver Monteiro Santos, 2006) definir N_i a partir de N_{i+1}

$$N_i = \frac{N_{i+1} + q_i F_i}{q_i + F_i N_{i+1}} \quad (5.28)$$

$$q_i = \frac{\rho_i}{\rho_{i+1}} \quad F_i = \frac{1 - e^{-2\lambda h_i}}{1 + e^{-2\lambda h_i}}$$

Como se tinha imposto que $D'_N(\lambda) = 0$, pode afirmar-se que $N_N(\lambda) = 1$. É, assim, possível determinar recursivamente o valor de N_1 e calcular o potencial eléctrico num ponto à superfície como

$$V_1(r, 0) = \frac{I\rho_1}{2\pi} \int_0^\infty N_1(\lambda) J_0(\lambda r) d\lambda. \quad (5.29)$$

Para simplificação da implementação dos cálculos, introduz-se a *transformada da resistividade* $T_i(\lambda) = \rho_i N_i(\lambda)$, sendo que, de (5.29), se tem

$$T_i = \frac{T_{i+1} + W_i}{1 + T_{i+1} W_i / \rho_i} \quad (5.30)$$

onde $W_i(\lambda) = \rho_i F_i(\lambda)$. Para a última camada tem-se que $T_N(\lambda) = \rho_N$, e a expressão para o potencial eléctrico à superfície pode ser escrito como

$$V_1(r, 0) = \frac{I}{2\pi} \int_0^\infty T_1(\lambda) J_0(\lambda r) d\lambda. \quad (5.31)$$

em que a função $T_1(\lambda) = \rho_1 N_1(\lambda)$ é a *transformada da resistividade* à superfície.

5.2.3 - Dispositivo *Schlumberger*

Para este trabalho utilizaram-se dados de Sondagens Eléctricas Verticais (SEV) realizadas com um dispositivo *Schlumberger*. Este é um dos dispositivos mais utilizados em prospecção geoelectrica, desenvolvido por Conrad Schlumberger por volta da segunda década do século XX (Schlumberger, 1920 in Van Nostrand e Cook, 1966). Este dispositivo consiste em dois pares de eléctrodos: um para injectar corrente (eléctrodos de corrente) e outro para a leitura do potencial (eléctrodos de potencial). A sua configuração pode se observada na figura 5.2. Os eléctrodo de leitura são progressivamente afastados por forma a obter leituras com informação de zonas mais profundas.

Cada par de eléctrodos é colocado de forma simétrica relativamente a um ponto central O. Os eléctrodos de corrente são afastados progressivamente, mantendo sempre a relação de simetria relativamente a O ($AO = OB = AB/2$). Os eléctrodos de potencial são colocados de tal forma que a distância entre eles (MN) seja muito pequena em comparação com a distância entre os eléctrodos de potencial (AB) ($MN \ll AB/10$, segundo Monteiro Santos (2006)). São também estes dispostos simetricamente relativamente a O.

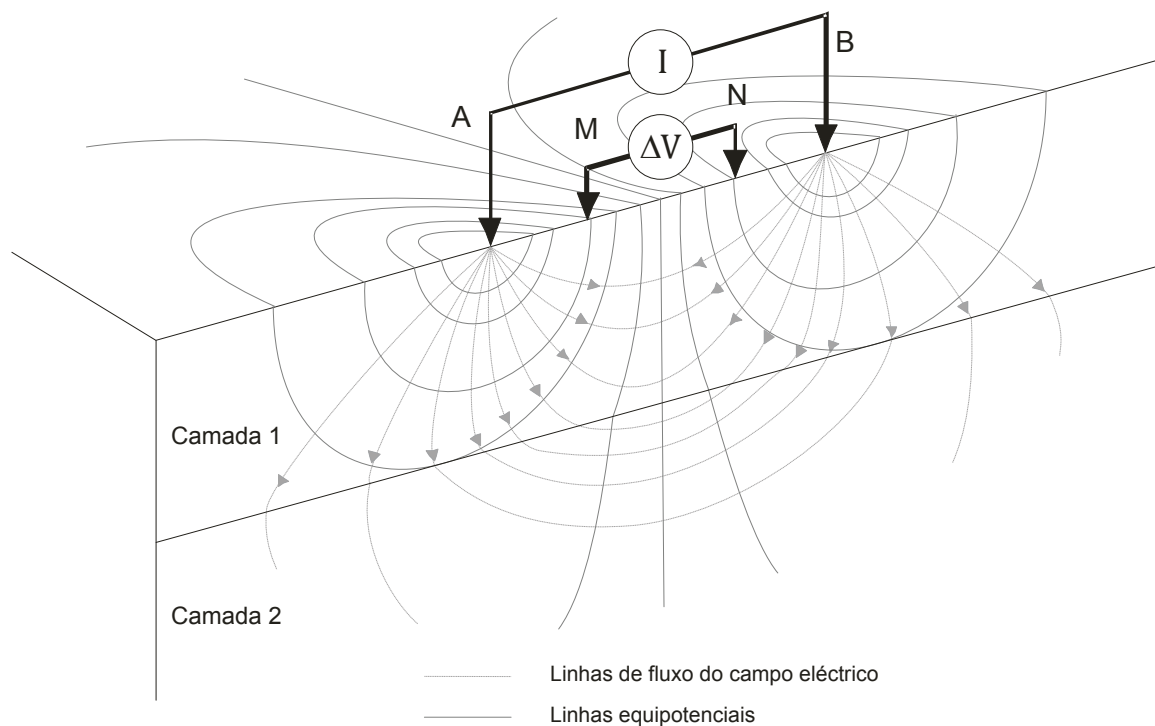


Figura 5.2 – Disposição dos eléctrodos num dispositivo *Schlumberger*. Cada par de eléctrodos AB e MN é colocado de forma simétrica relativamente a um ponto central O. Os eléctrodos de corrente (A e B) são afastados progressivamente, mantendo sempre a relação de simetria relativamente a O ($AO = OB = AB/2$). Os eléctrodos de potencial (M e N) são colocados de tal forma que a distância entre eles (MN) seja muito pequena em comparação com a distância entre os eléctrodos de potencial (AB). Também se encontram representadas as linhas equipotenciais e de fluxo do campo eléctrico num meio com duas camadas

(in http://www.arctic-geophysics.com/services_geophysical_sounding.html, adaptado)

De (5.10) pode deduzir-se que a diferença de potencial gerada pela injeção de uma corrente de intensidade I pelos eléctrodos de corrente A e B, e medida pelos eléctrodos de potencial M e N, será

$$\Delta V = \frac{I\rho_a}{2\pi} \left(\frac{MN}{\left(\frac{AB}{2}\right)^2 - \left(\frac{MN}{2}\right)^2} \right) \quad (5.32)$$

ρ_a é a resistividade aparente, ou seja, a resistividade de um meio homogéneo que produza uma resposta semelhante à do meio heterogéneo. Como $MN \ll AB$, pode escrever-se que

$$\rho_a = \frac{2\pi}{I} \left(\frac{AB}{2} \right)^2 \frac{\Delta V}{MN} = \frac{2\pi}{I} L^2 \frac{\Delta V}{MN} \quad (5.33)$$

com $L=(AB/2)$.

5.2.4 - Interpretação preliminar das SEV

Devido à sua configuração, o dispositivo *Shlumberger* permite realizar sondagens verticais que proporcionam uma imagem da variação da resistividade atribuída à vertical do ponto central do dispositivo.

A interpretação deste tipo de dados é realizada considerando um subsolo estratificado. Assume-se, assim, que o subsolo é composto por camadas horizontais com uma determinada resistividade e espessura. Estes são os valores que se pretende determinar quando se analisa este tipo de dados.

Uma primeira observação da forma das curvas dos dados permite ter uma ideia relativamente ao número de camadas e à relação entre elas. A figura 5.3 representa vários tipos de curvas que se podem encontrar no caso de um meio constituído por três camadas.

As curvas do tipo H têm um mínimo definido, o que indica um estrato de menor resistividade entre duas camadas mais resistivas. Da mesma maneira, as curvas do tipo K têm um máximo definido, indicando um estrato de maior resistividade entre duas camadas menos resistivas. Já as curvas dos tipos A e Q têm uma variação mais uniforme, com resistividade crescente no tipo A e decrescente no tipo Q.

Desta forma, e assumindo uma representação de três camadas sendo a camada 1 a menos profunda e 3 a mais profunda, pode inferir-se as relações apresentadas na tabela 5.1.

Para o caso de haver mais do que três camadas, estes tipos de curvas podem ser combinadas, sendo que a forma das curvas adjacentes permite inferir a relação entre as diversas camadas.

A espessura de cada camada pode ser estimada a partir da extensão entre máximos e mínimos, ou das zonas de flanco. Na tabela 5.2 encontra-se a relação entre as profundidades de acordo com a forma das curvas da figura 5.3.

5.2.5 - Equivalências

Quando se procede à interpretação de dados de resistividade é frequente verificar-se um fenómeno conhecido por *equivalência*, nomeadamente nos casos de curvas do tipo H e K. Este fenómeno dá-se quando existem vários modelos diferentes que produzem respostas indistinguíveis, dentro de um erro admissível.

Neste dois casos particulares existe uma relação linear entre a resistividade e a espessura da camada intermédia. Consoante o tipo de relação que existe, as equivalências são classificadas como S ou T. Uma equivalência do tipo S verifica-se quando a camada intermédia é mais condutora, e

$$\frac{\rho_2}{h_2} = \text{constante}, \quad (5.34)$$

sendo ρ_2 e h_2 a resistividade e a espessura da camada intermédia. Uma equivalência do tipo T verifica-se quando a camada intermédia é mais resistiva, e

$$\rho_2 h_2 = \text{constante}. \quad (5.35)$$

Os efeitos de equivalências são muito importantes na interpretação de dados 1-D de resistividade. De facto, a não consideração deste tipo de problemas aquando da interpretação destes dados pode levar a interpretações erróneas.

5.3 - Dados da veiga de Chaves

Para este trabalho serão usados os dados de SEV (Sondagem Eléctrica Vertical) publicados em Monteiro Santos (1994). O levantamento destes dados foi realizado entre Maio de 1990 e Abril de 1992 pelo Grupo de Geofísica Interna do Departamento de Física da Universidade de Lisboa, no âmbito de um projecto financiado pela Comunidade Europeia com o título “Avaliação dos recursos geotérmicos entre Lamego e Vila Verde da Raia”.

De acordo com Monteiro Santos (1994), foram realizadas 30 SEV, com distâncias AB/2 variando entre 150 m e 2000 m. As suas localizações encontram-se indicadas na figura 5.7. Uma apreciação global das curvas de campo permite constatar que estas se poderão dividir em três tipos, nomeadamente as curvas da zona central da veiga, as curvas da zona sul da veiga, e as curvas da zona exterior à veiga. As figuras 5.4, 5.5 e 5.6 mostram curvas exemplificativas de cada um destes tipos.

Verifica-se que a secção final da maior parte das SEV tem um comportamento do tipo H, indicando a existência de uma camada condutora entre duas camadas mais resistivas. Nas SEV efectuadas na zona central da veiga este nível condutor apresenta uma resistividade aparente inferior a 50 Ω m e encontra-se a profundidades rondando o equivalente a AB/2 = 1000 m. Esta camada estará relacionada com o aquífero geotérmico existente nesta área (ver capítulo 3.1).

Em algumas sondagens observa-se a existência de um outro nível condutor a AB/2 entre os 10 e os 50 m. Este nível apresenta uma resistividade aparente um pouco superior ao nível condutor

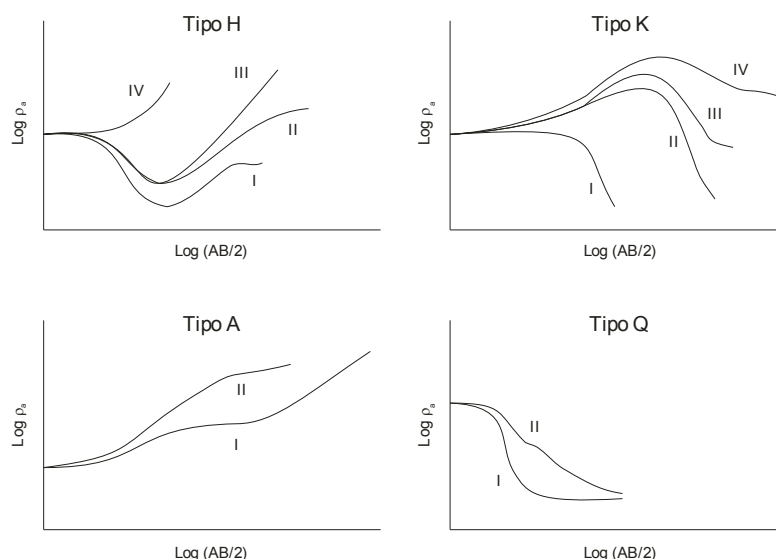


Figura 5.3 – Diferentes tipos de curvas de sondagens eléctricas verticais efectuadas num meio estratificado com três camadas (Telford et al., 1990)

Tabela 5.1 – Relações entre resistividades, num subsolo de três camadas, de acordo com o tipo de curva de dados de SEV da figura 5.3. ρ_1 , ρ_2 e ρ_3 são as resistividades das camadas 1, 2 e 3 respectivamente.

Tipo H	$\rho_1 > \rho_2 < \rho_3$
Tipo K	$\rho_1 < \rho_2 > \rho_3$
Tipo A	$\rho_1 < \rho_2 < \rho_3$
Tipo Q	$\rho_1 > \rho_2 > \rho_3$

Tabela 5.2 - Relações de resistividades e profundidades num subsolo de 3 camadas de acordo com a forma das curvas da figura 5.3. ρ_1 , ρ_2 e ρ_3 são as resistividades das camadas 1, 2 e 3 respectivamente. z_1 , z_2 e z_3 são as espessuras das camadas 1, 2 e 3 respectivamente

Tipo H	Curva I	$z_2 > z_1$	$\rho_3 < \rho_1$
	Curva II	$z_2 > z_1$	$\rho_3 > \rho_1$
	Curva III	$z_2 > z_1$	$\rho_3 \gg \rho_1$
	Curva IV	$z_2 < z_1$	$\rho_3 > \rho_1$
Tipo K	Curva I	$z_2 < z_1$	$\rho_3 \ll \rho_1$
	Curva II	$z_2 > z_1$	$\rho_3 \ll \rho_1$
	Curva III	$z_2 > z_1$	$\rho_3 < \rho_1$
	Curva IV	$z_2 > z_1$	$\rho_3 > \rho_1$
Tipo A	Curva I	$z_2 > z_1$	$\rho_3 \gg \rho_1$
	Curva II	$z_2 < z_1$	$\rho_3 > \rho_1$
Tipo Q	Curva I	$z_2 < z_1$	$\rho_3 < \rho_1$
	Curva II	$z_2 > z_1$	$\rho_3 < \rho_1$

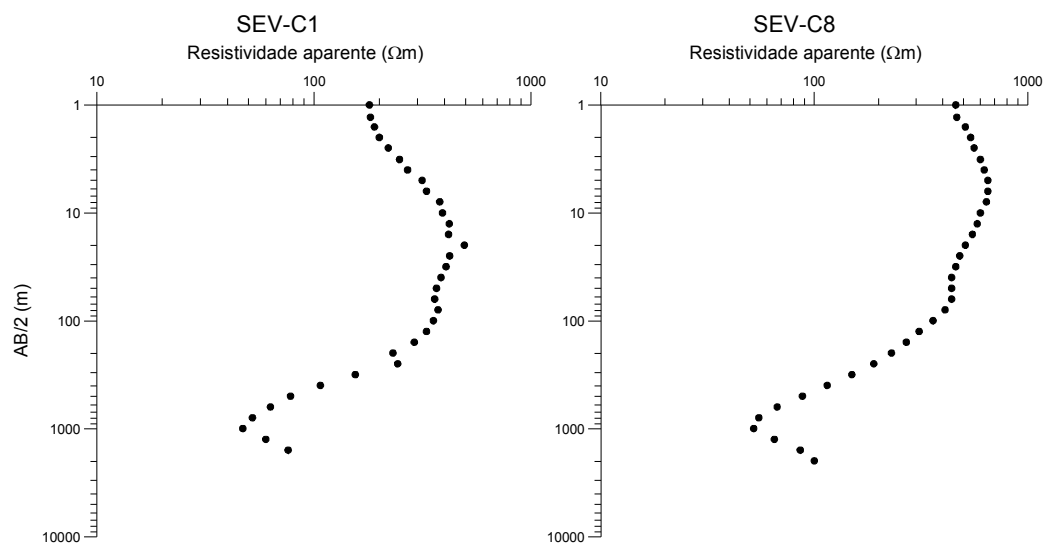


Figura 5.4 – Curvas exemplificativas das SEV efectuadas na zona central da veiga de Chaves.

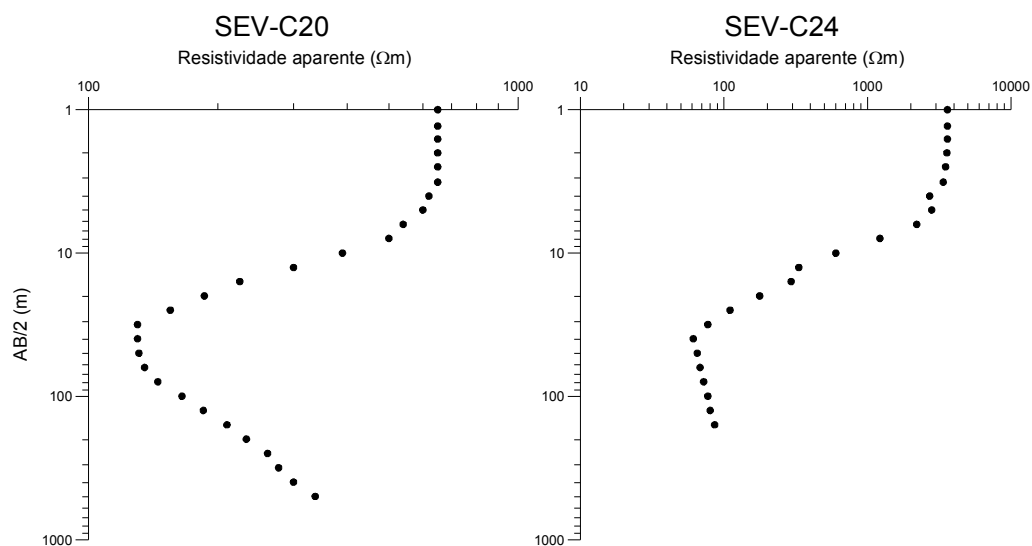


Figura 5.5 – Curvas exemplificativas das SEV efectuadas na zona exterior à veiga de Chaves.

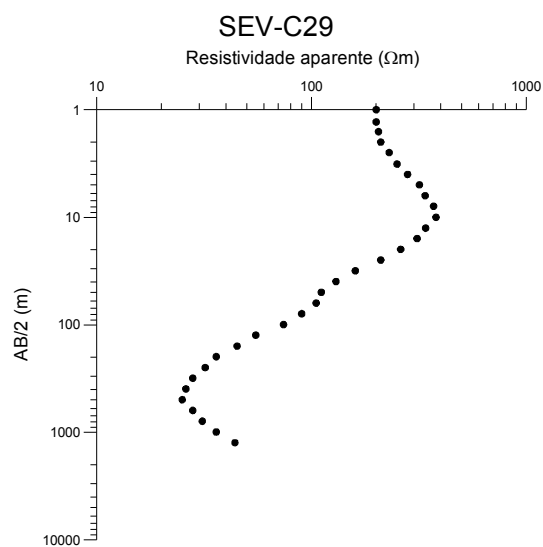


Figura 5.6 – Curvas exemplificativas das SEV efectuadas na zona sul da veiga de Chaves.

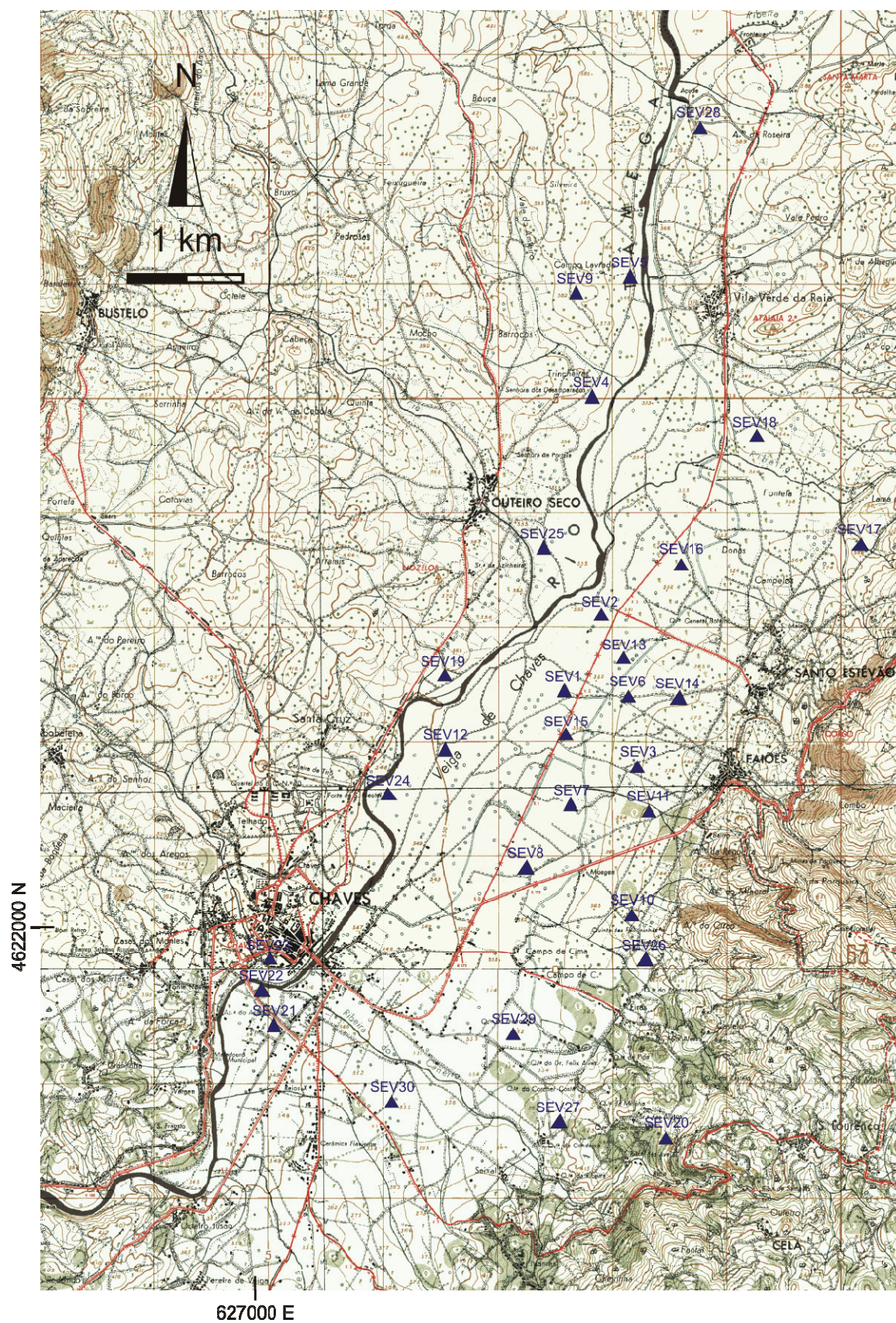


Figura 5.7 – Localização das SEV levadas a cabo na zona de Chaves na carta Militar de Portugal, Série M888, à escala 1:25000, do Instituto Geográfico do exército.

mais profundo, na ordem dos 100 Ωm . Este nível estará relacionado com o reservatório superficial de água fria.

5.4 - Dados de Sinai

As medições geoelectricas e gravimétricas foram executadas para detectar zonas com água, bem como elementos estruturais pouco profundos que afectem a geometria dos aquíferos subterrâneos (Sultão e El Sorady, 2001).

Foram realizadas 39 sondagens eléctricas verticais para definir as diferentes unidades geoelectricas, a geometria das zonas contendo água e a qualidade da água subterrânea (figura 5.8). As sondagens foram dispostas aproximadamente segundo perfis com orientação aproximada N-S para cobrir esta zona do noroeste de Sinai. Todas medições foram feitas com um espaçamento entre eléctrodos de corrente, variando o $AB/2$ de 1.5 m a 500 m e usando um Compensador Electrónico Russo, tipo AE-72.

A Figura 5.9 mostra dois exemplos de curvas típicas deste levantamento. De uma forma geral, estas curvas são do tipo Q, o que indica uma estrutura de 3 camadas em que $\rho_1 > \rho_2 > \rho_3$.

A camada mais superficial é caracterizada por resistividades aparentes relativamente elevadas, entre os 100 e os 500 Ωm , e a profundidades equivalentes a $AB/2$ inferior a 30 m.

A camada intermédia apresenta resistividades aparentes relativamente baixas, com valores da ordem ou inferiores a 10 Ωm . Esta camada estará relacionada com uma zona contendo água.

A camada mais profunda é caracterizada por valores de resistividade aparente muito baixos ($< 1 \Omega\text{m}$) e deverá reflectir a intrusão de água salgada proveniente do Mediterrâneo.

Algumas SEV, nomeadamente as SEV-S9, S12, S13, S16, S19, S27, S28, S29 e S38, apresentam um ramo inicial do tipo K, o que indicará a presença de uma camada inicial menos resistiva. No entanto, esta camada aparenta ser muito superficial, restringindo-se ao primeiro metro de profundidade.

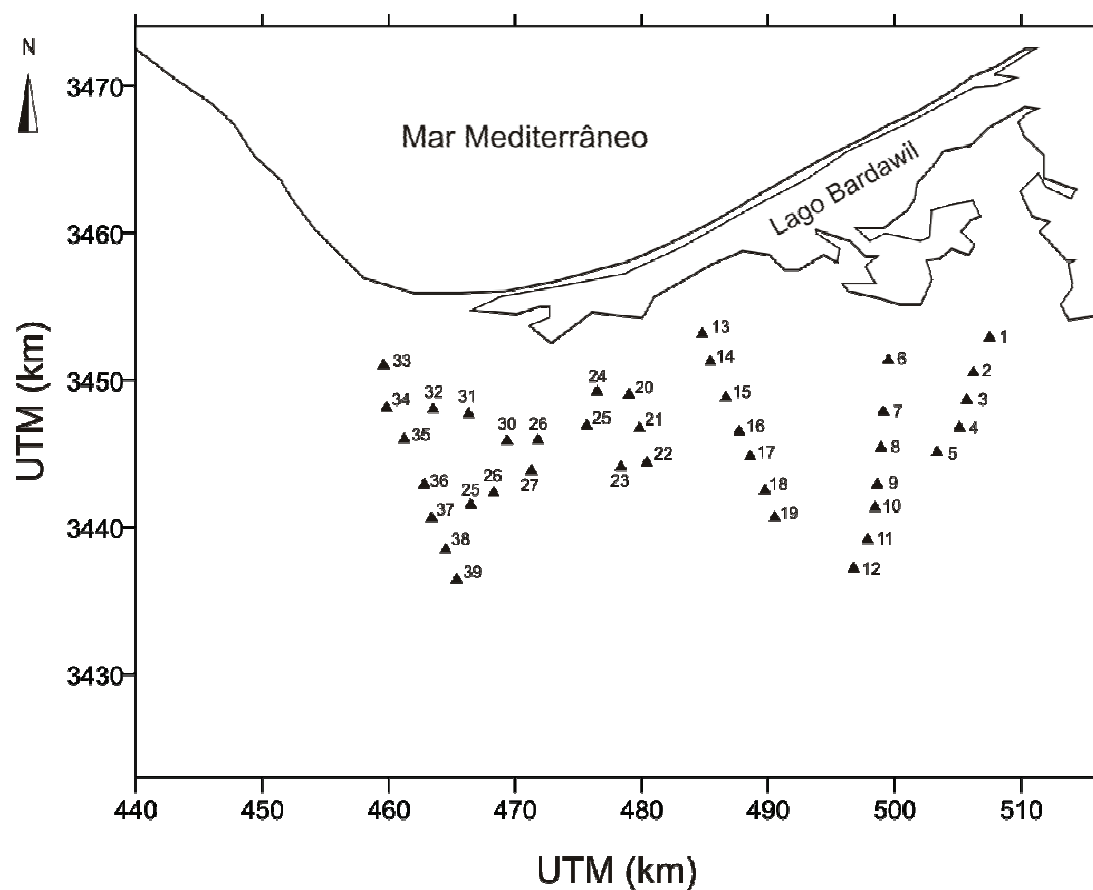


Figura 5.8 – Localização das SEV realizadas na zona de Romana, NE Sinai.

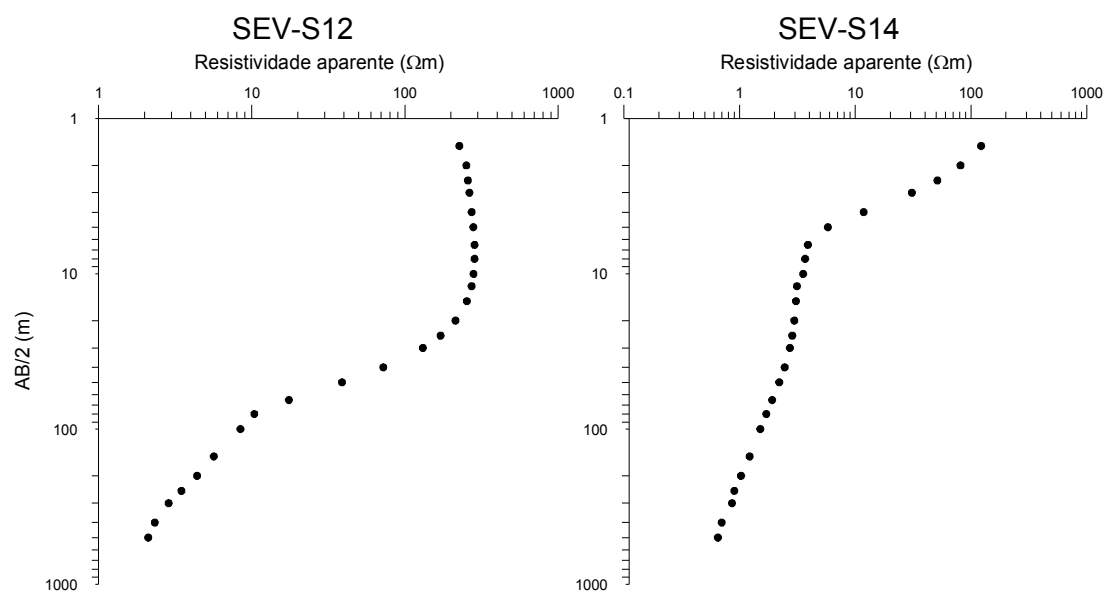


Figura 5.9 – Curvas exemplificativas das SEV efectuadas na zona de Romana-Sinai.

6

INVERSÃO DE DADOS DE GRAVIMETRIA

Citando Chasseriau e Chouteau (2003), o objectivo da inversão de dados gravimétricos é o cálculo dos parâmetros (massa volúmica e geometria) de um modelo postulado para o subsolo, a partir de um conjunto de observações gravimétricas. As técnicas propostas para resolver este problema têm sido várias.

Corbató (1965) apresentou um método de ajuste a mínimos quadrados para resolver o problema de inversão 2D por ajuste de um corpo poligonal. Em 1974, Braile et al. usaram um método de inversão linear generalizada para determinar as massas volúmicas dos prismas bidimensionais em que dividiram o modelo e Oldenburg (1974) modelou a topografia de uma interface com base em perfis gravimétricos. Chai e Hinze (1988) e Reamer e Ferguson (1989) também fizeram a modelação de uma interface recorrendo a prismas verticais bidimensionais e considerando a massa volúmica variável com a profundidade; Guspi (1992) fez o mesmo para o caso 3D.

A inversão de dados de campos potenciais é muito afectada por problemas de não unicidade. De facto, existe uma infinidade de modelos que poderão dar origem ao mesmo conjunto de dados. Para resolver esta questão Braile et al. (1974) atribuíram valores de massa volúmica a prismas da grelha bidimensional que se considerem bem definidos, e Green (1975) sugeriu uma inversão 2D baseando a construção do modelo inicial em informação geológica ou geofísica já existente. Last e Kubik (1983) e Barbosa e Silva (1994) recorreram a uma técnica 2D de concentração da solução em torno de centros ou eixos de inércia.

Os dados gravimétricos sofrem de falta de resolução em profundidade. De facto, quanto maior é a profundidade de um elemento, menor é a probabilidade de o processo de inversão lhe atribuir algum contraste de massa volúmica. É, assim, um efeito comum em procedimentos de inversão de dados gravimétricos, que a massa se concentre junto à superfície.

Para atenuar este problema, Li e Oldenburg (1996), Pilkington (1997), Li e Oldenburg (1998), Boulanger e Chouteau (2001) e Chasseriau e Chouteau (2003) usaram uma função de peso inversamente proporcional à profundidade, aplicada a uma malha regular de prismas tridimensionais. Boulanger e Chouteau (2001) fizeram uma análise da aplicação de diversos constrangimentos, nomeadamente minimização das primeira e segunda derivada, da distância ao modelo inicial e do volume das estruturas, regulando também a sensibilidade em profundidade por uma função de peso. Além desta função de peso, Li e Oldenburg (1998) optaram por adicionar uma função peso 3D que incorpore informação pré existente.

Neste trabalho serão apresentados métodos de resolução do problema inverso de dados de gravimetria que incorporam algumas das considerações referidas, com o intuito de identificar as suas potencialidades e limitações.

6.1 - Problema directo

O problema directo em geofísica consiste em calcular a resposta de um modelo conhecidos os parâmetros deste e o funcional que relaciona os parâmetros com a resposta num determinado ponto de observação. Assumindo um modelo de distribuição contínua de massa, o potencial gravítico no ponto P será

$$U(P) = \gamma \int_V \frac{dm}{r} = \gamma \int_V \frac{d}{r} dv, \quad (6.1)$$

onde r é a distancia entre o ponto de integração e o ponto P , e γ é a constante gravitacional. Tem-se então, que a atracção gravítica de um volume V , com massa volúmica d , sobre um ponto genérico P é dada por

$$\mathbf{g}(P) = \nabla U(P) = -\gamma \int_V d \frac{\hat{\mathbf{r}}}{r^2} dv, \quad (6.2)$$

sendo $\hat{\mathbf{r}}$ o versor de \mathbf{r} .

Como “o potencial gravítico de um conjunto de massas é igual à soma dos potenciais gravíticos gerados por cada uma das massas” (Blakely, 1995), uma distribuição contínua de massa pode ser discretizada num conjunto de massas infinitesimais dm .

Considerando um conjunto de N massas distintas, cada uma com massa volúmica uniforme d_j , tem-se que a aceleração gravítica que actua sobre o ponto P será

$$\mathbf{g}(P) = -\gamma \sum_{j=1}^N d_j \int_{V_j} \frac{\hat{\mathbf{r}}_j}{r_j^2} dv \quad (6.3)$$

Se, em lugar de apenas um ponto, se considerar um conjunto de M pontos de observação, pode-se escrever que a aceleração gravítica que o conjunto de massas elementares produz sobre cada ponto i será

$$\mathbf{g}_i = -\gamma \sum_{j=1}^N \left(d_j \int_{V_j} \frac{\hat{\mathbf{r}}_{ij}}{r_{ij}^2} dv \right); \quad i = 1, M \quad (6.4)$$

em que r_{ij} representa a distância entre o ponto i e o centro de massa da distribuição de massa j .

Pode também definir-se

$$G_{ij} = -\gamma \int_{V_j} \frac{\hat{\mathbf{r}}_{ij}}{r_{ij}^2} dv. \quad (6.5)$$

À matriz \mathbf{G} , de dimensão $N \times M$, constituída pelas componentes G_{ij} , dá-se o nome de *Matriz de atracção gravítica* e traduz a influência que o volume j tem sobre o ponto de observação i . Logo, pode escrever-se que

$$g_i = \sum_{j=1}^N G_{ij} d_j; \quad i = 1, M. \quad (6.6)$$

A componente vertical da atracção gravítica, grandeza lida pelos gravímetros, será,

$$g = \frac{\partial U}{\partial z} \quad (6.7)$$

e, de (6.2), considerando um sistema de coordenadas cartesianas, vem que o valor da gravidade observado no ponto $P(x_0, y_0, z_0)$ será

$$g(x_0, y_0, z_0) = -\gamma \int_z \int_y \int_x d(x, y, z) \frac{(z_0 - z)}{r^3} dx dy dz, \quad (6.8)$$

com $r = \sqrt{(x_0 - x)^2 + (y_0 - y)^2 + (z_0 - z)^2}$. Assumindo que a massa se distribui uniformemente por todo o volume, pode escrever-se

$$g(x_0, y_0, z_0) = -\gamma d \int_z \int_y \int_x \frac{(z_0 - z)}{r^3} dx dy dz. \quad (6.9)$$

Considere-se, agora, que o volume de massa consiste num prisma rectangular vertical, como mostra a Figura 6.1. Plouff (1976) demonstrou que, considerando o ponto P na origem do referencial para simplificação de notação, a componente vertical da atracção gravítica de um prisma rectangular será dada por

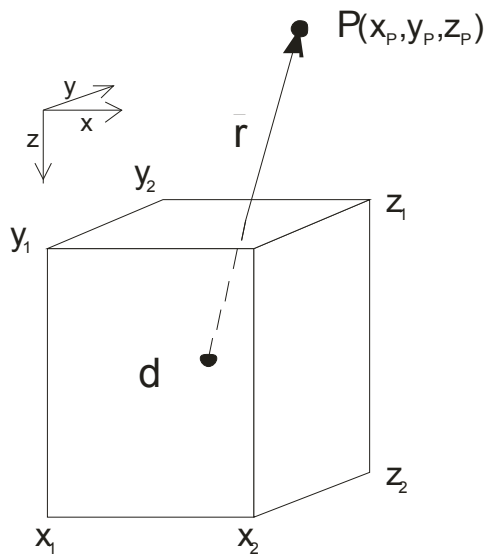


Figura 6.1 – Prisma rectangular uniforme com massa volúmica uniforme d , delimitado pelos planos $x=x_1$ e $x=x_2$, $y=y_1$ e $y=y_2$, e $z=z_1$ e $z=z_2$.

$$\begin{aligned}
 g = \gamma d \left[x \ln \left(y + \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \right) \right. \\
 \left. + y \ln \left(x + \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \right) \right. \\
 \left. - z \tan^{-1} \frac{xy}{z\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \right] \Bigg|_{x_1}^{x_2} \Bigg|_{y_1}^{y_2} \Bigg|_{z_1}^{z_2}
 \end{aligned} \quad (6.10)$$

Logo, considerando um conjunto de M pontos genérico, na sequência de (6.4), tem-se que

$$\begin{aligned}
 g_i = \gamma d \left[(x - x_i) \ln \left((y - y_i) + \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + (z - z_i)^2} \right) \right. \\
 \left. + (y - y_i) \ln \left((x - x_i) + \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + (z - z_i)^2} \right) \right. \\
 \left. - (z - z_i) \tan^{-1} \frac{(x - x_i)(y - y_i)}{z\sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + (z - z_i)^2}} \right] \Bigg|_{x_1}^{x_2} \Bigg|_{y_1}^{y_2} \Bigg|_{z_1}^{z_2}
 \end{aligned} \quad (6.11)$$

Esta expressão define o funcional directo no caso de um prisma rectangular vertical de massa volúmica uniforme. Se considerarmos um conjunto de M prismas, pode escrever-se as componentes da matriz de atracção gravítica como

$$\begin{aligned}
 G_{ij} = \gamma \left[(x - x_i) \ln \left((y - y_i) + \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + (z - z_i)^2} \right) \right. \\
 \left. + (y - y_i) \ln \left((x - x_i) + \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + (z - z_i)^2} \right) \right. \\
 \left. - (z - z_i) \tan^{-1} \frac{(x - x_i)(y - y_i)}{z\sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + (z - z_i)^2}} \right] \Bigg|_{x_1}^{x_2} \Bigg|_{y_1}^{y_2} \Bigg|_{z_1}^{z_2}
 \end{aligned} \quad (6.12)$$

6.2 - Camada equivalente

Quando se trata o problema inverso, a questão da não unicidade da solução é um tema incontornável. No caso da inversão de dados de gravimetria, e citando o *Teorema da Camada Equivalente de Green*, “o potencial causado por uma distribuição de massa volúmica tridimensional é indistinguível de uma fina camada de massa distribuída sobre qualquer uma das suas superfícies equipotenciais” (in Blakely, 1995). Também se demonstra que a massa total do volume tridimensional é equivalente à massa total da sua camada equivalente.

Com base nestes pressupostos, assumiu-se que será possível encontrar uma camada com uma determinada espessura h , e com uma distribuição de massa tal que produza um potencial idêntico ao observado no campo. A forma como a massa se distribui nessa camada deverá reflectir a geometria das estruturas que deram origem ao potencial observado.

6.2.1 - Método

Para o cálculo da massa volúmica equivalente considerou-se uma camada dividida em prismas rectangulares regulares. Pretende-se, neste caso, determinar a massa volúmica de cada prisma cuja resposta melhor ajuste aos dados observados.

Verifica-se, da equação 6.6, que este é um problema linear. Usando constrangimentos de suavização para estabilizar a solução, de (2.13) tem-se que a solução do problema é

$$\mathbf{G}^T \mathbf{g} = (\mathbf{G}^T \mathbf{G} + \lambda^2 \mathbf{C}^T \mathbf{C}) \mathbf{d} \quad (6.13)$$

Para resolver este sistema foi usado o *método dos gradientes conjugados*, apresentado no capítulo 2.5.1.

Neste caso, e por se tratar de um método simples, optou-se por escolher o parâmetro λ recorrendo apenas a uma análise qualitativa empírica dos resultados obtidos utilizando diversos valores.

6.2.2 - Aplicação a casos sintéticos

Este método foi aplicado a dois conjuntos de dados sintéticos, com o objectivo de testar o algoritmo. Ambos os modelos consistem num meio homogéneos de massa volúmica nula com corpos anómalos encaixados.

Para o modelo M1 considerou-se um corpo anómalo (corpo A) com massa volúmica igual a 1000 kg.m^{-3} (figura 6.2 a)); para o modelo M2 foram considerados dois corpos, um com massa volúmica positiva de 300 kg.m^{-3} (corpo B) e outro (corpo C) com massa volúmica negativa de -1000 kg.m^{-3} (figura 6.3 a)). Os modelos têm dimensão de $100 \text{ m} \times 100 \text{ m} \times 50 \text{ m}$. A cada um dos prismas ($10 \text{ m} \times 10 \text{ m} \times 10 \text{ m}$) em que se dividiu a camada equivalente, corresponde um ponto de leitura, localizado no seu centro relativamente às coordenadas horizontais, e em $z = 0$.

Para a inversão, foi estabelecido que a camada equivalente se encontraria localizada a uma profundidade entre os 20 m e os 40 m.

Cada um dos modelos foi testado considerando vários valores para λ . Estes testes são fundamentais para determinar um valor que, por um lado suavize o modelo, mas que, por outro lado, não disperse demasiado as anomalias.

Para quantificar o ajuste das respostas dos modelos utilizou-se a expressão

$$e = \frac{1}{N} \sqrt{\sum_i^N \left(\frac{g_i^{obs} - g_i^{cal}}{g_i^{obs}} \right)^2} \times 100 \%, \quad (6.14)$$

onde g_i^{obs} e g_i^{cal} representam, respectivamente, o valor observado e a resposta do modelo calculado no ponto de leitura i , e N é o número total de leituras.

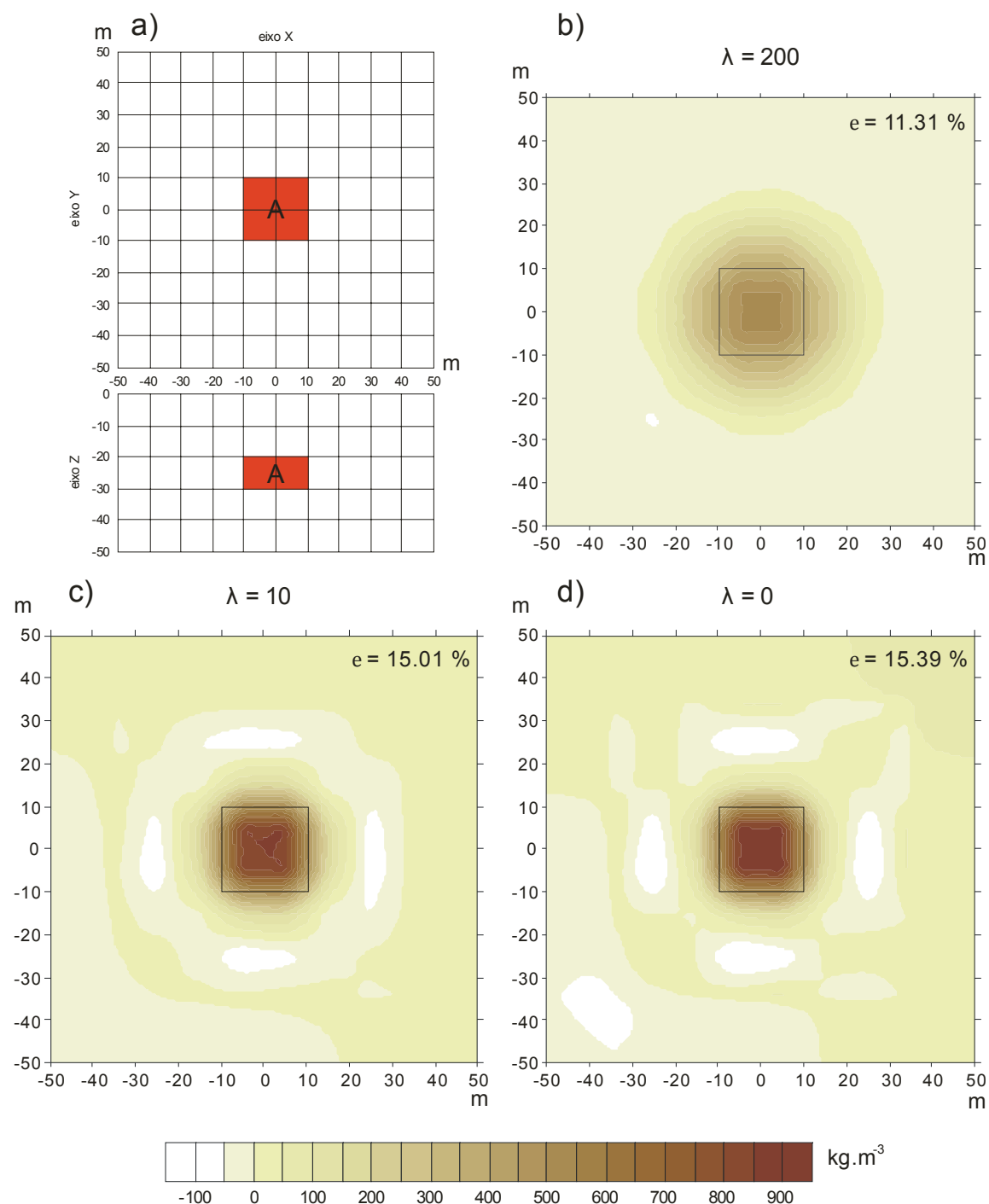


Figura 6.2 - Teste teórico (modelo M1) do programa para cálculo da camada equivalente. A massa volúmica do corpo A é 1000 kg.m⁻³. a) Configuração do modelo teórico; b), c) e d) Modelos calculados pelo programa usando valores de λ respectivamente 200, 10 e 0. Os eixos X e Y correspondem a eixos horizontais (paralelos à superfície) e o eixo z corresponde ao eixo vertical (perpendicular à superfície).

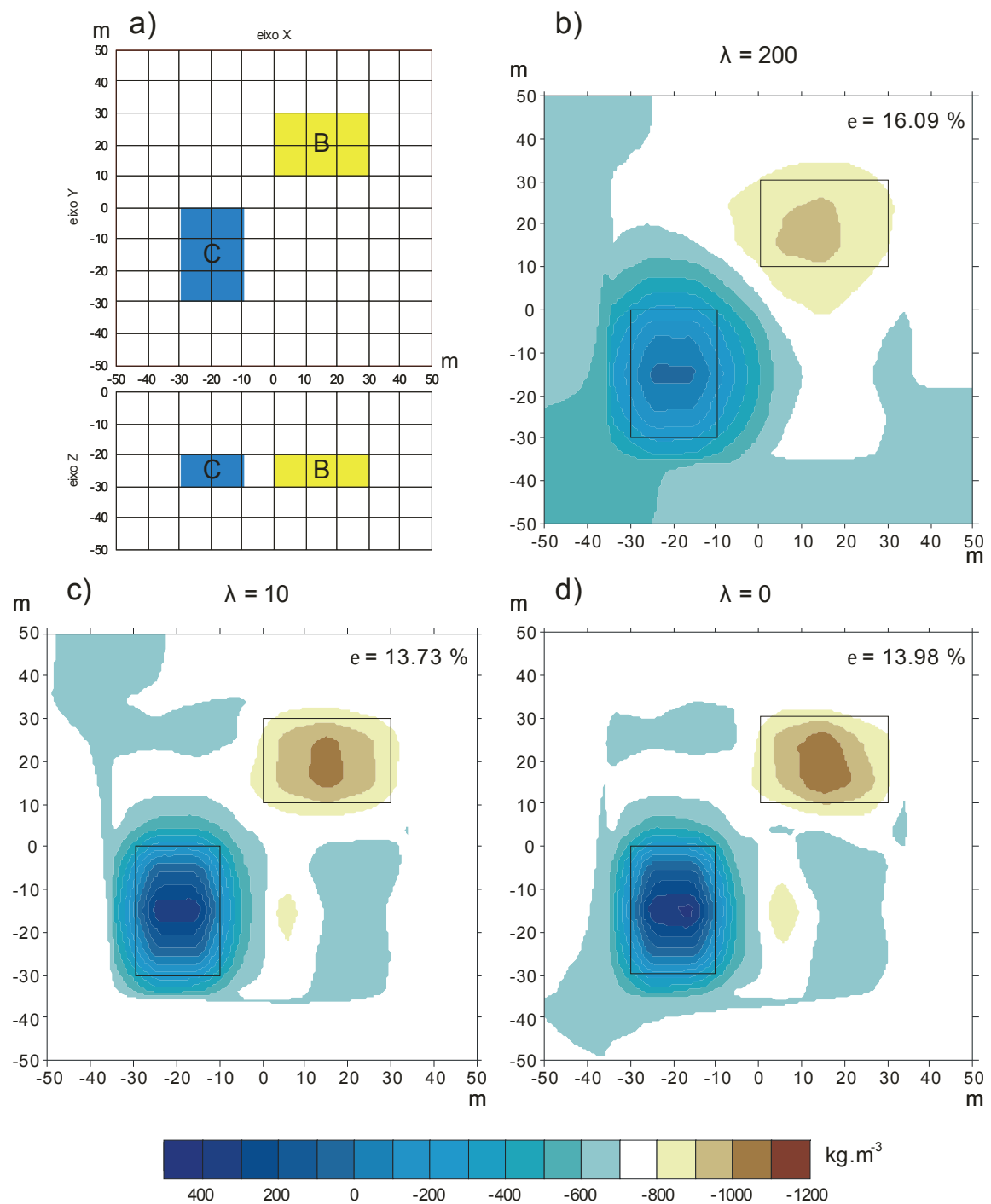


Figura 6.3 - Teste teórico (modelo M2) do programa para cálculo da camada equivalente. A massa volúmica do corpo B é 300 kg.m^{-3} e a massa volúmica do corpo C é -1000 kg.m^{-3} . a) Configuração do modelo teórico; b), c) e d) Modelos calculados pelo programa usando valores de λ respectivamente 200, 10 e 0. Os eixos X e Y correspondem a eixos horizontais (paralelos à superfície) e o eixo z corresponde ao eixo vertical (perpendicular à superfície).

Nas figuras 6.2 e 6.3 encontram-se representados os resultados, respectivamente para o modelo M1 e para o modelo M2, bem como os valores do ajuste e para cada um dos modelos calculados.

A solução é bastante satisfatória, dado que os corpos se encontram bem localizados e com valores de massa volúmica próximos dos “reais”. Pode observar-se nos dois modelos que este método aplicado sem constrangimentos de suavização (caso $\lambda = 0$), apesar de aproximar bastante bem a forma e valor de massa volúmica do corpo anómalo, apresenta também outras anomalias que não têm representação no modelo teórico a partir dos quais se geraram os dados sintéticos. Por outro lado, a imposição de um λ mais elevado (*e.g.* caso $\lambda = 200$) regulariza o modelo, mas fá-lo de tal forma que a massa é dispersa por uma área maior, reduzindo os valores da massa volúmica máxima.

Analisando os valores dos ajustes e verifica-se que o comportamento é distinto para os dois modelos M1 e M2. De facto, para o modelo M1, o modelo com $\lambda = 200$ é o que apresenta um melhor ajuste. Já para o modelo M2, o resultado com $\lambda = 200$ é o que apresenta pior ajuste. Este comportamento é justificável pelas características distintas de cada modelo, já que o modelo M2 tem mais estruturas e contrastes para resolver, não suportando, por isso, uma suavização tão acentuada como o modelo M1.

6.2.3 - Aplicação a dados reais: o mapeamento da anomalia gravimétrica da bacia de Chaves

Para fazer o mapeamento da bacia de Chaves utilizou-se o método descrito anteriormente aplicado aos dados da anomalia de Bouguer residual apresentados na figura 6.4. Para modelo, considerou-se uma camada horizontal dividida em prismas de 250 m x 250 m. Como a profundidade da bacia é uma grandeza ainda incerta, foram feitos diversos teste com camadas de diferentes espessuras e profundidades, e também para diversos λ .

Tal como mencionado anteriormente, o valor atribuído a λ é fundamental. De facto, como se pode observar na figura 6.5, a falta de imposição de constrangimentos de suavização (figura 6.5 a) traduz-se na proliferação de anomalias de muito pequeno comprimento de onda, às quais não é possível atribuir qualquer significado geológico. Por outro lado, a imposição a λ de um valor muito elevado (figura 6.5 c) elimina anomalias que poderão ser importantes para a interpretação do modelo final. Os diversos modelos calculados indicam que é necessário utilizar valores maiores para λ quando se aumenta a profundidade dos modelos.

Na figura 6.6 estão representados os modelos obtidos considerando camadas entre 10 m e 300 m (figura 6.6 a), 600 m (figura 6.6 b) e 900 m (figura 6.6 c). Como esperado, verifica-se que a massa volúmica máxima determinada diminui quando aumenta a espessura da camada. Este efeito reflecte o aumento de volume por onde a massa se pode distribuir.

Com base em medições de massa volúmica efectuadas na zona da bacia, transmitidas em comunicação pessoal pelos Prof. Doutor Alcino de Sousa Oliveira (Universidade de Trás-os-Monte-e-Alto-Douro) e Prof. Doutor António Trota (Universidade dos Açores), foi estimado que o contraste de massa volúmica entre o enchimento da bacia e a rocha encaixante deverá ser da ordem dos -700 kg/m^3 . A massa volúmica mínima na carta da camada equivalente entre 10 m e

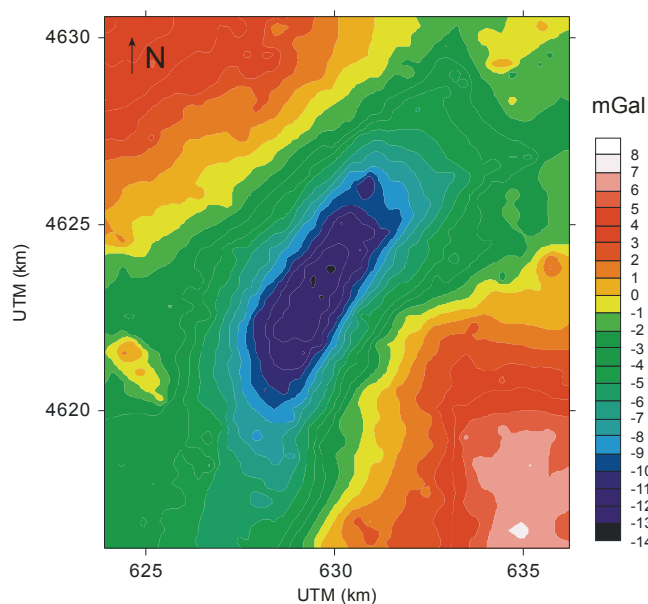


Figura 6.4 – Carta da anomalia de Bouguer residual limitada à zona da bacia de Chaves. Devido à maior densidade de leituras nesta zona (ver figura 4.2), foi possível interpolar numa gralha com espaçamento de 250 m x 250 m.

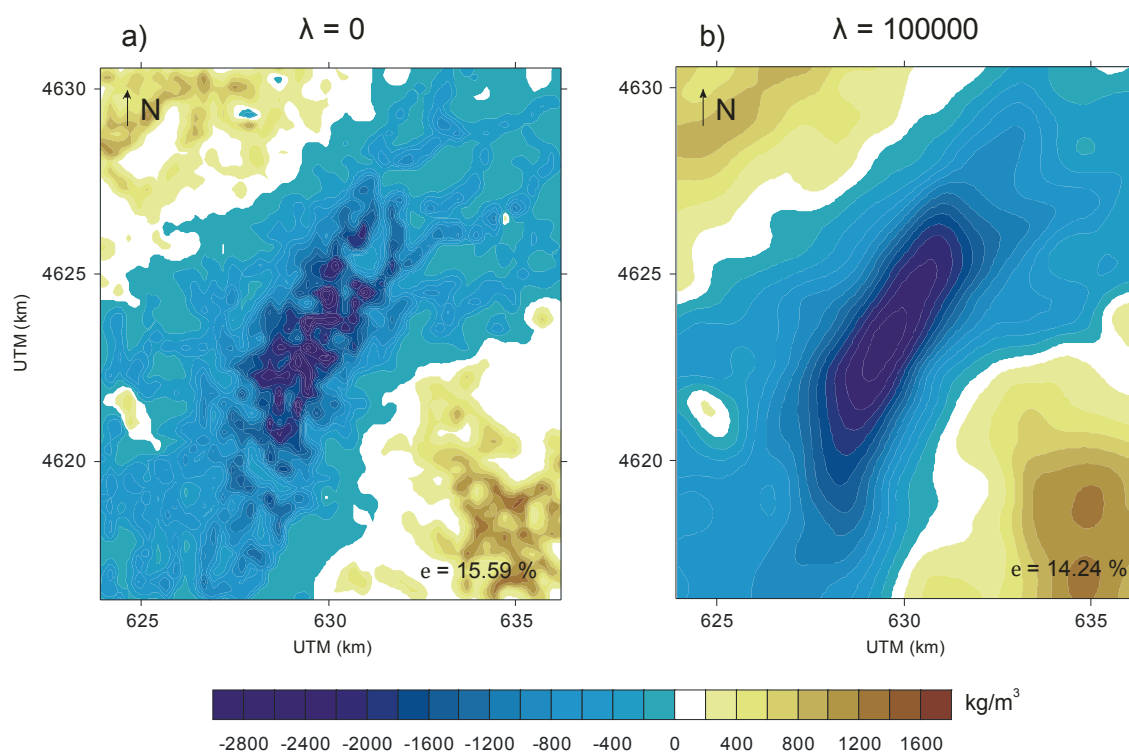


Figura 6.5 – Carta da distribuição da massa volúmica numa camada equivalente entre 10 m e 300 m usando $\lambda = 0$ (a) e $\lambda = 100000$ (b).

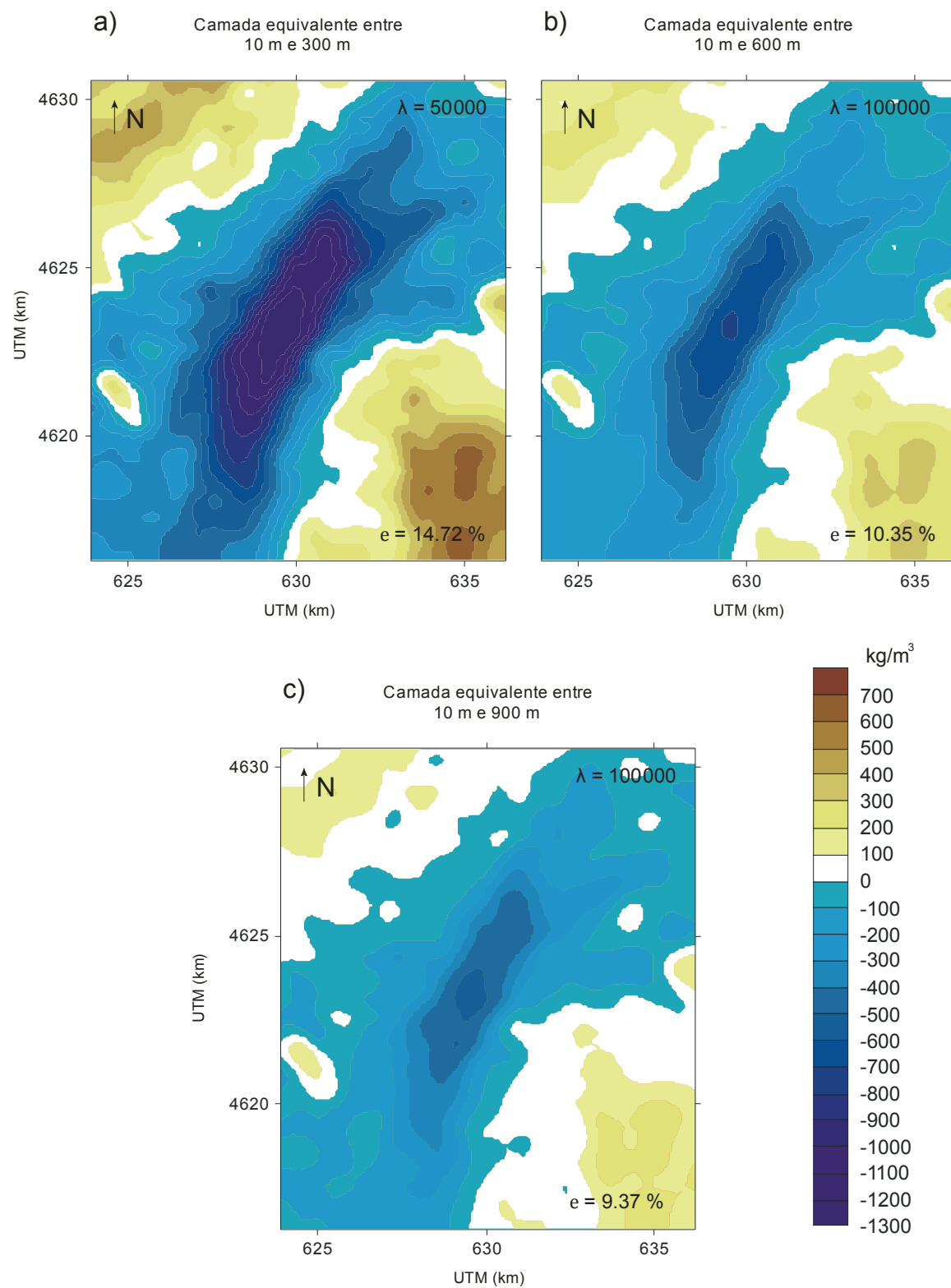


Figura 6.6 - Carta de massa volúmica de camadas equivalentes localizadas entre 10 e 300 m (a), 10 e 600 m (b) e 10 m e 900 m (c).

600 m é de -714 kg/m^3 . Numa primeira aproximação, este facto poderá indicar que a profundidade máxima da bacia de Chaves rondará os 600 m.

A NW e SE dos modelos da camada equivalente verifica-se a existência de zonas de contraste de massa volúmica positiva, correspondentes às anomalias positivas presentes na carta de anomalia residual de Bouguer, e que estarão relacionadas com a formação granítica sintectónica, mencionada no capítulo 3.1.

O facto de se observar um valor de ajuste mais baixo na camada mais espessa (10-900 m) estará relacionado com o menor contraste de massa volúmica calculado. Como o volume considerado é maior, o contraste de massa volúmica necessário para haver convergência será menor, o que implica que os contrastes sejam mais suaves. Esta suavização previne o surgimento de pequenas anomalias que não têm correspondência nos dados, e que, por isso influenciam o cálculo do ajuste.

6.3 - Inversão do soco

Com o algoritmo que se apresenta de seguida pretende-se determinar a topografia da interface entre o soco e o enchimento de uma bacia, com base nos valores da anomalia de Bouguer.

6.3.1 - Método

Admite-se que o espaço ocupado pela bacia se encontra dividida em prismas adjacentes (figura 6.7), de massa volúmica e dimensão horizontal constantes, mas com dimensão vertical variável. O topo de cada prisma permanece fixo, enquanto a base se desloca na vertical por forma a modelar a interface do soco - preenchimento sedimentar. Tem-se, assim, que os parâmetros serão constituídos pelas alturas de cada um dos prismas (z).

Neste caso, e reportando a (2.3) e (6.1), verifica-se que não é possível pôr este problema numa forma linear, sendo necessário recorrer às metodologias de resolução de problemas não lineares expostas no capítulo 2.3. Assim, tem-se que a solução para o problema será obtida iterativamente, sendo que

$$\mathbf{z}^{k+1} = \mathbf{z}^k + \mathbf{b}. \quad (6.15)$$

\mathbf{b} é a alteração a efectuar ao modelo em cada iteração. Assumindo constrangimentos de suavização, tem-se que, para cada iteração, se irá procurar a solução do sistema de equações (equação 2.31)

$$\mathbf{b} = (\mathbf{J}^T \mathbf{J} + \lambda \mathbf{C}^T \mathbf{C})^{-1} \mathbf{J}^T \Delta \mathbf{g} \quad (6.16)$$

onde \mathbf{J} é a matriz Jacobiana cujos elementos são

$$J_{ij} = \frac{\partial g_i}{\partial z_j}. \quad (6.17)$$

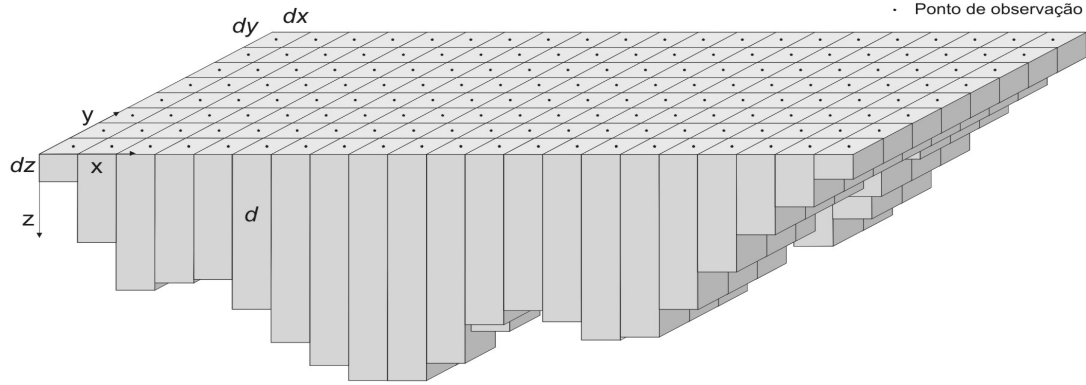


Figura 6.7 – Representação gráfica do modelo de prismas usado para fazer o ajuste à bacia. Todos os prismas têm dimensão horizontal $dx \times dy$ e massa volúmica d . A dimensão vertical dz de cada prisma é o valor a determinar pelo algoritmo. Os pontos de observação estão localizados no centro de cada prisma, em $z = 0$.

g_i são os elementos do vector \mathbf{g} da resposta dos modelos, e z_j refere-se à localização vertical da base inferior do prisma j . $\Delta \mathbf{g}$ é o ajuste entre os dados e a resposta do modelo, ou seja,

$$\Delta \mathbf{g} = \mathbf{g}^{obs} - \mathbf{g}^{cal}. \quad (6.18)$$

Impõe-se que as leituras se encontrem dispostas no centro de cada prisma (ver figura 6.7). Em cada iteração são definidas novas dimensões verticais para cada prisma, calculados com base na expressão (6.16). A resolução do sistema de equações (6.16) é feita usando o “método dos gradientes conjugados”, já descrito no capítulo 6.2.1 - .

O valor da massa volúmica é igual para todos os prismas, sendo definido pelo utilizador. É de notar que o programa trabalha com contrastes de massa volúmica, assumindo que este valor é igual a zero no exterior da bacia. Logo, dever-se-á ter o cuidado de atribuir aos prismas o valor do contraste estimado entre a rocha encaixante e o enchimento da bacia.

O cálculo das derivadas (6.17) é levado a cabo recorrendo a um método numérico. A um bloco k é aplicada uma alteração h à sua altura, calculando-se a resposta do modelo alterado (g^h). A componente ik de \mathbf{J} será dada por

$$\frac{\partial g_i}{\partial z_k} = \frac{g_i^h - g_i}{h}, \quad i = 1, N, \quad (6.19)$$

preenchendo-se, assim, os i elementos da coluna k . A alteração h é depois retirada ao bloco k e aplicada ao bloco $k+1$. O processo é repetido para todos os blocos ($j = 1, \dots, k, k+1, \dots, M$), preenchendo desta forma a totalidade da matriz Jacobiana.

A expressão (6.20) vem da expansão em séries de Taylor

$$f(x + l) = f(x) + hf'(x) + \frac{1}{2}h^2f''(x) + \frac{1}{6}h^3f'''(x), \quad (6.20)$$

em que $f(x)$ é uma função genérica e h representa uma pequena perturbação aplicada a x . Daqui se deduz que

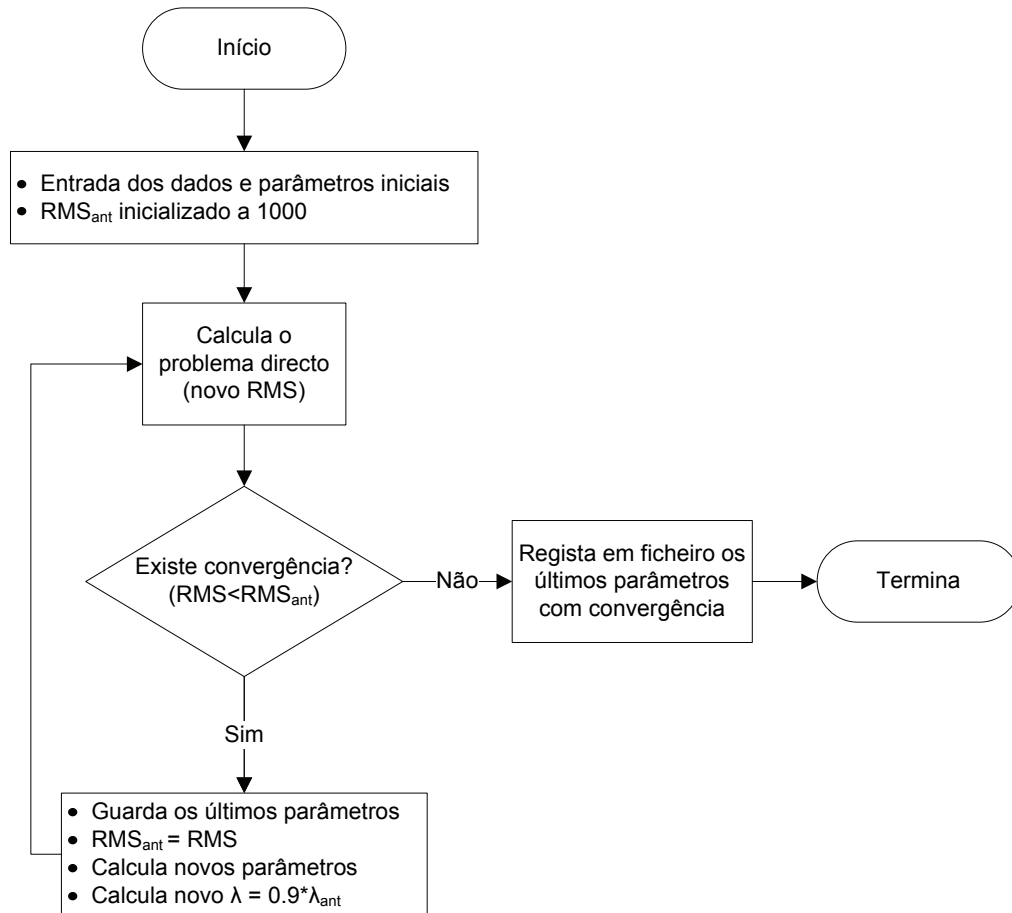


Figura 6.8 – Diagrama de fluxo simplificado do algoritmo usado no cálculo da topografia do soco assumindo uma massa volúmica constante em toda a bacia

$$f'(x) = \frac{f(x+l) - f(x)}{h} + O(h). \quad (6.21)$$

É de notar que quanto mais pequena for a perturbação l menor será a relevância dos factores desprezados. Neste caso em concreto, foi aplicada uma perturbação de 5% da altura do bloco a alterar.

Para o cálculo do problema directo é utilizada a equação (6.11). A convergência é verificada por comparação do RMS (“*root mean square*” – raiz média quadrática) da resposta do modelo.

$$RMS = \frac{\sqrt{\sum_i^{N_{obs}} (g_i^{calc} - g_i^{obs})^2}}{N_{obs}} \quad (6.22)$$

onde N_{obs} representa o numero de elementos do vector das observações, \mathbf{g}^{obs} é o vector de observações, e \mathbf{g}^{calc} é o vector da resposta do modelo. Considera-se que existe convergência quando o RMS da resposta do modelo calculado na iteração k é inferior ao RMS da resposta do modelo calculado na iteração $k-1$.

O valor inicial de λ é um parâmetro a introduzir no inicio do procedimento. Em cada iteração este valor é reduzido por um factor de 0.9. Isto traduz-se num aumento da variabilidade do modelo, permitindo melhorar o ajuste aos dados.

Na figura 6.8 está representado o diagrama de fluxo do programa, para permitir uma melhor visualização do processo.

6.3.2 - Teste com dados sintéticos

Este método foi testado com a aplicação a dados sintéticos gerados a partir do modelo teórico cuja representação gráfica pode ser observada na figura 6.9. Foi escolhida uma configuração semelhante à da bacia da Chaves para haver um maior controlo relativamente à posterior aplicação deste método a esse caso específico.

O modelo tem uma extensão horizontal de 6000 m x 6000 m. Cada prisma tem uma dimensão lateral de 300 m x 300 m. A sua dimensão vertical varia de acordo com o código de cores apresentado na figura 6.9, atingindo uma profundidade máxima de 1000 m no centro do modelo e 0 m na sua periferia. Considerou-se um contraste de massa volúmica de -700 kg/m^3 .

A aplicação da equação (6.10) permitiu calcular a resposta deste modelo. Para maior realismo, foi acrescentado aos dados obtidos um erro aleatório máximo de 5%. O resultado encontra-se representado na figura 6.10.

Procedeu-se à inversão dos dados sintéticos considerando diversos valores iniciais de λ e vários contrastes de massa volúmica. Para modelo inicial atribuiu-se a todos os prismas uma altura de 500 m. Os resultados mais significativos estão representados nas figura 6.9 e figura 6.10.

Tal como esperado, a imposição de um valor de massa volúmica mais baixo (modelos A, D e G) resulta no aumento da profundidade do modelo. De forma inversa, a imposição de valores de massa volúmica mais elevados (modelos C, F e I) resultam num modelo menos profundo.

Quanto ao ajuste final dos modelos, é interessante verificar que o RMS aumenta quando o contraste de massa volúmica também aumenta. Observando a distribuição espacial das diferenças entre os dados sintéticos e as respostas dos modelos (ver figura 6.11) verifica-se que as zonas onde essa diferença é maior coincidem com as zonas de transição encaixante-bacia, isto é, onde existe contraste de massa volúmica no modelo teórico. Como foram impostos constrangimentos de suavização ao algoritmo, o processo seguirá sempre no sentido de suavizar contrastes. Se o modelo a encontrar contém contrastes acentuados, será difícil obter um resultado que justifique simultaneamente esses contrastes e o constrangimento de suavização.

Relativamente à convergência, todos os resultados obtidos para os modelos com massa volúmica -500 kg.m^{-3} e -700 kg.m^{-3} conseguem resultados ao fim de 2 iterações, enquanto para o modelo com -900 kg.m^{-3} só se conseguiu um resultado satisfatório com 30 iterações (ver tabela 6.1). Este facto também está relacionado com a necessidade de impor um valor de λ mais baixo para que se consiga ajustar um contraste mais abrupto.

6.3.3 - Aplicação à bacia de Chaves

De acordo com o exposto no capítulo 6.2.3, as primeiras estimativas para o contraste de massa volúmica entre o material de enchimento da bacia e o material onde esta se encontra instalada apontam para um valor rondando os -700 kg.m^{-3} . No entanto, esta avaliação tem uma grande

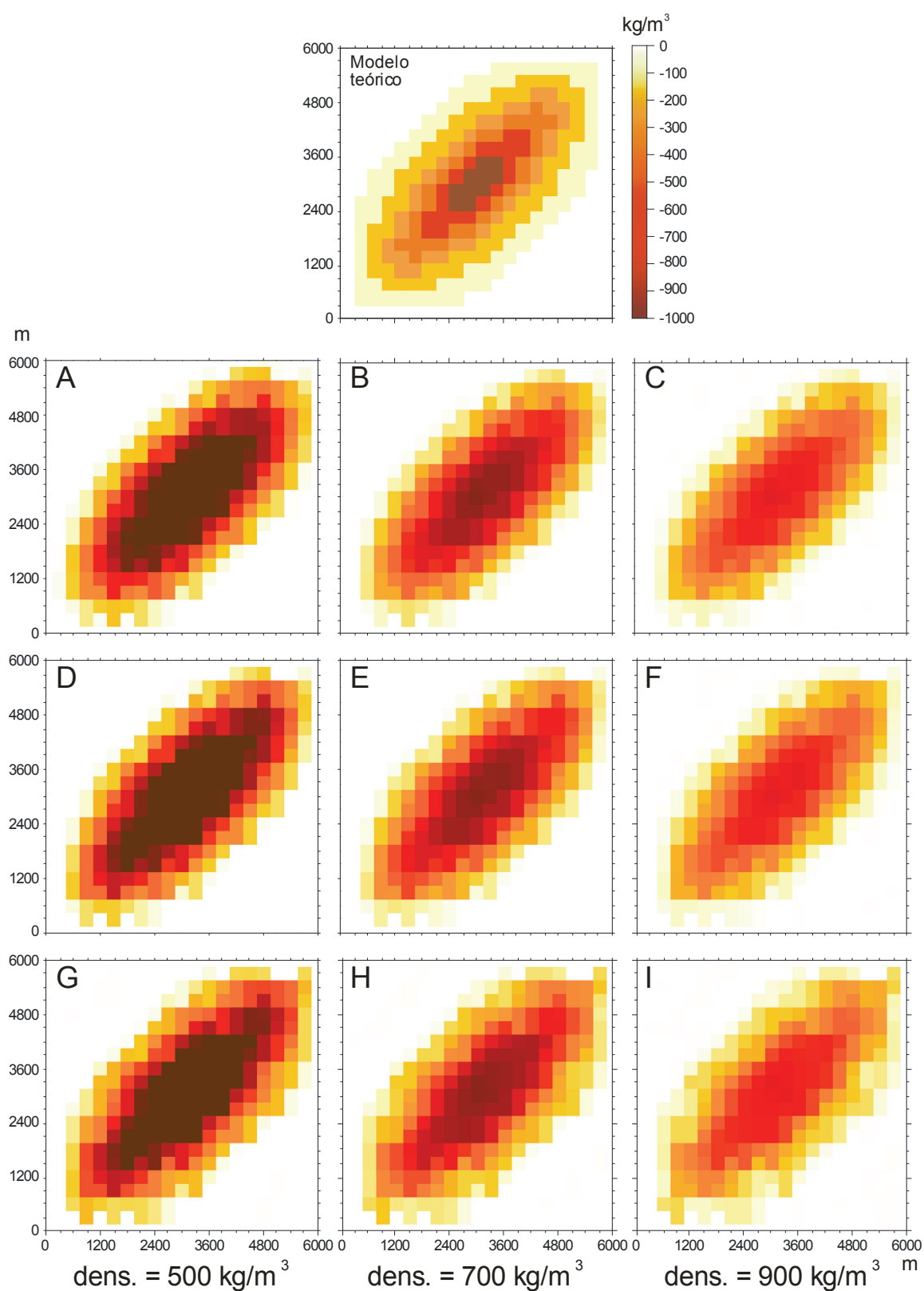


Figura 6.9 - Modelo Teórico: modelo teórico considerando blocos de 300 m X 300 m e com profundidade conforme o código de cores. Considerou-se blocos com -700 kg.m^{-3} num ambiente com 0 kg.m^{-3} . De A a I: Modelos resultantes da aplicação do método considerando massas volúmicas de -500 , -700 e -900 kg.m^{-3} , e três valores diferentes para λ

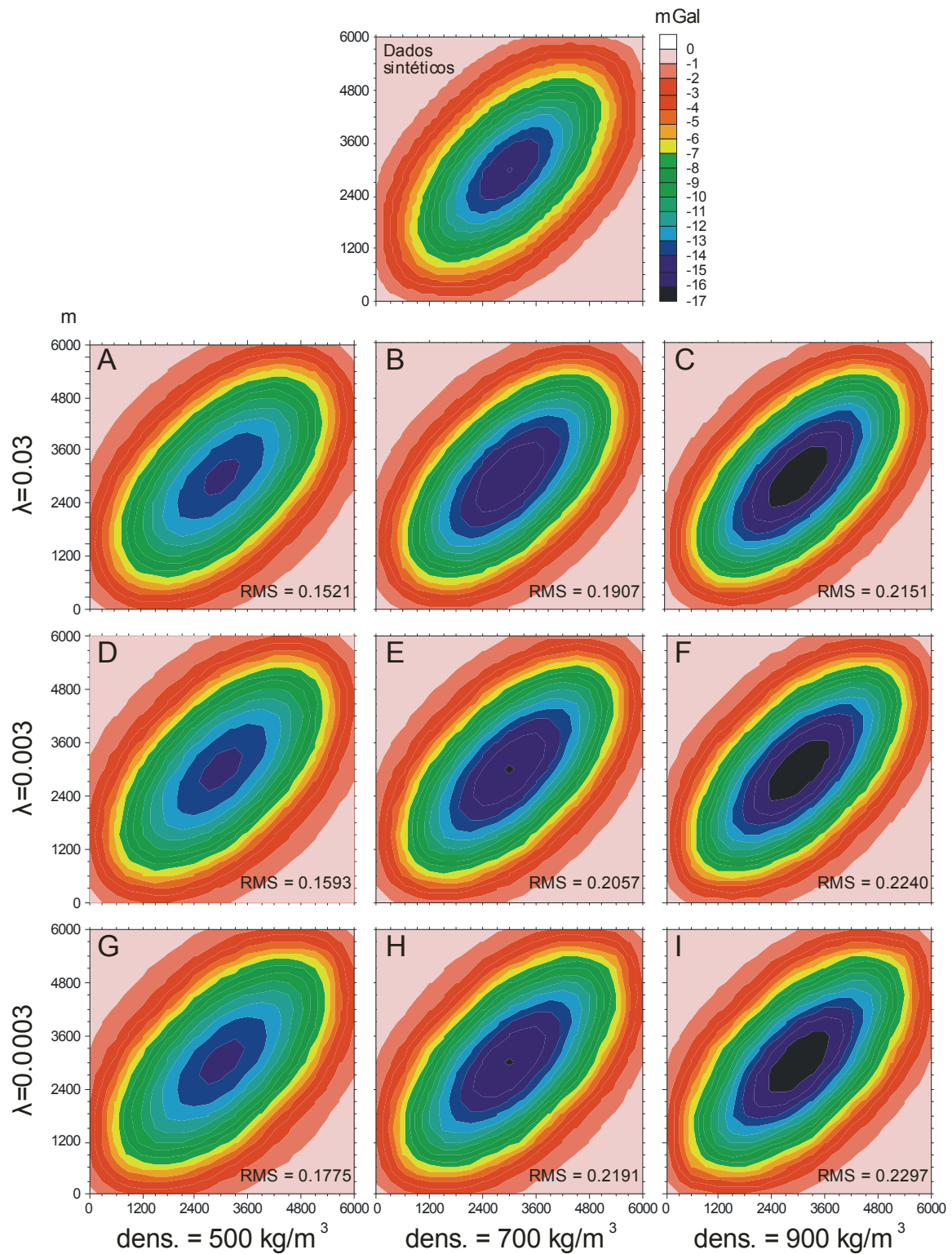


Figura 6.10 - Resposta dos modelos apresentados na Figura 6.9. Em cima encontram-se representados os dados sintéticos usados para calcular os modelos de A a I.

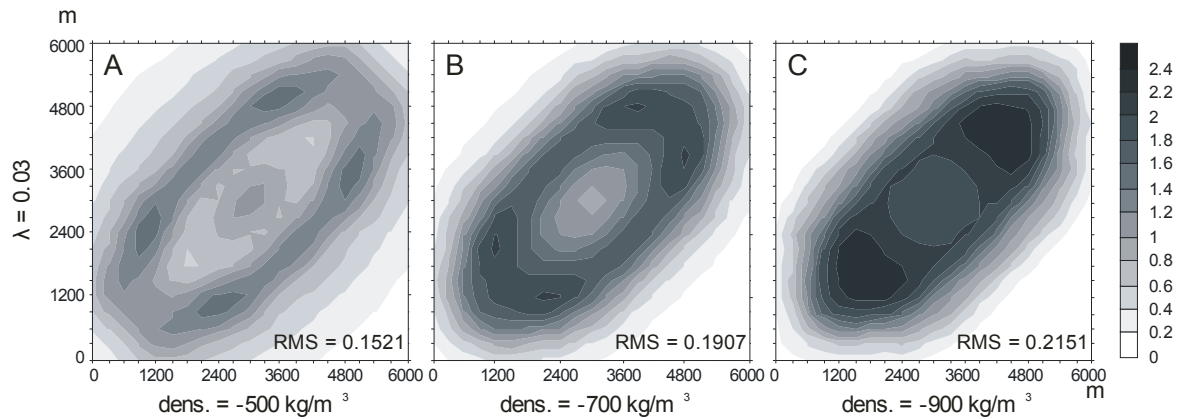


Figura 6.11 – Distribuição do ajuste da resposta dos modelos A, B e C da figura 6. 10.

incerteza associada. Foram, assim, calculados modelos contemplando vários contrastes de massa volúmica.

Para evitar instabilidades, e porque o contraste de massa volúmica é constante e negativo, foi seleccionada apenas uma região da carta da anomalia de Bouguer residual por forma a isolar, tanto quanto possível, a anomalia negativa que representa a bacia de Chaves. Devido à orientação desta estrutura, optou-se por considerar uma região rectangular com uma inclinação de 32° em relação ao norte (ver figura 6. 12). O lado NW-SE (lado a) tem um comprimento de

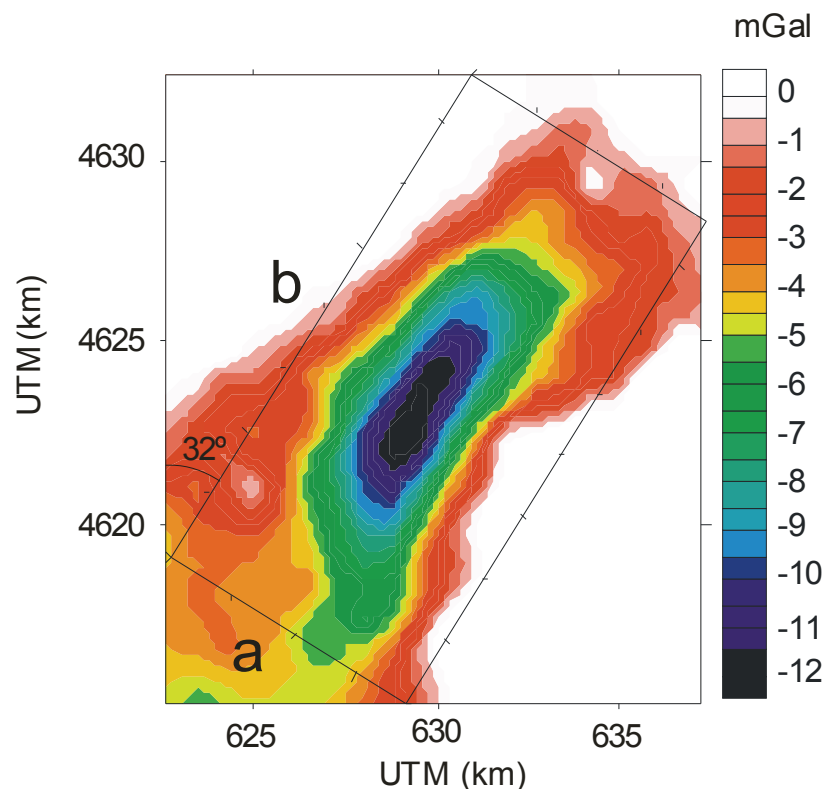


Figura 6.12 – Secção da carta de anomalia de Bouguer residual usada para estimar a topografia do soco da bacia de Chaves. O lado maior (b) da secção rectangular faz um ângulo de 32° com o norte. Considerou-se um novo sistema de coordenadas ortogonais com origem no ponto O (UTM – 622686 m E, 4619160 m N).

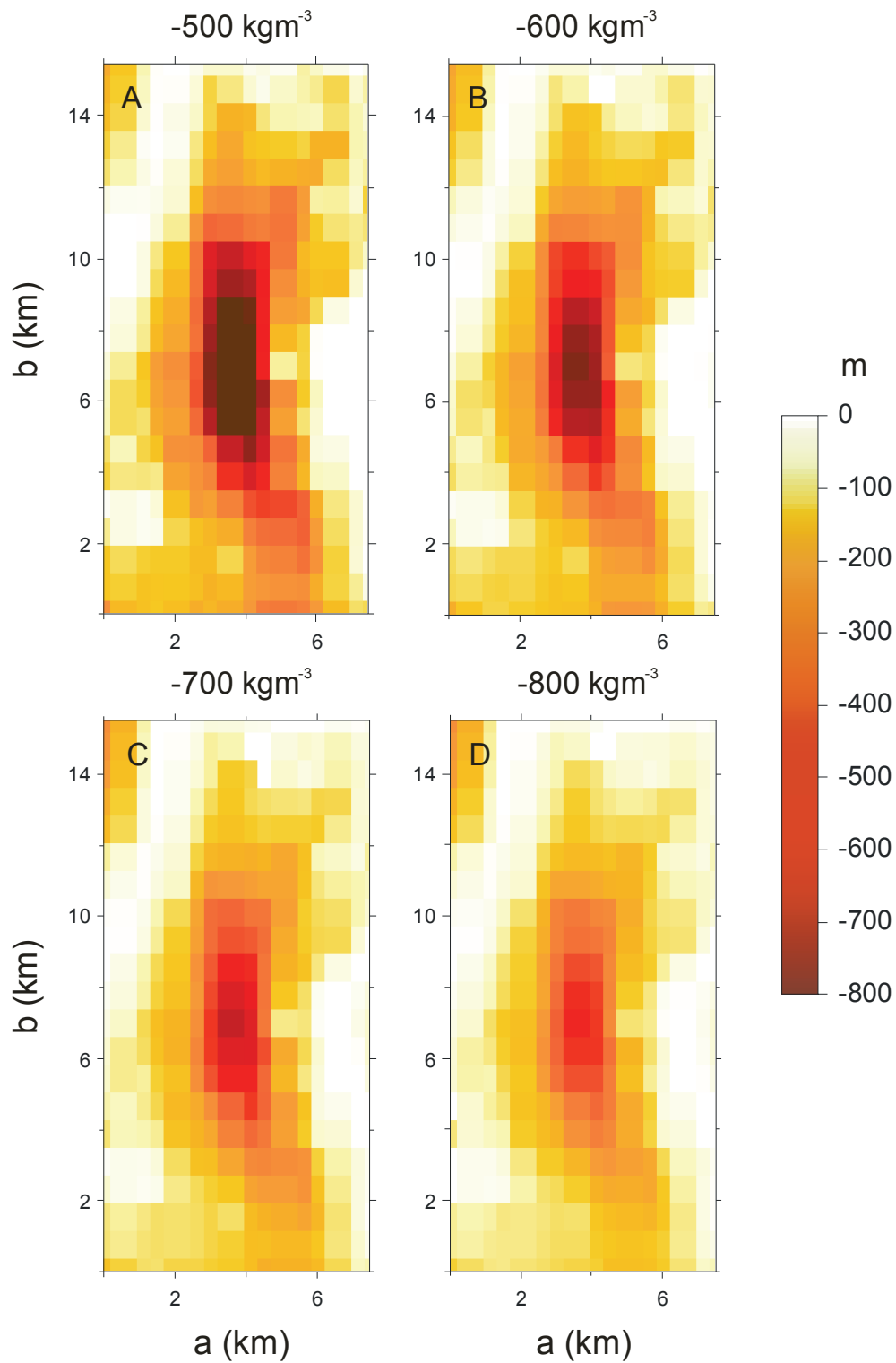


Figura 6.13 - Modelos resultantes da aplicação do método considerando contrastes de massa volúmica de (A) -500 kgm^{-3} , (B) -600 kgm^{-3} , (C) -700 kgm^{-3} e (D) -800 kgm^{-3} , e $\lambda = 300$.

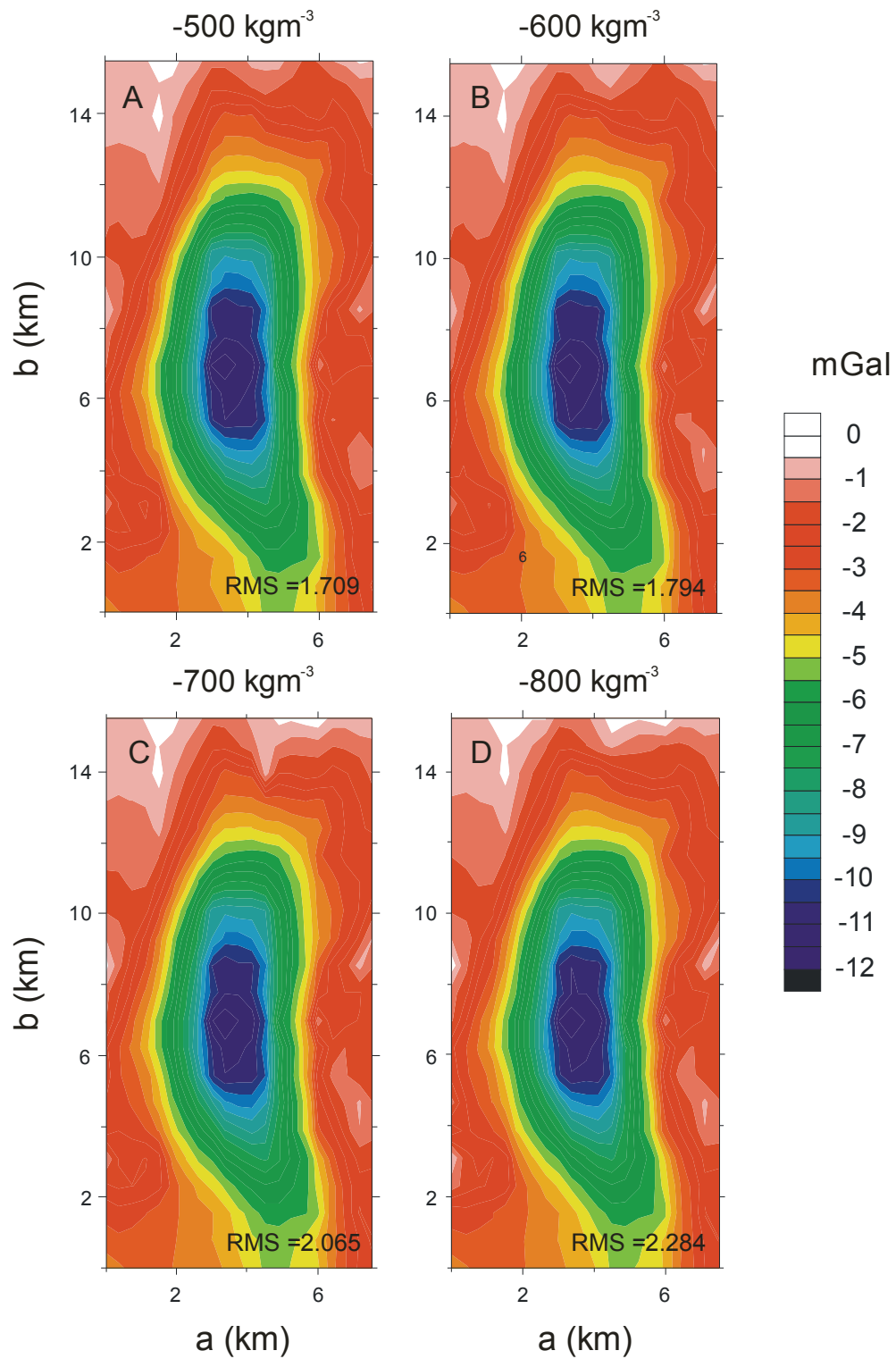


Figura 6.14 - Resposta dos modelos apresentados na figura 6. 13, considerando contrastes de massa volúmica de (A) -500 kgm^{-3} , (B) -600 kgm^{-3} , (C) -700 kgm^{-3} e (D) -800 kgm^{-3} , e $\lambda = 300$.

7500 m enquanto o lado NE-SW (lado **b**) tem um comprimento de 15500 m. Conseguiu-se, assim, que os valores positivos da anomalia não excedessem os 3 mGal.

O resultado deste método é muito influenciado pelo parâmetro λ , já que este define a “rugosidade” do modelo. Assim, foram gerados diversos modelos usando vários valores iniciais de λ . Nas figuras 6.13 e 6.14 são apresentados os resultados obtidos com $\lambda = 300$, já que foi aquele com que se obteve um melhor ajuste. É de notar que este valor é bastante superior aos valores usados no caso sintético (capítulo 6.1.2). Esta diferença poderá estar relacionada com a maior irregularidade apresentada pelos dados reais, incluindo a presença de anomalias positivas, sendo, assim, necessário um constrangimento mais forte para regularizar a solução.

Tal como no exemplo sintético, usou-se um modelo inicial em que todos os prismas têm uma altura de 500 m.

Análise dos resultados

Os resultados obtidos com um contraste de massa volúmica de -700 kg.m^{-3} apontam para que a bacia tenha uma profundidade máxima de cerca de 610 m. No entanto, esta estimativa não é rigorosa, existindo alguns factores que convém considerar.

Como o contraste de massa volúmica entre o material de enchimento da bacia e o seu encaixante não são completamente determinados, existe uma margem de erro que não pode ser negligenciada. De facto, se o contraste de massa volúmica for superior, a profundidade “real” será menor, enquanto um contraste de massa volúmica menor traduzir-se-á numa maior profundidade “real”.

É também conveniente considerar o facto de que o grau de compactação do material que enche a bacia deverá aumentar com a profundidade, sendo que o contraste de massa volúmica deverá ser menor no fundo da bacia do que à superfície. Como as medições (ver capítulo 6.2.3) foram todas efectuadas à superfície, é natural que este fenómeno se verifique, o que resulta numa profundidade “real” superior à calculada.

Este problema poderia ser resolvido aplicando um algoritmo que considere o aumento da compactação dos sedimentos (e.g. Chai e Hinze, 1988; Chakravarthi *et al.*, 2002). Neste caso, no entanto, não existe qualquer informação que permita inferir qual a taxa de compactação com a profundidade, sendo que qualquer estimativa seria tão credível como a estimativas com uma densidade uniforme

Se for considerado um contraste de massa volúmica de -600 kg.m^{-3} , o valor de profundidade máxima rondará os 740 m. Assim, não será possível indicar uma profundidade inequívoca, no entanto é provável que o valor se encontre algures entre os 610 m e os 740 m.

Nas figura 6.15 e 6.16 são apresentados cortes verticais do modelo com contraste de massa volúmica de -700 kg.m^{-3} apresentado na figura 6.13, para uma melhor percepção do perfil da bacia. Verifica-se que ambos traduzem a topografia da forma esperada.

No perfil NW-SE (figura 6.15) verifica-se uma diferença nos declives que marcam os limites laterais da bacia. A falha que se sabe existir no limite SE provoca um declive significativamente

Tabela 6.1 – Número de iterações necessárias e respectivos λ finais e λ iniciais para a obtenção dos resultados apresentados nas figuras 6.13 e 6.14.

	-500 kg.m ⁻³		-700 kg.m ⁻³		-900 kg.m ⁻³	
λ_{inicial}	Nº Iter.	λ_{final}	Nº Iter.	λ_{final}	Nº Iter.	λ_{final}
3×10^{-2}	2	1.92×10^{-2}	2	1.92×10^{-2}	30	3.71×10^{-2}
3×10^{-3}	2	1.92×10^{-3}	2	1.92×10^{-3}	30	3.71×10^{-3}
3×10^{-4}	2	1.92×10^{-4}	2	1.92×10^{-4}	30	3.71×10^{-4}

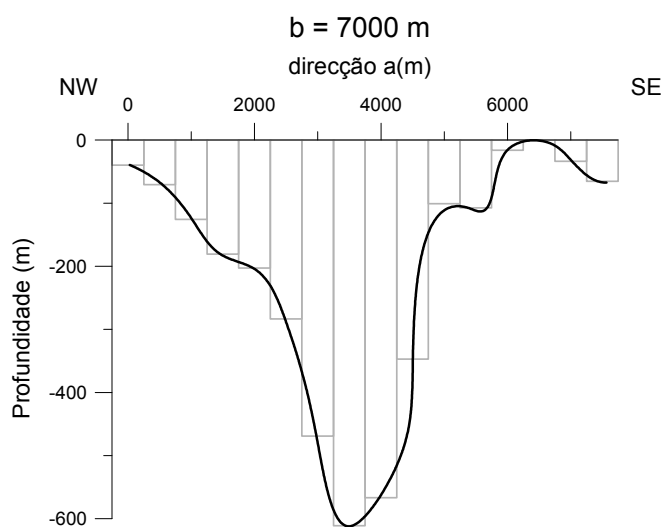


Figura 6.15 – Corte vertical paralelo ao eixo a na coordenada b = 7000 m. do modelo com contraste de massa volúmica de -700 kgm⁻³ apresentado na figura 6.13 C.

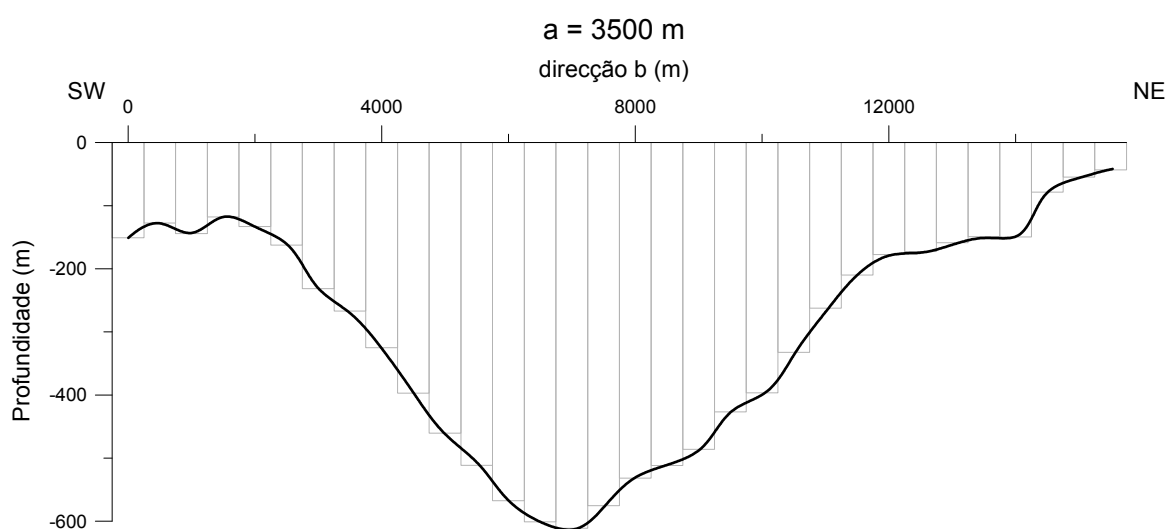


Figura 6.16 – Corte vertical paralelo ao eixo b na coordenada a = 3500 m do modelo com contraste de massa volúmica de -700 kgm⁻³ apresentado na figura 6.13 C.

mais acentuado deste limite do que no limite NE. Também a zona onde a soco é mais profundo (à volta da coordenada 3500 m deste perfil) aparenta coincidir com o local onde passa o segmento local da zona de falha de Penacova-Verim.

O perfil SW-NE (figura 6.16) apresenta declives muito mais suaves, como era espectável. A extremidade NE a bacia parece tender para fechar, enquanto na extremidade SW ainda apresenta uma espessura de mais de 150 m. A zona mais profunda também aparente coerência com a região que se admitiu ser mais profunda em estudos anteriores.

6.4 - Simulated annealing (2D)

Apresenta-se agora um método de inversão 2D de dados de gravimetria em que se aplica o método de *simulated annealing* para definir a topografia das interfaces de um determinado número de camadas do subsolo.

O *simulated annealing* (SA) é um método de minimização global que consiste na procura aleatória de soluções que minimizem a energia (E) do sistema (ver capítulo 2.3). Uma solução será aceite caso minimize a energia do sistema. Caso contrário, a sua aceitação está dependente de uma probabilidade, a qual diminui à medida que o processo avança. Essa diminuição é controlada por um valor T (*temperatura*). O valor de T diminui (*arrefecimento*) de acordo com uma regra estabelecida (*taxa de arrefecimento*). Quanto mais lento for o arrefecimento, mais provável será encontrar uma solução adequada.

Este método será testado com recurso a um modelo teórico e à aplicação aos casos de Chaves e de Sinai.

6.4.1 - Método

O subsolo é dividido em células rectangulares, como mostra a figura 6.17. A dimensão vertical das células é limitada pela posição das interfaces de massa volúmica. As interfaces são aproximadas pelas arestas horizontais das células rectangulares. A massa volúmica das células entre duas interfaces é considerada constante.

Energia do sistema (função objectivo)

Defina-se uma função objectivo, E (*energia*), baseada numa norma L1, e envolvendo dados de gravimetria e interfaces suaves, como

$$E = \varepsilon E_g + \lambda \sum_{k=1}^K S_k, \quad (6.23)$$

onde K é o número de interfaces do modelo, ε e λ são pesos cujos valores dependem da importância relativa dos dados de gravimetria e da suavidade das interfaces. S_k exprime a suavidade da interface k .

E_g e S_k são definidos por (Roy *et al.*, 2002):

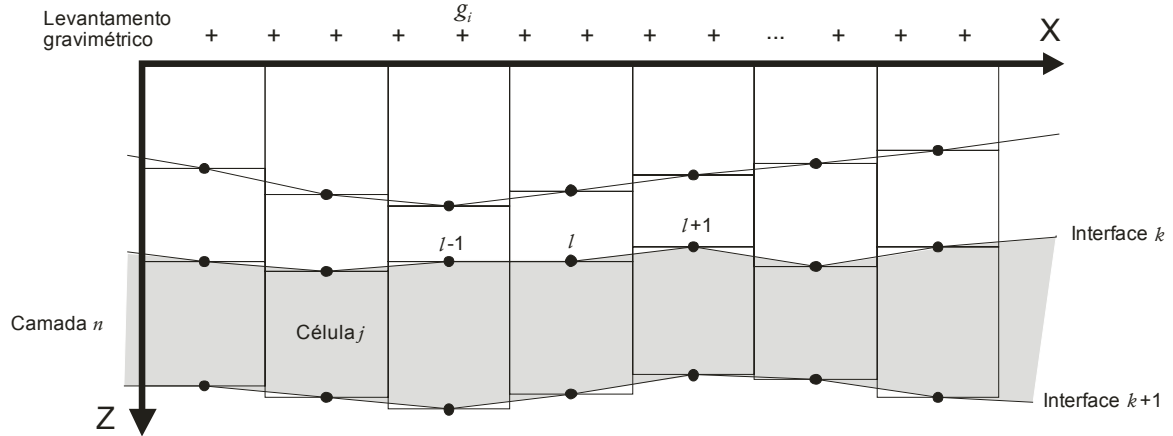


Figura 6.17 – Modelo para resolução do problema inverso de dados de gravimetria usando o método de *simulated annealing*. O espaço é dividido em células rectangulares. Os símbolos + representam as leituras gravimétricas. As interfaces de massa volúmica são aproximadas pelas arestas horizontais das células e representadas por pontos com coordenadas (x_l, z_l) . g_i é a leitura gravimétrica i . A camada n é limitada pelas interfaces k e $(k+1)$. Três pontos da interface k são identificados por $l-1$, l e $l+1$.

$$E_g = \frac{2 \sum_{i=1}^{N_g} (|g_i^{obs} - g_i^{cal}|)}{\sum_{i=1}^{N_g} (|g_i^{obs} - g_i^{cal}|) + \sum_{i=1}^{N_g} (|g_i^{obs} + g_i^{cal}|)}, \quad (6.24)$$

$$S_k = \frac{1}{N_k} \frac{\sum_{j=1}^{N_k} (|z_{l-1} - 2z_l + z_{l+1}|)}{(x_{l+1} - x_{l-1})}. \quad (6.25)$$

O subscrito k refere-se k -ésima interface, N_k é o número de segmentos na interface k , e N_g é o número de observações gravimétricas. x_l e z_l são as coordenadas do ponto l (ponto central do segmento de recta j da interface k).

Parâmetros iniciais

A taxa de arrefecimento foi fixada em $T_n = 0.99T_{n-1}$. Os parâmetros λ e ε , bem como a temperatura inicial (T_0) são determinados caso a caso, por tentativa-erro.

É imposto um constrangimento limitando o alcance da busca, ou seja, são definidos limites máximos e mínimos para a localização de cada interface. É também indicada uma profundidade inicial (z_0) para cada interface, em torno da qual serão aplicadas as alterações que visam a diminuição da *energia* do sistema.

Implementação do método

O algoritmo de *simulated annealing* apresentado no capítulo 2.3 é implementado usando a função objectivo (6.4).

Para lidar com o cariz estatístico característico dos métodos de *simulated annealing*, procedeu-se ao cálculo de vários modelos, com os mesmos parâmetros de inversão iniciais, e à análise estatística dos vários resultados obtidos. Neste trabalho, foram calculados 10 modelos para cada caso. Foram descartados os 4 modelos que apresentavam os valores de *energia* E mais elevados.

Foi calculada a média dos valores para os 6 modelos restantes, tendo-se registado também os valores mínimos e máximos, para cada parâmetro do modelo.

6.4.2 - Aplicação a dados sintéticos

Modelo teórico e geração dos dados sintéticos

Este método foi aplicado a um conjunto de dados sintéticos, cujo modelo teórico se encontra representado na figura 6.18. O modelo tem uma extensão horizontal de 30 km. Os dados de gravimetria foram calculados a cada 1 km, num total de 21 leituras, entre as coordenadas 5 km e os 25 km do perfil.

Para o cálculo dos dados sintéticos foi usada a equação (6.6). As massas volúmicas atribuídas a cada camada encontram-se indicadas na tabela 6.2. Para maior realismo, foi acrescentado aos dados obtidos um erro aleatório máximo de 1 % da média dos valores absolutos das leituras.

Inversão dos dados sintéticos

Os limites de busca para a profundidade das interfaces são apresentados na tabela 6.3. Foi atribuído a cada camada o mesmo valor de massa volúmica utilizado para o cálculo dos dados sintéticos.

Os valores de ε , λ e T_0 foram determinados por tentativa-erro. Neste caso, foram utilizados os valores de 0.6 para ε e 0.79 para λ . A *temperatura* foi inicializada a 30. Os resultados encontram-se representados na figura 6.19.

Para quantificar a proximidade entre o modelo calculado e o modelo teórico foi utilizado o parâmetro de distância relativa

$$D_p = \frac{1}{M} \sqrt{\sum_i^M \left(\frac{p_i^{teor} - p_i^{calc}}{p_i^{teor}} \right)^2} \times 100\%, \quad (6.26)$$

onde p_i^{teor} e p_i^{calc} representam os valores, respectivamente teórico e calculado (valor médio dos 6 modelos calculados), do parâmetro de inversão i , e M é o número total de parâmetros.

O resultado revela que a interface mais superficial não foi bem resolvida ($D1 = 17.2\%$), principalmente na zona onde a espessura da primeira camada é maior. De facto, os dados não têm uma resolução que permita resolver irregularidades superficiais e de pequena dimensão.

Já a segunda interface foi bastante bem resolvida ($D2 = 2.0\%$). As zonas desta interface que revelam um pior ajuste estão relacionadas com os “degraus” do modelo, bem como a zona mais profunda da interface.

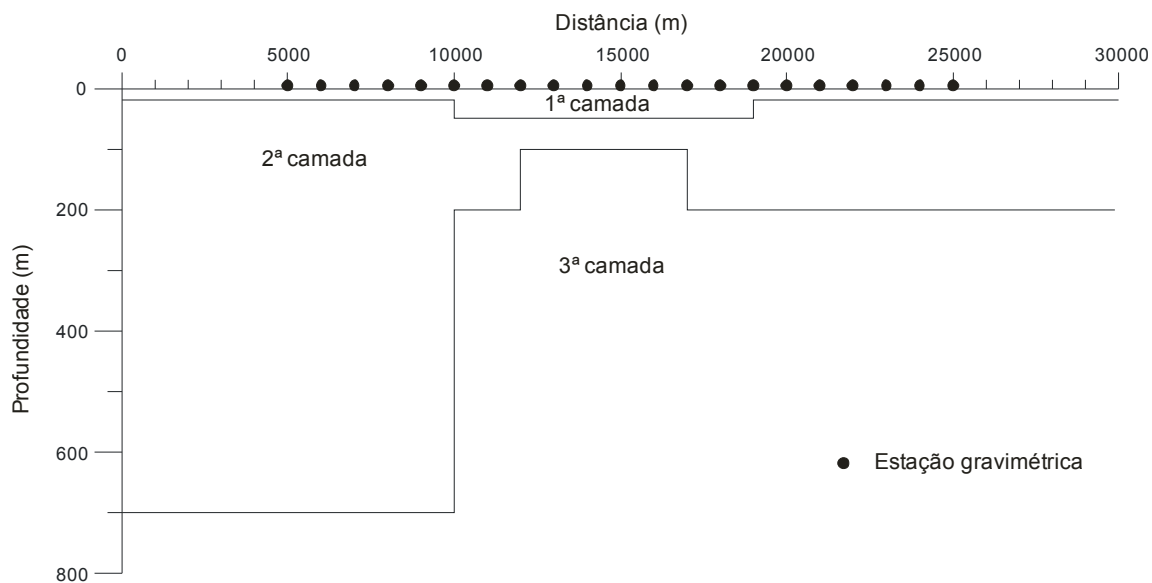


Figura 6.18 – Modelo teórico utilizado para a geração de dados sintéticos. A massa volúmica de cada camada encontra-se indicada na tabela 6.2.

Tabela 6.2 – Massa volúmica atribuída a cada camada do modelo apresentado na figura 6.18.

Camada	Massa Volúmica
1	2000 kg.m ⁻³
2	2150 kg.m ⁻³
3	2300 kg.m ⁻³

Tabela 6.3 - Limites de busca usados na inversão dos dados sintéticos gerados pelo modelo da figura 6.18 usando o método de *simulated annealing*. z_1 e z_2 representam as profundidades das interfaces 1 e 2

Parâmetro	Máximo	Mínimo
z_1	60 m	5 m
z_2	1000 m	61 m

Modelo teórico

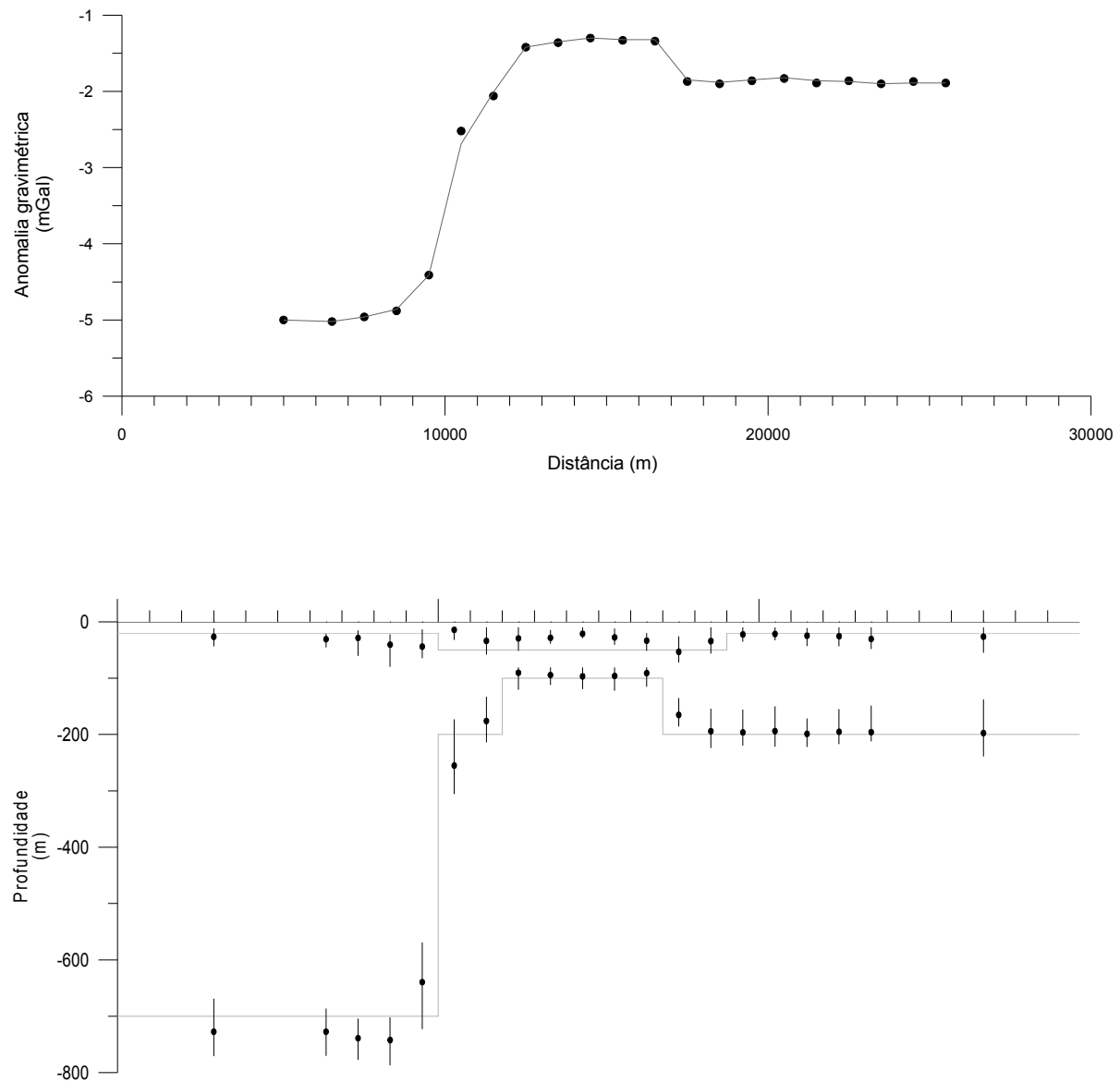


Figura 6.19 – Resultado da inversão do modelo sintético da figura 6.18 usando o método de *simulated annealing*. Parâmetros utilizados: $\varepsilon = 0.6$; $\lambda = 0.79$; $T_0 = 30$; Parâmetro de ajuste do modelo $D = 8.7\%$.

A – Dados sintéticos e resposta do modelo com menor energia de entre os 10 calculados ($E = 1.78 \times 10^{-2}$).

B – Modelo médio resultante dos 6 modelos seleccionados. As barras verticais indicam a variação entre os máximos e os mínimos registados nos 6 modelos. Os parâmetros de ajuste do modelo determinados para cada uma das camadas são $D_1 = 17.2\%$ e $D_2 = 2.0\%$.

6.4.3 - Aplicação aos dados de Chaves

Este método foi aplicado a dois perfis retirados da carta da anomalia residual do levantamento efectuado na zona de Chaves. Os dois perfis estão dispostos perpendicularmente um ao outro, de maneira a obter um corte longitudinal (Perfil PC-1) e outro transversal (Perfil PC-2) da anomalia referente à bacia (ver figura 6.20).

Para ambos os perfis foram considerados modelos de 3 camadas, sendo que, a cada camada, foi atribuído o valor de massa volúmica de acordo com o apresentado na tabela 6.4. Também os limites de busca para a profundidade das interfaces forma os mesmos para os dois perfis, encontrando-se apresentados na tabela 6.5.

Perfil PC-1

Os valores de ε , λ e T_0 foram determinados por tentativa-erro. Os resultado obtidos com 0.6 para ε e 0.75 para λ foram os que apresentavam modelos coerentes com valores de ajuste mais baixos. A *temperatura* foi inicializada a 40.

Os modelos obtidos encontram-se representados na figura 6.19, e resultam da conjugação dos 6 modelos com menor *energia*, de entre os 10 calculados. As *energias* dos 6 modelos situam-se entre 1.13×10^{-2} (*energia* mínima encontrada) e 1.34×10^{-2} (*energia* máxima encontrada).

O modelo apresenta uma interface mais superficial, a uma profundidade rondando os 100 m, mantendo a mesma profundidade em toda a extensão do perfil. A camada mais superficial, delimitada por esta interface, estará relacionada com a camada sedimentar mais superficial.

A interface mais profunda representa, de forma notória o soco da bacia. A profundidade máxima neste modelo ronda os 780 m, valor coerente com os resultados obtidos com o método de inversão para o cálculo do soco, apresentado no capítulo 6.3. De facto, apesar de um pouco mais elevado (no capítulo 6.3.3 foram calculados valores de profundidade máxima de 610 m para contrastes de massa volúmica de -700 kg.m^{-3} e 740 m para contraste de massa volúmica de -600 kg.m^{-3}) há que ter em consideração que este valor foi calculado utilizando uma aproximação 2-D, sendo de esperar uma tendência para uma sobredimensionação da profundidade do soco.

Perfil PC-2

Os valores de ε , λ e T_0 foram determinados por tentativa-erro. Os resultado obtidos com 0.6 para ε e 1.0 para λ foram os que apresentavam modelos coerentes com valores de ajuste mais baixos. A *temperatura* foi inicializada a 40.

O perfil PC-2 abrange zonas no exterior da bacia. Devido à impossibilidade de sobreposição dos limites das camadas (imposição posta pela estrutura do programa), verificou-se que seria impossível um ajuste dos dados de gravimetria na zona leste deste perfil. Assim, optou-se por alterar a densidade atribuída às camadas 1 e 2, atribuindo, a partir da coordenada $x = 7500 \text{ m}$, uma densidade de 2600 kg.m^{-3} à camada 2 e 2000 kg.m^{-3} à camada 1 (ver figura 6.21).

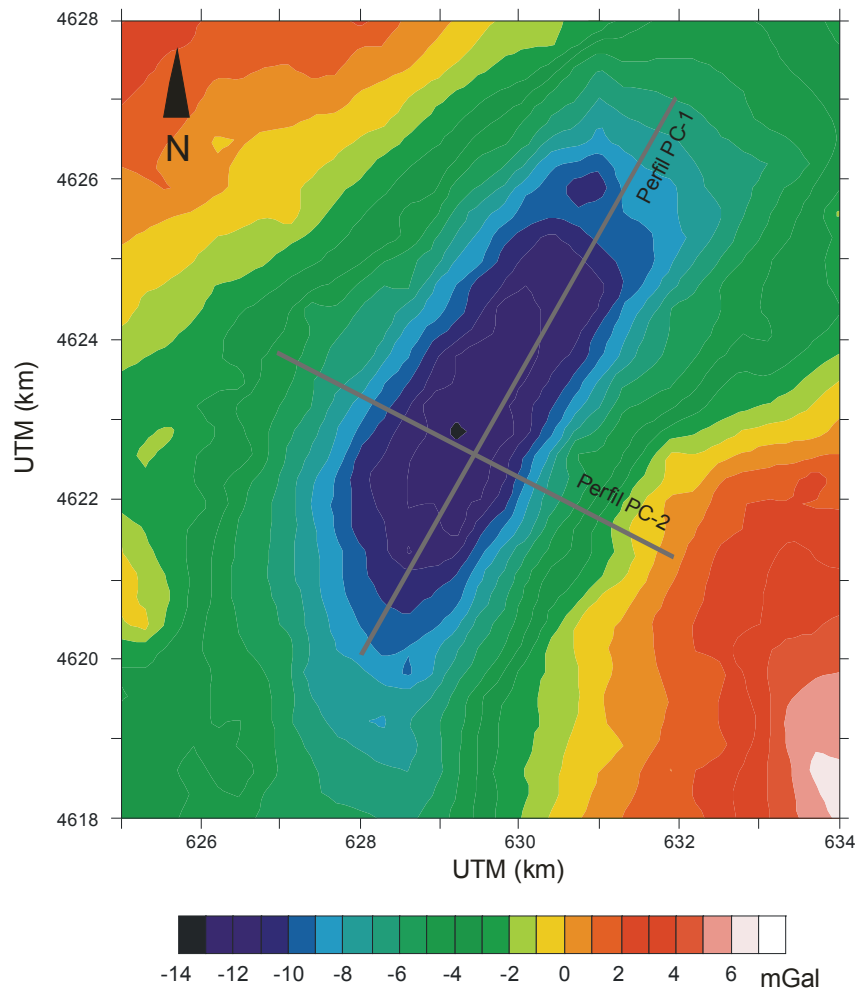


Figura 6.20 – Identificação dos perfis PC-1 e PC-2 na carta da anomalia residual de Bouguer do levantamento efectuado na zona de Chaves.

Tabela 6.4 – Massas volúmicas atribuídas a cada camada para a inversão dos dados de gravimetria dos perfis PC-1 e PC-2 usando o método de *simulated annealing*.

Camada	Densidade
1	2.0 g.cm ⁻³
2	1.9 g.cm ⁻³
3	2.65 g.cm ⁻³

Tabela 6.5 – Limites de busca usados na inversão dos dados de gravimetria dos perfis PC-1 e PC-2 usando o método de *simulated annealing*. z_1 e z_2 representam as profundidades das interfaces 1 e 2.

Parâmetro	Máximo	Mínimo
z_1	200 m	1 m
z_2	1000 m	201 m

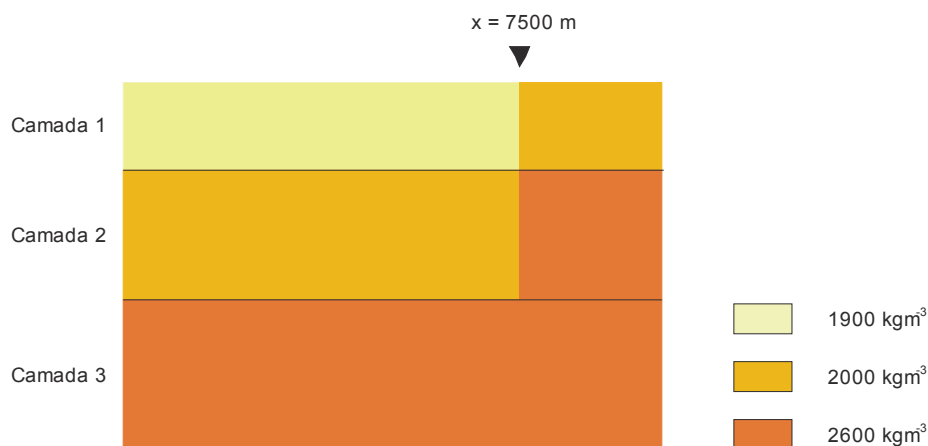


Figura 6.21 – Atribuição de densidades para inversão 2-D dos dados de gravimetria do perfil PC-2, pelo método de SA.

Os resultados encontram-se representados na figura 6.23, e resultam da conjugação dos 6 modelos com menor *energia*, de entre 10 calculados. As *energias* dos 6 modelos situam-se entre 4.59×10^{-2} (*energia* mínima encontrada) e 4.81×10^{-2} (*energia* máxima encontrada).

Tal como para o perfil PC-1, o modelo obtido para o perfil PC-2 apresenta uma interface mais superficial, a uma profundidade rondando os 100 m, coerente com as profundidades admitidas para o aquífero frio superficial.

A interface mais profunda apresenta uma profundidade máxima superior à determinada pelo perfil PC-1. De facto, este perfil apresenta um declive muito acentuado, que estará relacionado com o segmento local da zona de falha de Penacova-Verim. Tal como esperado, o declive na zona SW do perfil é mais acentuado do que na zona NE devido à falha que delimita a zona SW da bacia.

O declive acentuado da interface mais profunda condiciona o ajuste da resposta do modelo aos dados de campo, pois dificulta o ajuste da zona do mínimo da curva. Assim se justifica a impossibilidade de obter uma *energia* inferior a 4.59×10^{-2} .

Apesar de o modelo estabelecer uma profundidade máxima rondando os 620 m, admite-se que a profundidade da zona de falha possa ser bastante superior. No entanto, os dados não têm a resolução necessária para resolver a estrutura.

6.4.4 - Aplicação aos dados de Sinai

Este método foi aplicado a 4 perfis retirados da carta da anomalia de Bouguer completa do levantamento efectuado na zona NW da península de Sinai. A disposição dos perfis encontra-se representada na figura 6.24.

Tal como exposto no capítulo 4, os dados disponíveis encontram-se interpolados de tal forma que não permite a confiança necessária para um tratamento mais aprofundado. Assim, resolveu-se utilizar os dados da anomalia de Bouguer completa. Esta opção tem como consequência a necessidade de adicionar ao algoritmo um mecanismo que permita retirar o efeito do campo regional. Foi, então, adicionado um parâmetro de correcção às respostas dos modelos. Este

Perfil PC-1

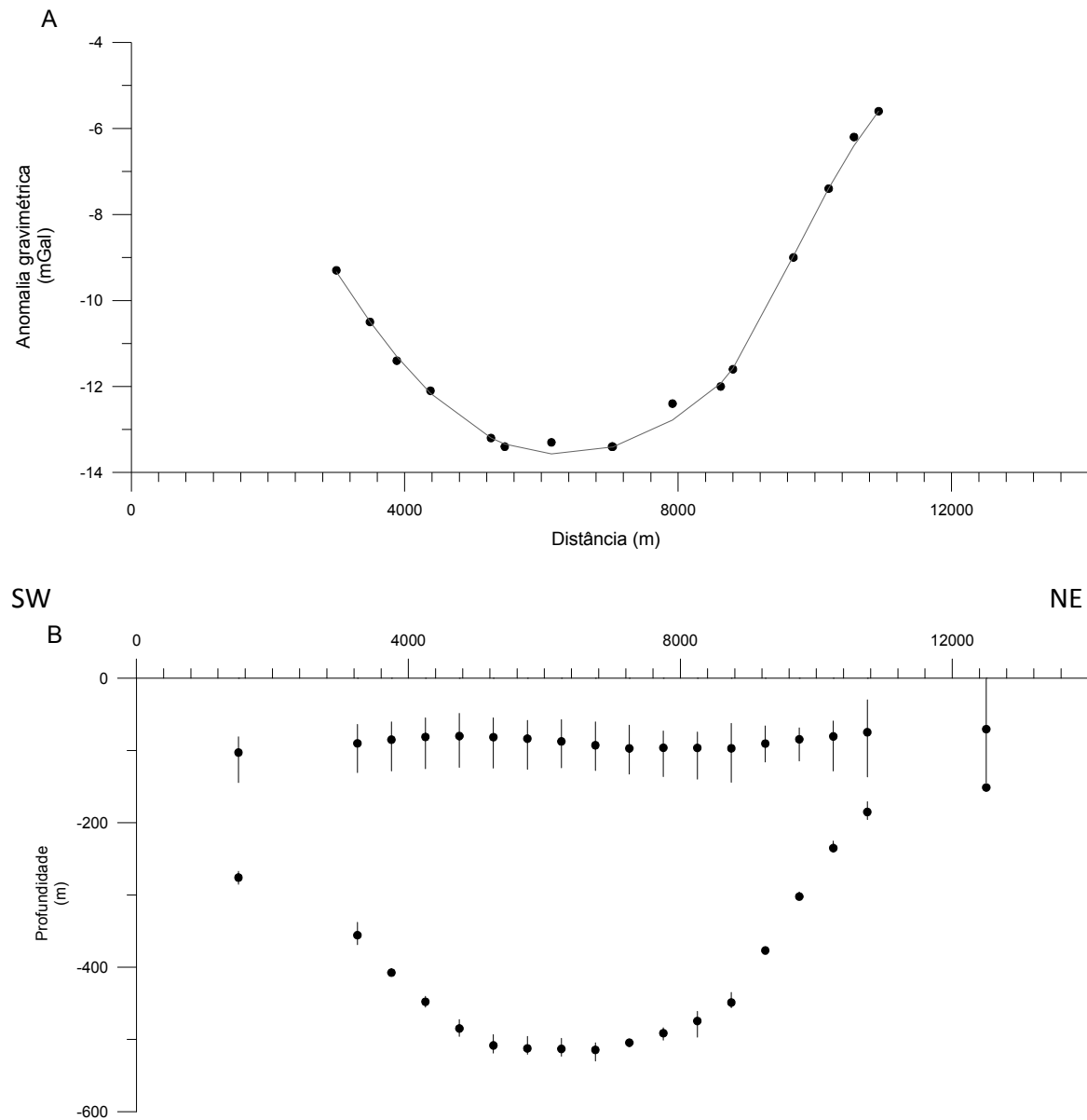


Figura 6.22 – Resultado da inversão do perfil PC-1 usando o método de *simulated annealing*. Parâmetros utilizados: $\varepsilon = 0.6$; $\lambda = 0.75$; $T_0 = 40$.

A – Dados sintéticos e resposta do modelo com menor energia de entre os 10 calculados ($E = 1.13 \times 10^{-2}$).

B – Modelo médio resultante dos 6 modelos seleccionados. As barras verticais indicam a variação entre os valores máximos e os mínimos registados nos 6 modelos.

Perfil PC-2

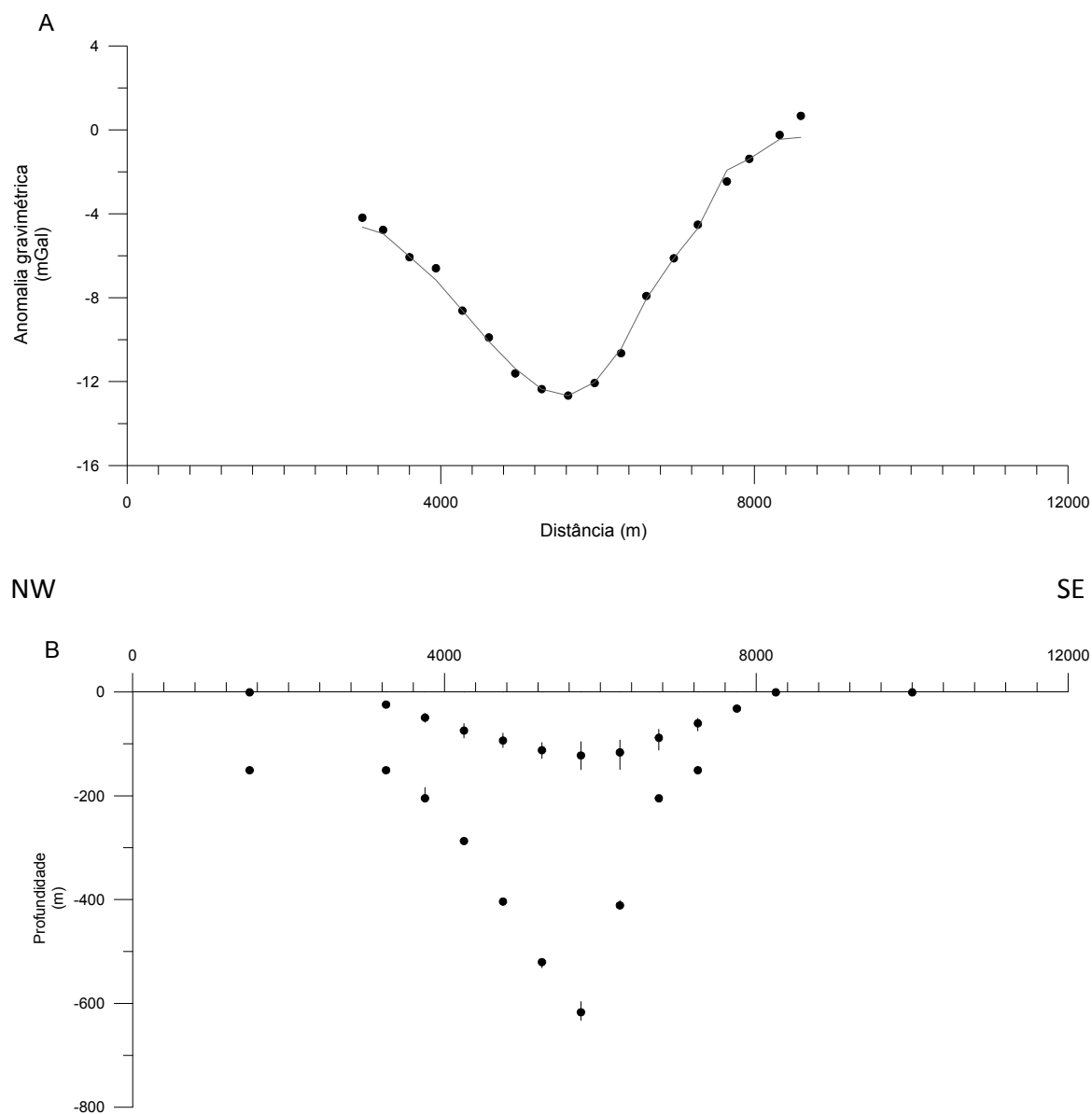


Figura 6.23 – Resultado da inversão do perfil PC-2 usando o método de *simulated annealing*. Parâmetros utilizados: $\varepsilon = 0.6$; $\lambda = 1.0$; $T_0 = 40$.

A – Dados sintéticos e resposta do modelo com menor energia de entre os 10 calculados ($E = 4.59 \times 10^{-2}$).

B – Modelo médio resultante dos 6 modelos seleccionados. As barras verticais indicam a variação entre os valores máximos e os mínimos registados nos 6 modelos.

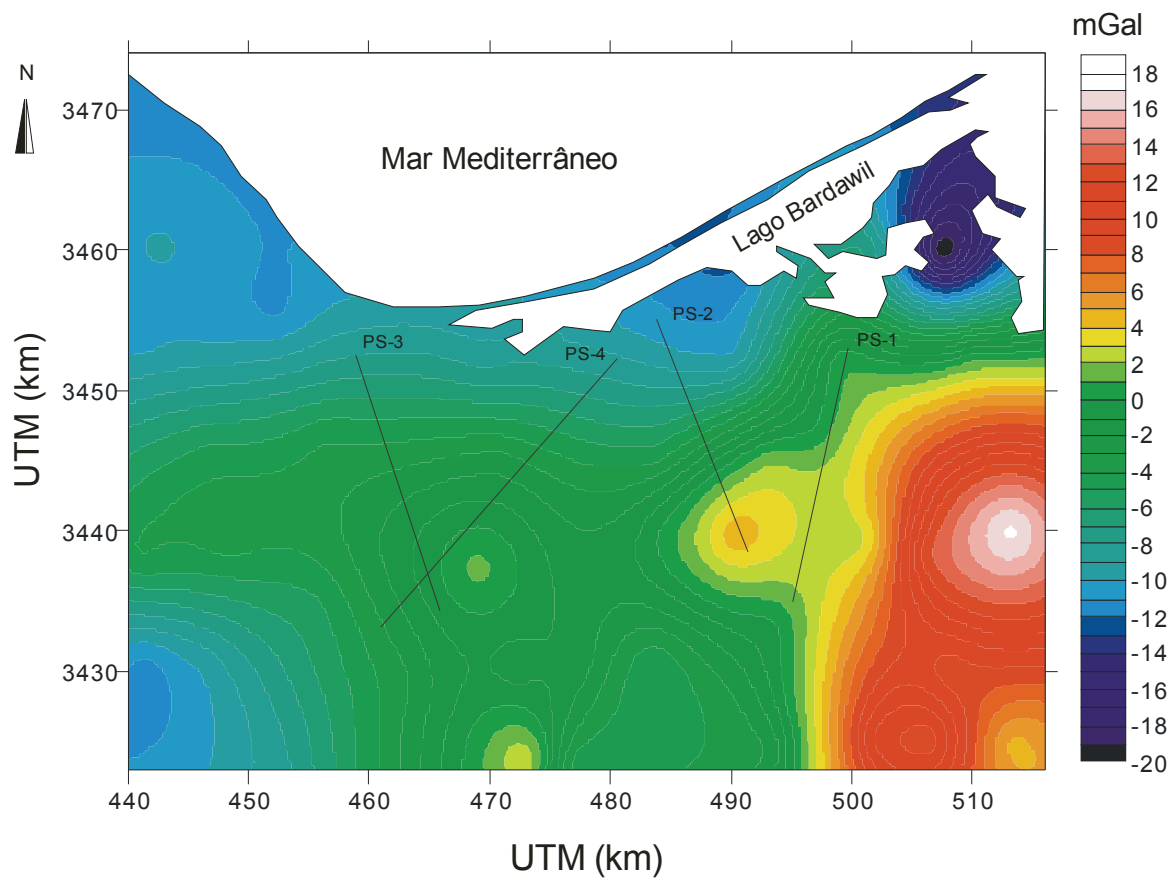


Figura 6.24 - Identificação dos perfis PS-1, PS-2, PS-3 e PS-4 na carta da anomalia completa de Bouguer do levantamento efectuado na zona do NW de Sinai.

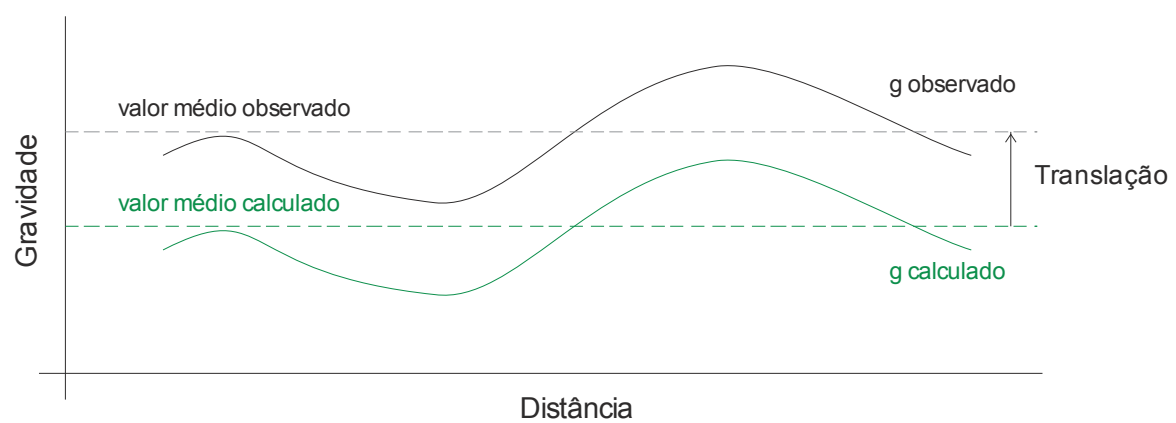


Figura 6.25 – Ilustração da operação de translação usada para simular a retirada do efeito do campo regional.

Tabela 6.6 – Massas volúmicas atribuídas a cada camada para a inversão dos dados de gravimetria dos perfis PS-1, PS-2, PS-3 e PS-4 usando o método de *simulated annealing*.

Camada	Massa volúmica
1	2.0 g.cm ⁻³
2	2.15 g.cm ⁻³
3	2.3 g.cm ⁻³
4	2.65 g. cm ⁻³

parâmetro reflecte um efeito de translação que desloca o nível médio dos valores calculados para o nível dos valores médios observados.

Na realidade, este processo corresponde a considerar um campo regional com o valor dessa translação. Considerou-se que o valor da translação corresponde à diferença entre a média dos valores observados e a média dos valores calculados. A figura 6.25 ilustra esta operação. Este valor varia de perfil para perfil, e também é diferente, embora a variabilidade seja menor, em cada modelo calculado.

Foram considerados modelos de 4 camadas para cada um dos 4 perfis, tendo sido atribuído um valor de massa volúmica a cada camada de acordo com a tabela 6.6. Estes valores são representativos da média das massas volúmicas das formações presentes na região (comunicação pessoal do Doutor Sultan A. Sultan, do *National Research Institute of Astronomy and Geophysics*, Egipto)

Perfil PS-1

Os limites de busca para a profundidade das interfaces utilizados para a inversão do perfil PS-1 são apresentados na tabela 6.5.

Os valores de ε , λ e T_0 foram determinados por tentativa-erro. Os resultados obtidos com 0.5 para ε e 1.5 para λ foram os que apresentavam modelos coerentes com valores de ajuste mais baixos. A *temperatura* foi inicializada a 5.

Os resultados, que se encontram representados na figura 6.26 resultam da conjugação dos 6 modelos com menor *energia*, de entre 10 calculados. As *energias* dos 6 modelos situam-se entre 1.22×10^{-2} (*energia* mínima encontrada) e 1.37×10^{-2} (*energia* máxima encontrada).

Foram calculados valores de translação para este perfil entre os -11.71 mGal e -12.99 mGal, dependendo do modelo calculado.

Perfil PS-2

Os limites de busca para a profundidade das interfaces utilizados para a inversão do perfil PS-2 são apresentados na tabela 6.8.

Perfil PS-1

Tabela 6.7 – Limites de busca da profundidade de cada interface usados na inversão dos dados de gravimetria do perfil PS-1 usando o método de *simulated annealing*. z_1 , z_2 e z_3 representam as profundidades das interfaces 1, 2 e 3.

Parâmetro	Máximo	Mínimo
z_1	30 m	1.5 m
z_2	300 m	80 m
z_3	1000 m	310 m

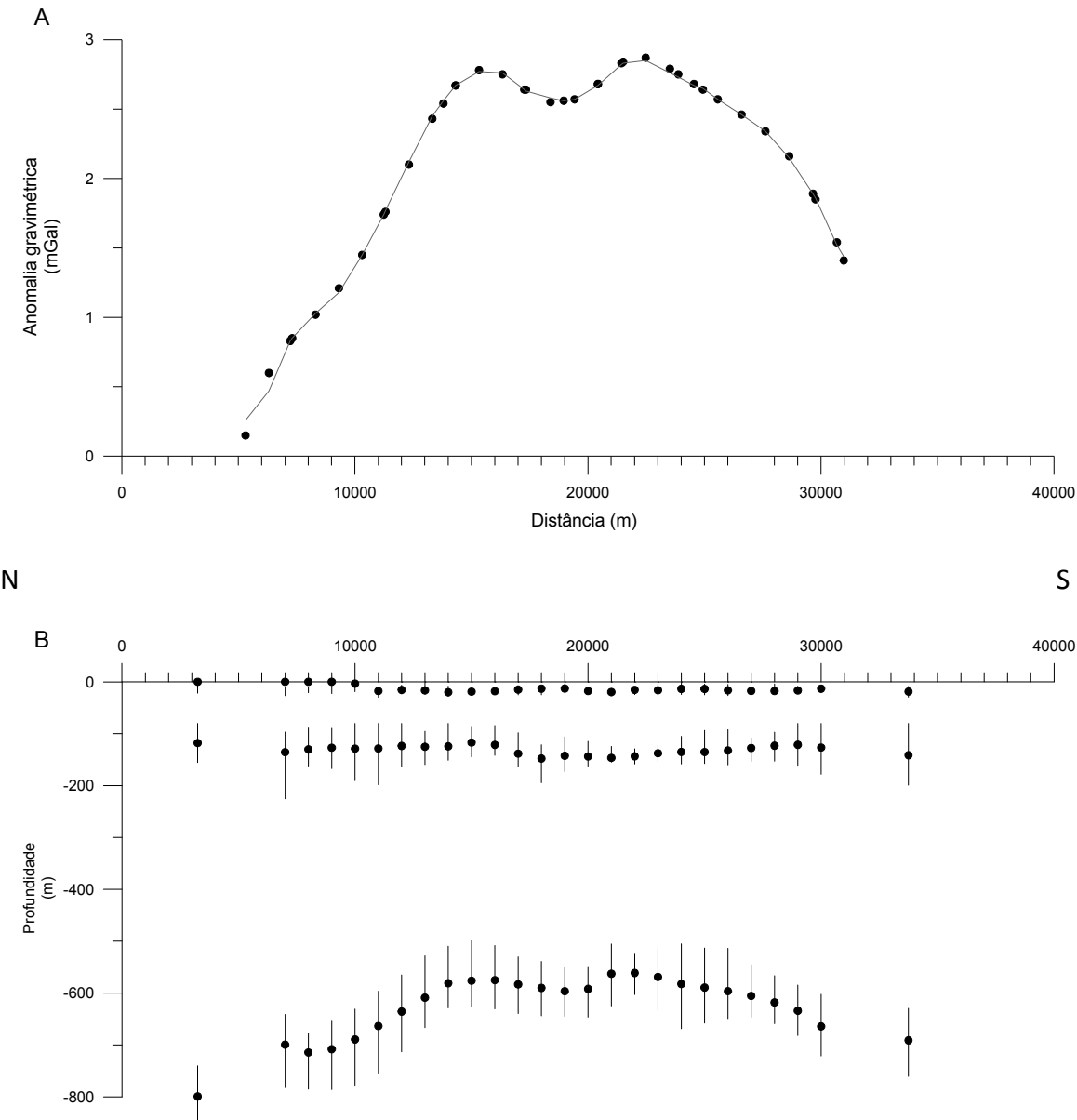


Figura 6.26 – Resultado da inversão dos dados de gravimetria do perfil PS-1 usando o método de *simulated annealing*. Parâmetros utilizados: $\varepsilon = 0.6$; $\lambda = 1.5$; $T_0 = 5$.
A – Dados sintéticos e resposta do modelo médio calculado ($E = 1.22 \times 10^{-2}$).
B – Modelo médio resultante dos 6 modelos seleccionados. As barras verticais indicam a variação entre os máximos e os mínimos registados nos 6 modelos.

Perfil PS-2

Tabela 6.8 – Limites de busca da profundidade de cada interface usados na inversão dos dados de gravimetria do perfil PS-2 usando o método de *simulated annealing*. z_1 , z_2 e z_3 representam as profundidades das interfaces 1, 2 e 3.

Parâmetro	Máximo	Mínimo
z_1	30 m	1.5 m
z_2	300 m	80 m
z_3	1000 m	310 m

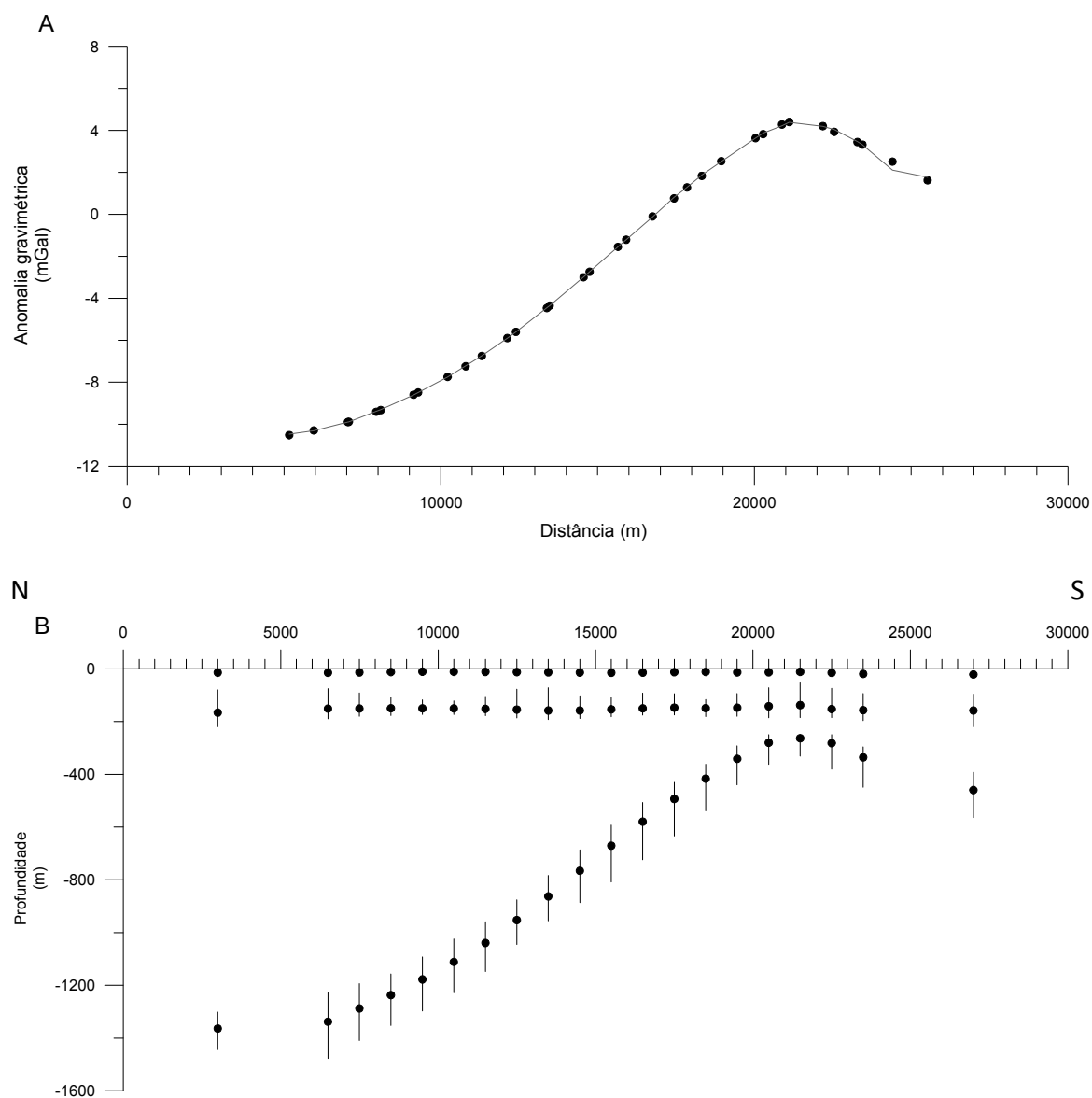


Figura 6.27 – Resultado da inversão dos dados de gravimetria do perfil PS-2 usando o método de *simulated annealing*. Parâmetros utilizados: $\varepsilon = 0.45$; $\lambda = 1.3$; $T_0 = 5$.

A – Dados sintéticos e resposta do modelo médio calculado ($E = 9.04 \times 10^{-3}$).

B – Modelo médio resultante dos 6 modelos seleccionados. As barras verticais indicam a variação entre os máximos e os mínimos registados nos 6 modelos.

Perfil PS-3

Tabela 6.9 – Limites de busca da profundidade de cada interface usados na inversão dos dados de gravimetria do perfil PS-3 usando o método de *simulated annealing*. z_1 , z_2 e z_3 representam as profundidades das interfaces 1, 2 e 3.

Parâmetro	Máximo	Mínimo
z_1	30 m	1 m
z_2	220 m	80 m
z_3	1500 m	230 m

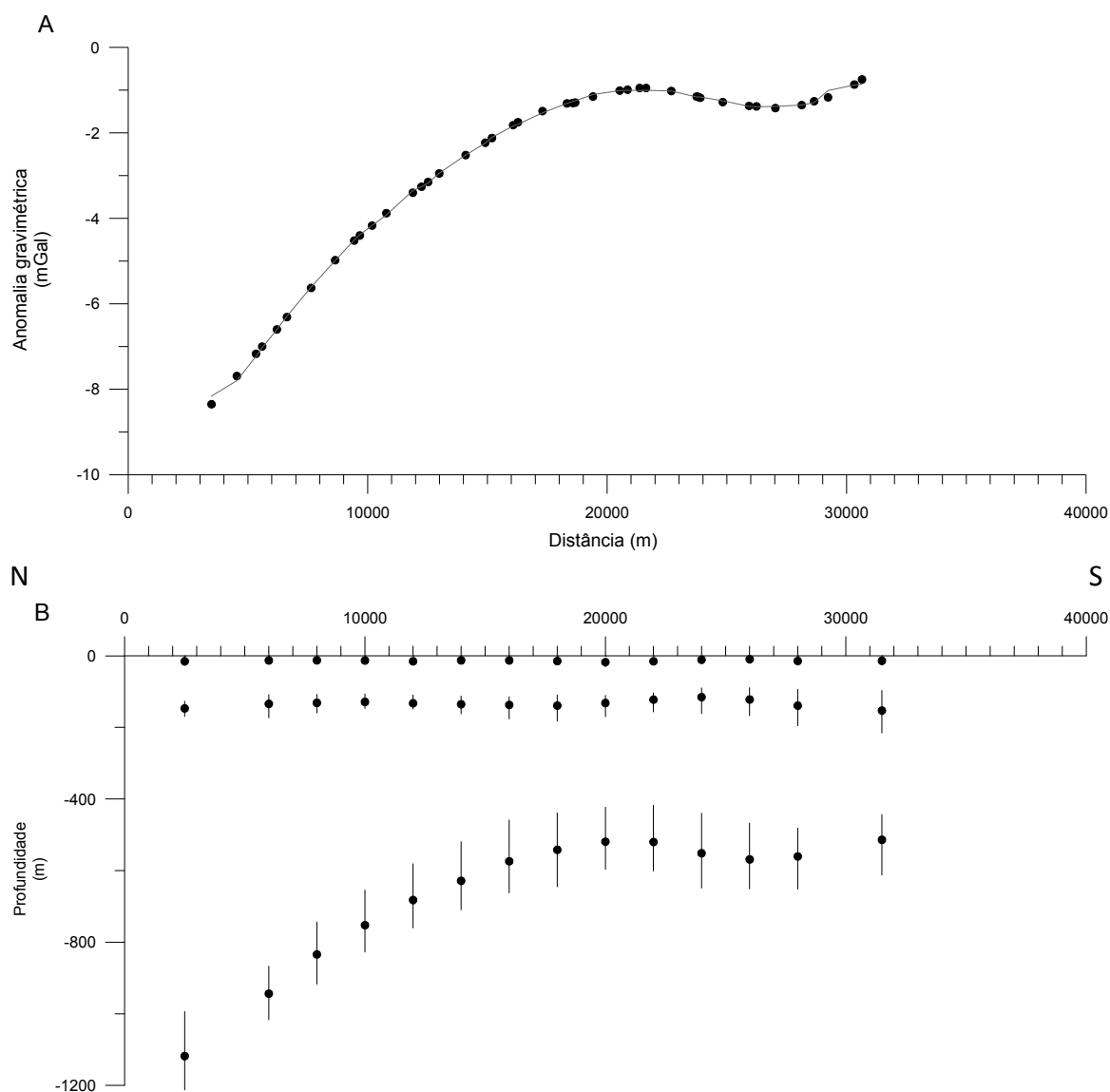


Figura 6.28 – Resultado da inversão dos dados de gravimetria do perfil PS-3 usando o método de *simulated annealing*. Parâmetros utilizados: $\varepsilon = 0.5$; $\lambda = 1.7$; $T_0 = 15$.

A – Dados sintéticos e resposta do modelo médio calculado ($E = 8.93 \times 10^{-3}$).

B – Modelo médio resultante dos 6 modelos seleccionados. As barras verticais indicam a variação entre os máximos e os mínimos registados nos 6 modelos.

Perfil PS-4

Tabela 6.10 – Limites de busca da profundidade de cada interface usados na inversão dos dados de gravimetria do perfil PS-4 usando o método de *simulated annealing*. z_1 , z_2 e z_3 representam as profundidades das interfaces 1, 2 e 3.

Parâmetro	Máximo	Mínimo
z_1	30 m	1 m
z_2	220 m	80 m
z_3	2000 m	250 m

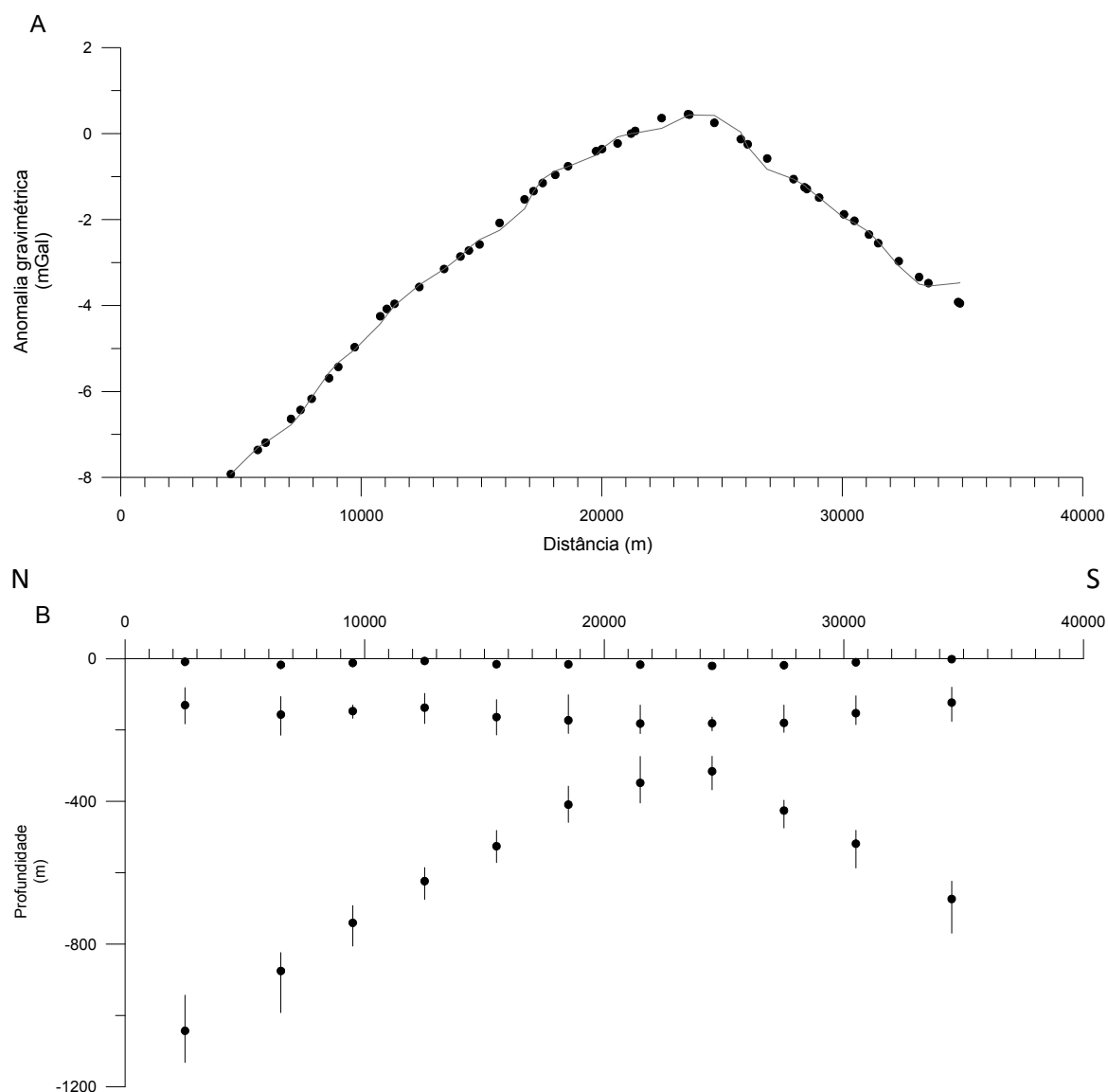


Figura 6.29 – Resultado da inversão dos dados de gravimetria do perfil PS-4 usando o método de *simulated annealing*. Parâmetros utilizados: $\varepsilon = 0.5$; $\lambda = 1.3$; $T_0 = 15$.

A – Dados sintéticos e resposta do modelo médio calculado ($E = 2.28 \times 10^{-2}$).

B – Modelo médio resultante dos 6 modelos seleccionados. As barras verticais indicam a variação entre os máximos e os mínimos registados nos 6 modelos.

Os valores de ε , λ e T_0 foram determinados por tentativa-erro. Os resultados obtidos com 0.45 para ε e 1.3 para λ foram os que apresentavam modelos coerentes com valores de ajuste mais baixos. A *temperatura* foi inicializada a 5.

Os resultados, que se encontram representados na figura 6.27 resultam da conjugação dos 6 modelos com menor *energia*, de entre 10 calculados. As *energias* dos 6 modelos situam-se entre 9.04×10^{-3} (*energia* mínima encontrada) e 1.04×10^{-2} (*energia* máxima encontrada).

Foram calculados valor de translação para este perfil entre os -9.00 mGal e -11.71 mGal, dependendo do modelo calculado.

Perfil PS-3

Os limites de busca para a profundidade das interfaces utilizados para a inversão do perfil PS-3 são apresentados na tabela 6.9.

Os valores de ε , λ e T_0 foram determinados por tentativa-erro. Os resultados obtidos com 0.5 para ε e 1.7 para λ foram os que apresentavam modelos coerentes com valores de ajuste mais baixos. A *temperatura* foi inicializada a 15.

Os resultados, que se encontram representados na figura 6.28 resultam da conjugação dos 6 modelos com menor *energia*, de entre 10 calculados. As *energias* dos 6 modelos situam-se entre 8.93×10^{-3} (*energia* mínima encontrada) e 1.10×10^{-2} (*energia* máxima encontrada).

Foram calculados valor de translação para este perfil entre os -6.28 mGal e -8.76 mGal, dependendo do modelo calculado.

Perfil PS-4

Os limites de busca para a profundidade das interfaces utilizados para a inversão do perfil PS-1 são apresentados na tabela 6.10.

Os valores de ε , λ e T_0 foram determinados por tentativa-erro. Os resultados obtidos com 0.5 para ε e 1.5 para λ foram os que apresentavam modelos coerentes com valores de ajuste mais baixos. A *temperatura* foi inicializada a 5.

Os resultados, que se encontram representados na figura 6.29 resultam da conjugação dos 6 modelos com menor *energia*, de entre 10 calculados. As *energias* dos 6 modelos situam-se entre 1.22×10^{-2} (*energia* mínima encontrada) e 1.37×10^{-2} (*energia* máxima encontrada).

Foram calculados valor de translação para este perfil entre os -5.77 mGal e -7.46 mGal, dependendo do modelo calculado.

Considerações globais

Os modelos obtidos aplicando este método de SA aos 4 perfis retirados do levantamento efectuado na zona do NW de Sinai são globalmente coerentes, sendo possível estimar a estrutura de massas volúmicas da área de estudo. Estão também coerentes com as conclusões apresentadas em trabalhos anteriores (Sultan e El Sorady, 2001; Monteiro Santos *et al.*, 2006).

Verifica-se a existência de uma camada superficial pouco espessa (entre 10 a 20 m), à qual se atribuiu uma massa volúmica de 2.0 kg.m^{-3} , que representa o lençol de areia solta que cobre a área de estudo.

Segue-se uma camada que se estende até aos 150-180 m de profundidade, a que se atribuiu uma massa volúmica de 2.15 kg.m^{-3} . Esta camada estará relacionada com a zona de aquífero de água doce.

A camada seguinte reflecte uma zona de siltes, areias siltsas e calcários, contendo alguma água salgada. Esta camada tem uma espessura muito variável, condicionada pela topografia do soco.

O soco (ambiente), a que se atribuiu uma massa volúmica de 2.65 kg.m^{-3} , encontra-se mais profundo a norte ($\approx 1000 \text{ m}$) e mais superficial para sul ($\approx 400 \text{ m}$). Nas secções mais a sul dos perfis nota-se uma tendência para um novo aumento da profundidade desta interface.

É importante notar que as profundidades determinadas são dependentes dos valores de translação calculados, sendo necessário analisar os resultados com as devidas cautelas.

7

INVERSÃO DE DADOS DE SEV

O método de resistividade consiste na injeção de uma corrente eléctrica contínua no solo. A diferença de potencial gerada é medida entre dois pontos, de acordo com uma geometria adequada. Existem muitas geometrias utilizadas, sendo que a cada uma é usual dar-se o nome de “dispositivo”. São exemplos comuns os dispositivos Schlumberger, Wenner, dipolo-dipolo (configurações colineares) ou rectângulo (configuração não colinear), apenas para citar alguns.

Para este trabalho utilizaram-se dados de SEV (Sondagens Eléctricas Verticais) realizadas com um dispositivo Schlumberger. Este é um dos dispositivos mais utilizados em prospecção geoeléctrica, desenvolvido por Conrad Schlumberger por volta da segunda década do século XX (Schlumberger, 1920 *in* Van Nostrand e Cook, 1966).

Em 1930, Stefanescu *et al.* (1930) desenvolveu a teoria para determinar o campo eléctrico originado por uma fonte pontual num meio estratificado, cujas camadas são homogéneas e isotrópicas. Koefoed (1970) introduziu o conceito de “transformada da resistividade” e Ghosh (1971) estabeleceu uma relação linear entre a resistividade aparente e a sua “transformada”, permitindo a aplicação da teoria dos sistemas lineares à resolução dos problemas directo e inverso.

7.1 - Problema directo

A resistividade aparente medida por um dispositivo *Schlumberger* quando *MN* tende para zero é dada por (ver capítulo 5.1)

$$\rho_a = \frac{2\pi}{I} \left(\frac{AB}{2}\right)^2 \frac{\Delta V}{MN} = \frac{2\pi}{I} L^2 \frac{\Delta V}{MN} \quad (7.1)$$

com $L=(AB/2)$. Tem-se então que

$$\rho_a = L^2 \int_0^\infty T_1(\lambda) J_0(\lambda L) \lambda d\lambda \quad (7.2)$$

Fazendo uma mudança de variáveis

$$u = \ln L \qquad v = -\ln \lambda$$

vem

$$\overline{\rho_a} = \int_0^\infty T_1(e^{-v}) J_0(e^{u-v}) e^{2(u-v)} d\lambda. \quad (7.3)$$

Esta expressão representa uma convulsão de duas funções

$$\bar{\rho}(x) = \bar{T}(v) * \bar{F}(x - v). \quad (7.4)$$

com

$$\bar{F}(u - v) = J_0(e^{u-v})e^{2(u-v)}.$$

$\bar{F}(u - v)$ representa, de acordo com a teoria linear da filtragem, o filtro a aplicar à transformada da resistividade para obter a resistividade aparente.

7.2 - Inversão 1-D por decomposição em valores singulares

O programa usado neste processamento foi desenvolvido pelo Prof. Dr. Fernando Acácio Monteiro Santos, no âmbito da sua tese de Doutoramento (Monteiro Santos, 1994).

Já foram publicados anteriormente resultados da inversão de dados de SEV usando o algoritmo aqui apresentado (Monteiro Santos, 1994; Monteiro Santos *et al.*, 1997), pelo não se julgou necessário proceder a testes teóricos preliminares. Assim, ir-se-á prosseguir directamente para a sua aplicação aos casos de Chaves e de Sinai.

7.2.1 - Método de inversão

Este método de inversão 1-D de dados de SEV é um processo não linear. Não se impondo constrangimentos à solução, e utilizando um método de minimização pelos mínimos quadrados, a perturbação a efectuar nos parâmetros para melhorar o ajuste do modelo inicial é dada por (ver capítulo 5)

$$\mathbf{b} = (\mathbf{J}^T \mathbf{J})^{-1} \mathbf{J}^T \mathbf{y}. \quad (7.5)$$

Matriz Jacobiana J

Neste caso, de (2.18) e (7.4), tem-se que a matriz jacobiana \mathbf{J} terá por componentes

$$J_{ij} = \frac{\partial \bar{\rho}_{a_i}}{\partial m_j} = \frac{\partial}{\partial m_j} [\bar{T}(y) * \bar{F}(x - y)]_i = \frac{\partial \bar{T}}{\partial m_j} \bar{F}(x - y). \quad (7.6)$$

sendo que $\frac{\partial \bar{T}}{\partial m_j}$ é calculado numericamente a partir de (5.27).

Resolução do sistema de equações

Para calcular a solução de (7.5) usou-se o método de *decomposição em valores singulares* descrito no capítulo 2.5.2.

Modelo

O modelo inicial é composto por N_c camadas horizontais, às quais se atribuem valores de espessura e resistividade. O processo de inversão manterá o número de camadas, alterando os valores das espessuras e das resistividades, por forma a ajustar à curva da resistividade aparente

observada. Como se considera que a camada mais profunda tem espessura infinita, a sua espessura não faz parte do espaço de parâmetros. Assim sendo, o número total de parâmetros a considerar será $2N_C-1$.

Quantificação do ajuste

O ajuste é controlado pelo χ^2 ,

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{N_{leit}} (\rho_a^{obs} - \rho_a^{calc})_i^2 \quad (7.7)$$

sendo N_{leit} o número de leituras do perfil, e ρ_a^{obs} e ρ_a^{calc} são as resistividades aparentes, respectivamente a observada e a calculada.

7.2.2 - Aplicação deste método de inversão aos dados de Chaves

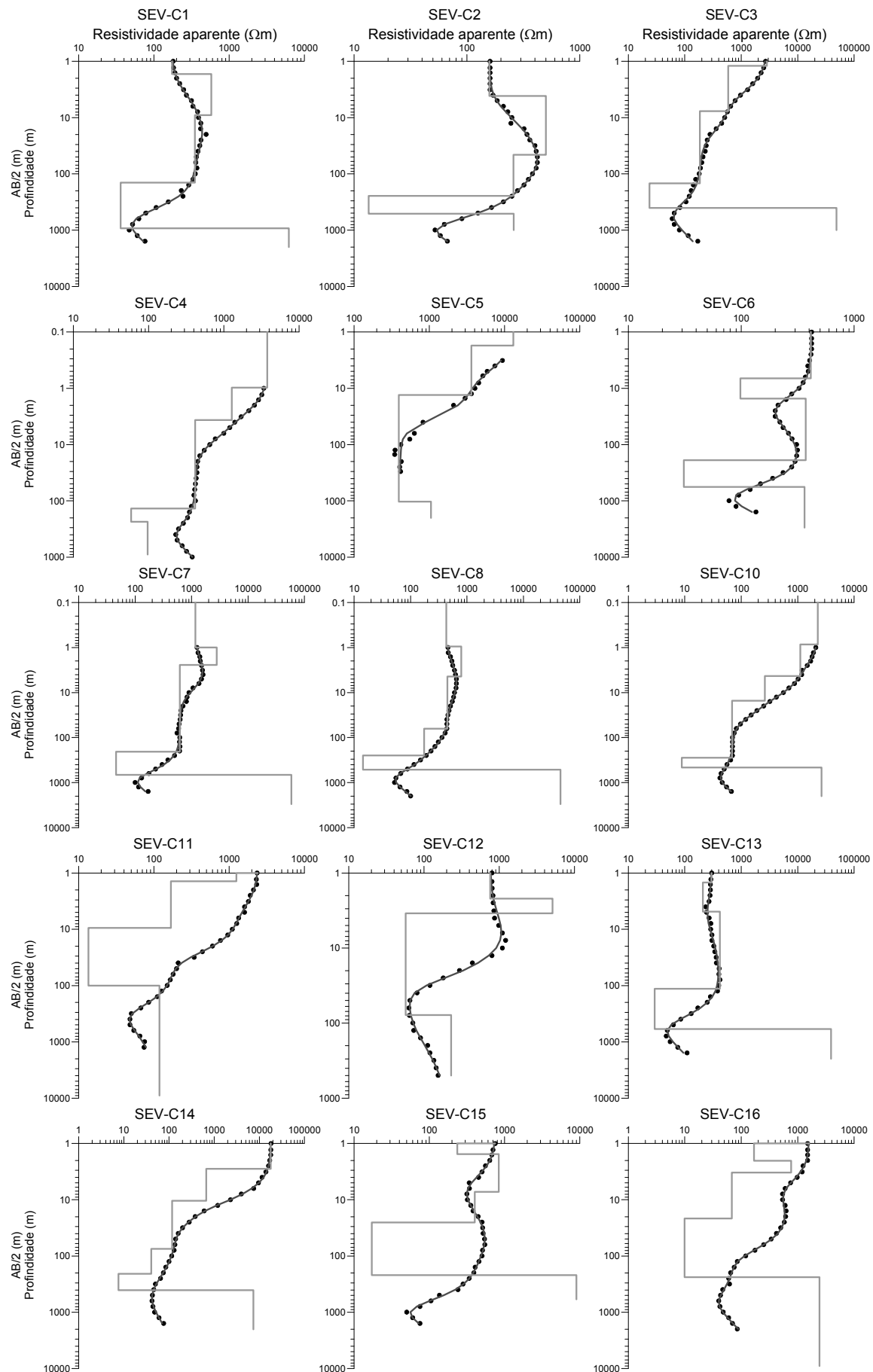
Na figura 7.1 encontram-se representados os resultados da inversão 1-D das SEV. A maioria das sondagens convergiu assumindo um modelo de 5 camadas. No entanto, algumas sondagens necessitaram de 6 camadas para encontrar um bom ajuste, enquanto para outras bastou considerar 4 camadas.

As sondagens efectuadas na zona central da veiga apresentam uma estrutura muito semelhante, caracterizada globalmente por

- Uma zona mais superficial, até aos 100-200 m de profundidade que apresenta uma resistividade entre os 200 e os 1000 Ωm .
- A uma profundidade entre os 100 e os 1000 m, aproximadamente, situa-se uma camada condutora, cuja espessura é muito variável de sondagem para sondagem. Esta camada estará relacionada com o aquífero geotérmico.
- Por baixo do aquífero inferior existe uma zona mais resistiva. No entanto, a resistividade desta camada encontra-se mal constrangida devido à fraca amostragem permitida pelo valores máxima de $AB/2$.

Em algumas sondagens, nomeadamente as efectuadas a leste da veiga, é possível identificar uma zona condutora superficial (rondando os 10 m), que poderá representar um aquífero de água fria aproveitado para actividades agrícolas (Monteiro Santos, 1994).

As sondagens SEV-C29 e SEV-C30, apesar de se situarem na zona central da veiga, apresentam uma configuração diferenciada das efectuadas mais a norte. De facto, e apesar de também revelarem uma camada condutora entre regiões mais resistivas, esta camada tem o topo a uma profundidade inferior, e é bastante mais espessa. Poderá assim, não estar relacionada com o aquífero geotérmico mas com outra estrutura, possivelmente uma camada argilosa. Infere-se, assim, que poderá existir uma descontinuidade com orientação aproximada/possível E-W entre estas sondagens e as restantes.



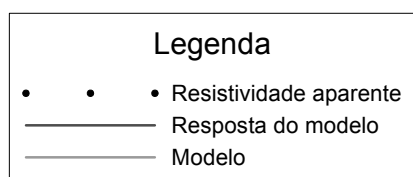
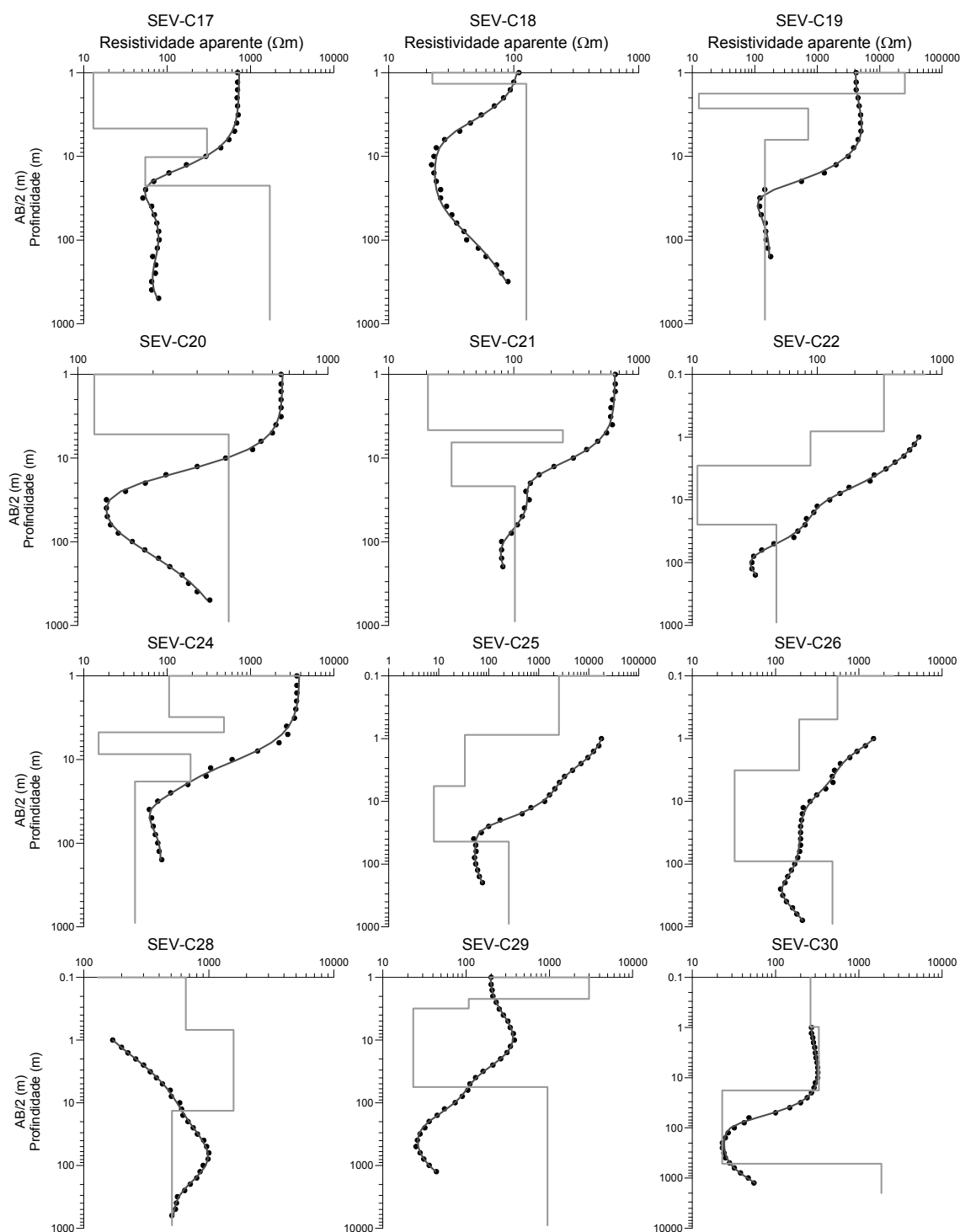
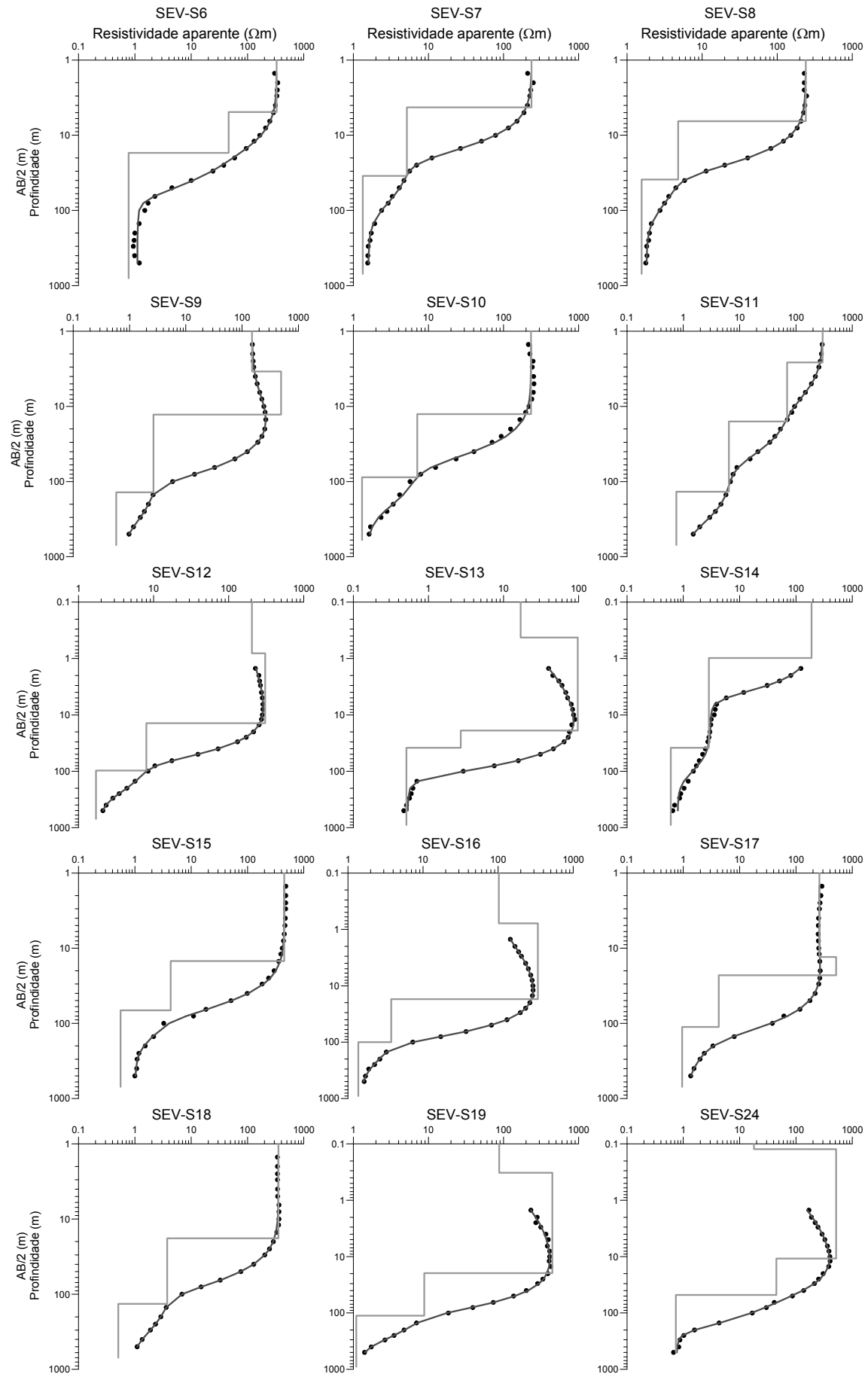


Figura 7.1 – Resultados da inversão 1-D dos dados de SEV da bacia de Chaves.



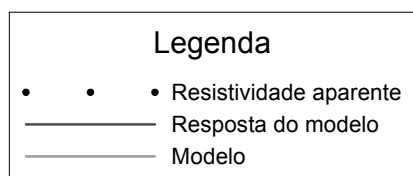
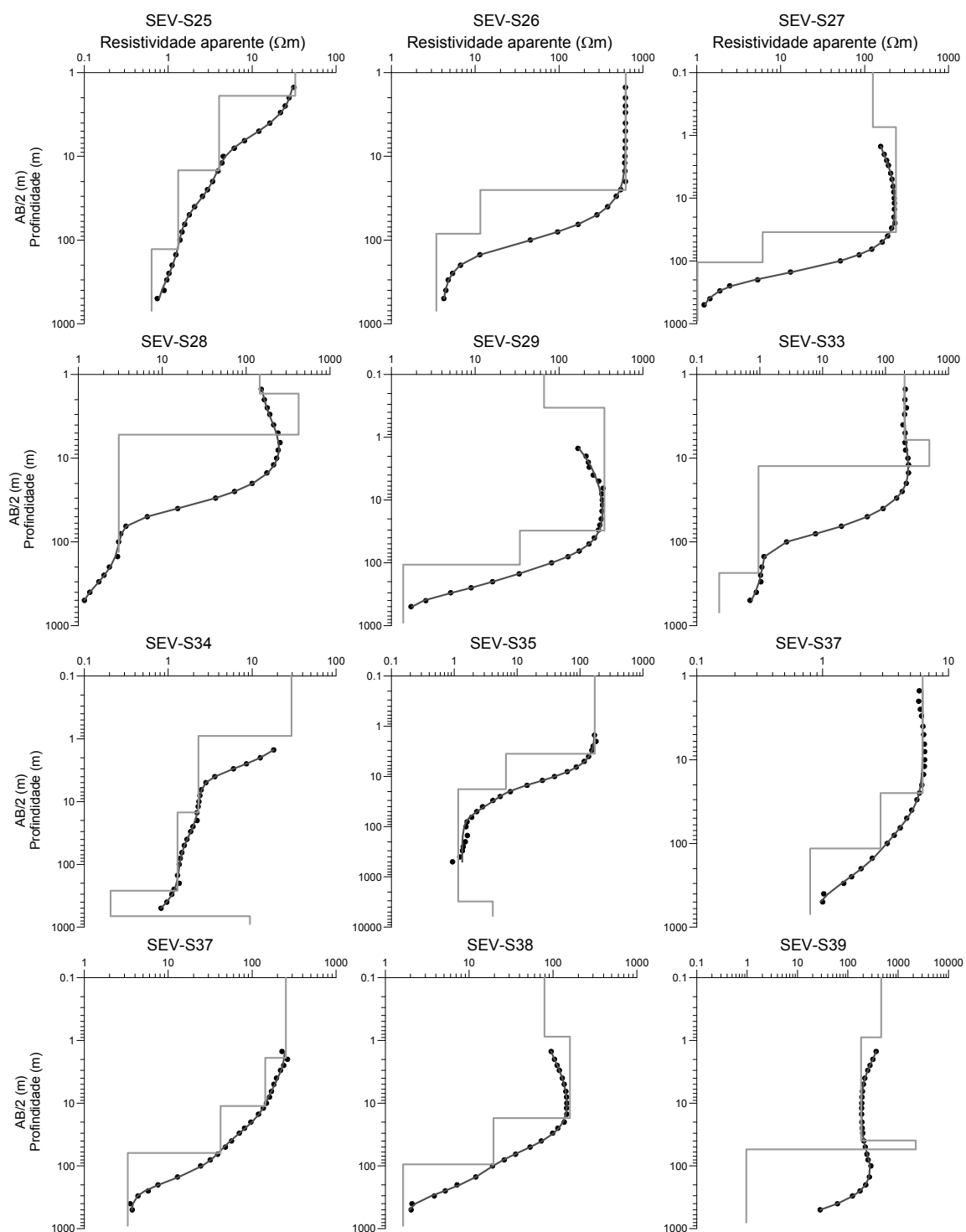


Figura 7.2 – Resultados da inversão 1-D dos dados de SEV de Sinai.

Também é notória a diferença existente entre as sondagens efectuadas na zona central e Leste da veiga das efectuadas na zona Oeste da mesma, já que estas não revelam a presença do aquífero profundo. Este facto dever-se-á à menor profundidade da bacia nesta zona.

Não poderá ser negligenciada a provável existência de equivalências relacionadas com a camada condutora que representa o aquífero profundo. Também as sondagens que reflectem o aquífero superficial poderão ter problemas de equivalência relacionados com essa camada condutora. Esta questão será abordada no capítulo seguinte.

A última camada, relacionada com o soco da bacia, não está muito bem representada devido ao pequeno número pontos que a amostram.

7.2.3 - Aplicação deste método de inversão aos dados de Sinai

As sondagens eléctricas verticais foram interpretadas utilizando o método descrito no subcapítulo 7.2.1. Os resultados encontram-se representados na figura 7.2. Estes foram correlacionados com os dados de duas sondagens mecânicas efectuadas nas proximidades das sondagens SEV-S1 e SEV-S37 (figura 3.9) por forma a permitir uma análise mais concreta dos resultados.

- Na globalidade, os resultados revelaram a existência de três camadas de resistividade principais.
- A primeira camada é caracterizada por valores de resistividade relativamente elevados (100–5000 Ω m) e espessura variando entre 3.5 e 39 m, correspondendo a areias secas.
- A segunda camada apresenta valores de resistividade relativamente baixos (2–12 Ω m) devido ao conteúdo em água com diferentes salinidades, e a sua espessura varia entre 30 e 120 m.
- A terceira camada é caracterizada por valores de resistividade muito baixos (0.5–2 Ω m) devido à intrusão salgada de água subterrânea proveniente do Mar Mediterrâneo. Litologicamente, esta camada consiste em siltes e areia de siltosa, possivelmente provenientes do Nilo antigo, contendo também água salgada em profundidades variando entre 30 e 150 m.

Em general, as SEV não transmitem informação relativa à formação de calcários margosos.

Note-se que, regra geral, os fenómenos de equivalência estarão ausentes, visto que as curvas de resistividade aparente são do tipo Q e DH (i.e. $p_1 > p_2 > p_3$). Não obstante, a base da segunda camada está, em geral, não muito bem resolvida, principalmente devido ao pequeno número pontos que amostram a última camada.

7.3 - Inversão 1-D pelo método de *simulated annealing*

Como já foi mencionado no capítulo anterior, os dados do levantamento de SEV de Chaves têm características que resultam em problemas de equivalência de modelos. Para tratar esta

problemática foi usado um método de inversão 1-D de dados de SEV baseado na teoria da *simulated annealing* (Monteiro Santos e El-Kaliouby, 2008).

7.3.1 - Método de inversão

O *simulated annealing* (ver capítulo 2.3) é um método de minimização global que consiste na procura aleatória de soluções que minimizem uma determinada função objectivo (*energia E do sistema*). A busca é controlada pelo parâmetro T (*temperatura*).

Energia do sistema (função objectivo)

Tal como anteriormente (capítulo 6.4), define-se uma função objectivo E , baseada numa norma L1. Neste caso essa função é

$$E = \frac{2 \sum_{i=1}^N (|\rho_i^{obs} - \rho_i^{cal}|)}{\sum_{i=1}^N (|\rho_i^{obs} - \rho_i^{cal}|) + \sum_{i=1}^N (|\rho_i^{obs} + \rho_i^{cal}|)}, \quad (7.8)$$

N é o número de leituras, e ρ^{obs} e ρ^{cal} são, respectivamente, os valores observados e a resposta do modelo.

Parâmetros iniciais

A taxa de arrefecimento foi fixada em $T_n = 0.99T_{n-1}$. A temperatura inicial (T_0) é inicializada a um valor 10 vezes superior ao valor inicial da função objectivo.

É imposto um constrangimento limitando o alcance da busca, ou seja, é imposto um limite máximo e mínimo para a resistividade e espessura de cada camada. É também indicada, para cada camada, uma resistividade e espessura iniciais, em torno da qual serão aplicadas as alterações que visam a diminuição da *energia* do sistema.

Como se pretende fazer um estudo das equivalências dos modelos calculados no capítulo anterior, estes foram usados como modelos iniciais para este método. Considerou-se que os parâmetros poderão variar o seu valor, num máximo de 50% do valor inicial.

Implementação do método

O algoritmo de *simulated annealing* apresentado no capítulo 2.3 é implementado utilizando a função objectivo (7.10) (Monteiro Santos e Sultan, 2008).

Para lidar com a componente de aleatoriedade de busca do espaço de parâmetros, característica dos métodos de *simulated annealing*, procedeu-se ao cálculo de vários modelos, com os mesmos parâmetros, e à análise estatística dos diferentes resultados. Neste trabalho, foram calculados 10 modelos para cada caso, utilizando os mesmos parâmetros de inversão iniciais.

Quantificação do ajuste

O ajuste é controlado pelo χ^2 ,

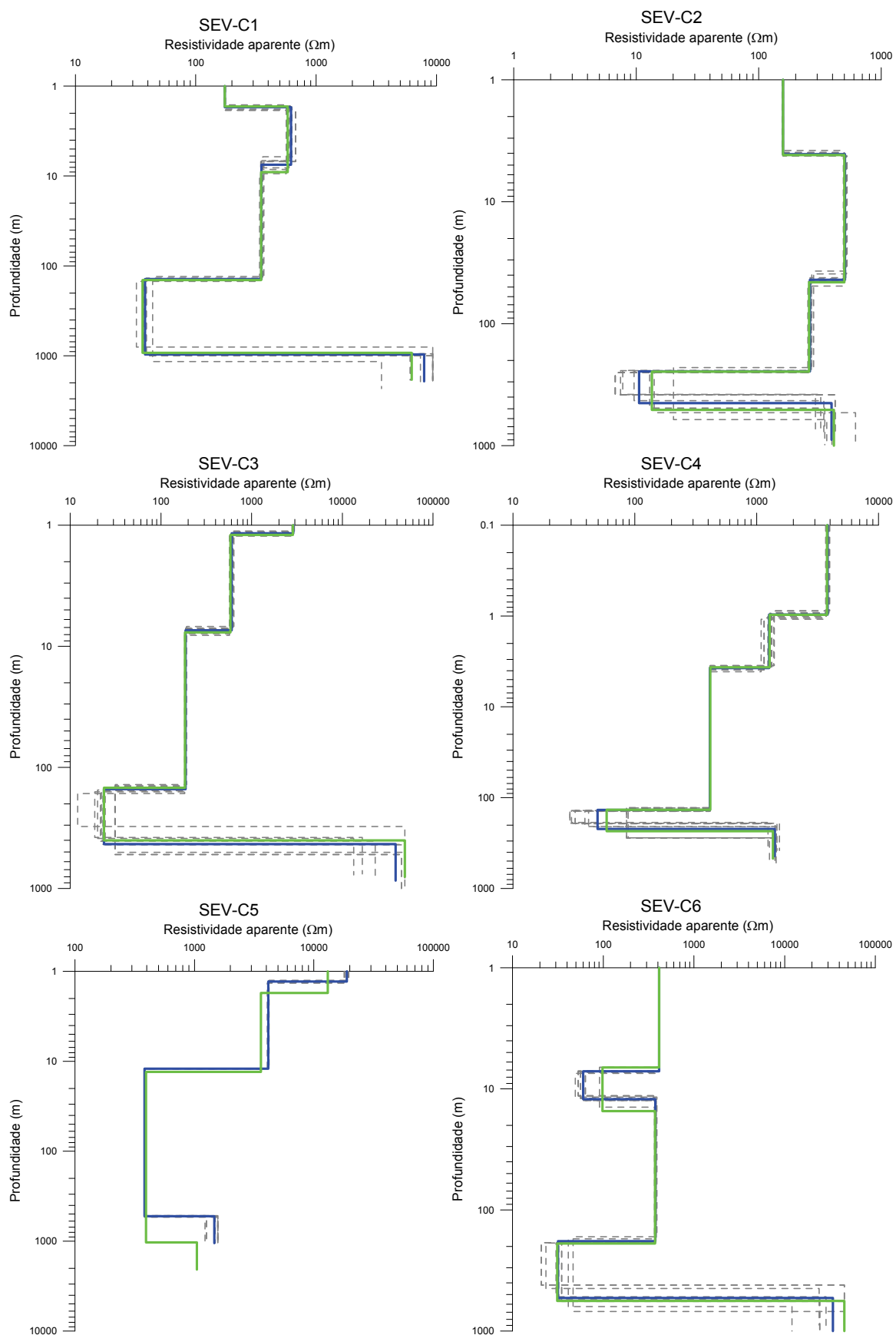


Figura 7.3 – Modelos resultantes da inversão 1-D dos dados de SEV pelo método de *simulated annealing*. A tracejado encontram-se representados os 10 modelos calculados, a azul o modelo médio, e a verde o modelo resultante da inversão pelo método de SVD.

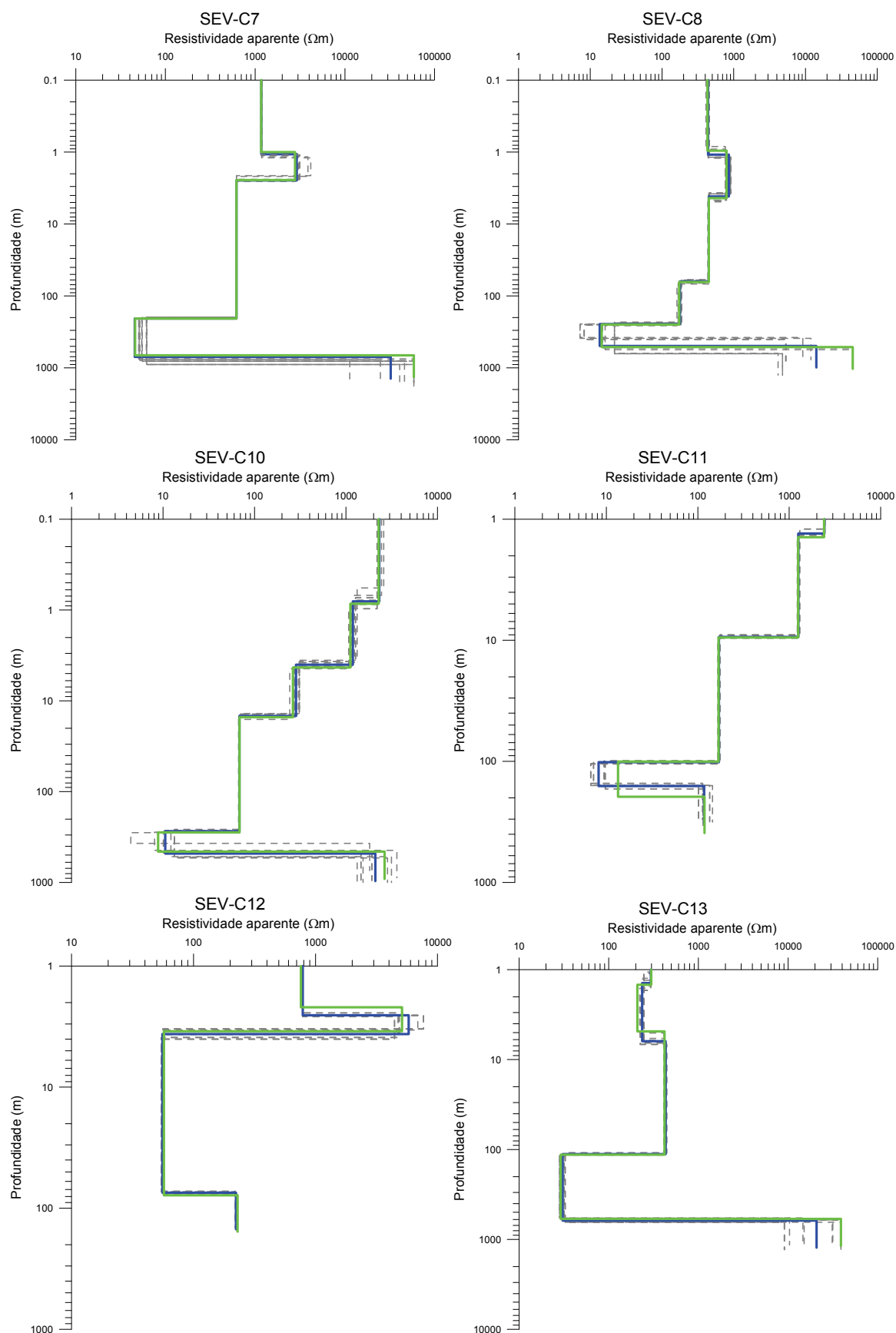


Figura 7.3 (Cont.) - Modelos resultantes da inversão 1-D dos dados de SEV pelo método de simulated annealing. A tracejado encontram-se representados os 10 modelos calculados, a azul o modelo médio, e a verde o modelo resultante da inversão pelo método de SVD.

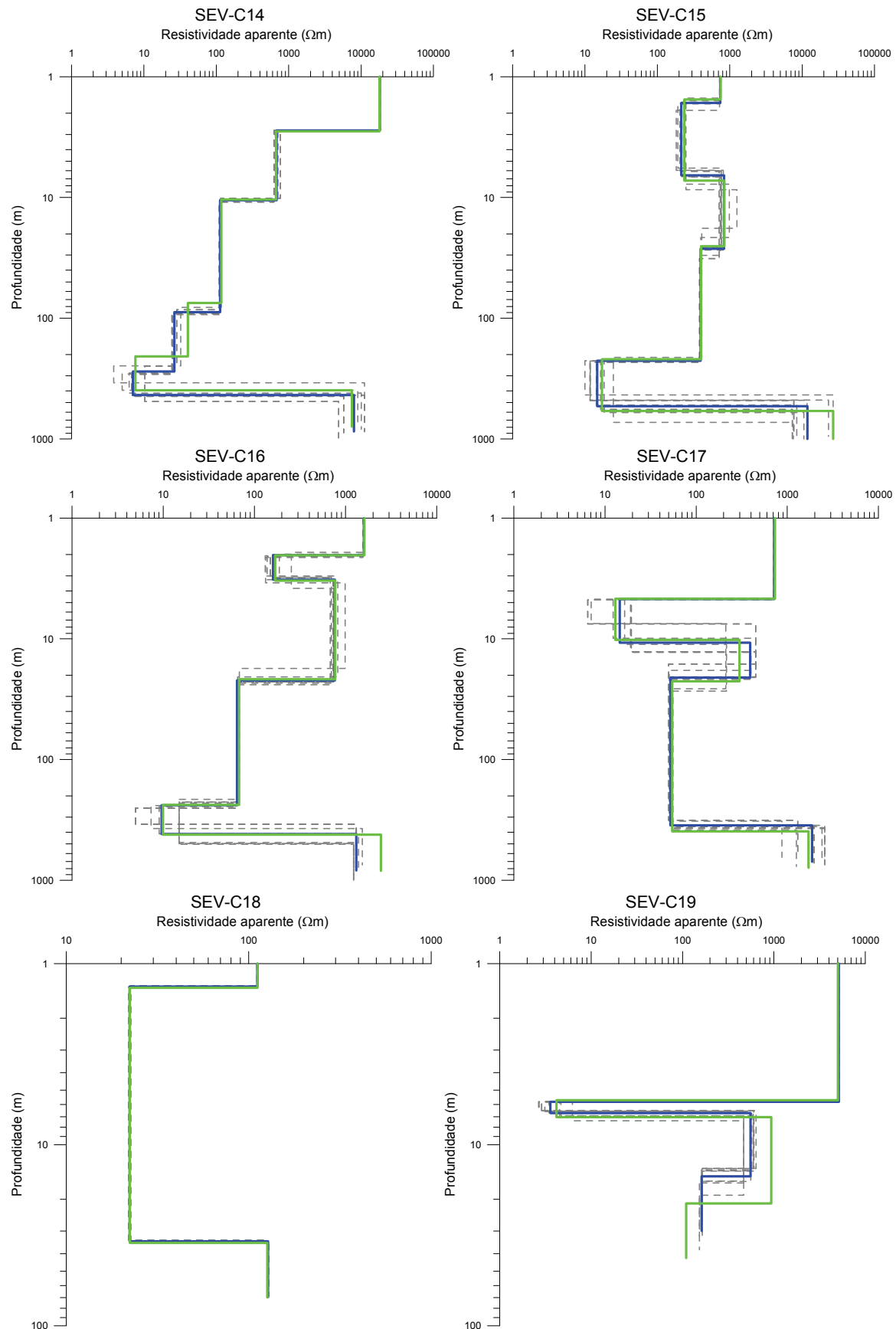


Figura 7.3 (Cont.) - Modelos resultantes da inversão 1-D dos dados de SEV pelo método de simulated annealing. A tracejado encontram-se representados os 10 modelos calculados, a azul o modelo médio, e a verde o modelo resultante da inversão pelo método de SVD.

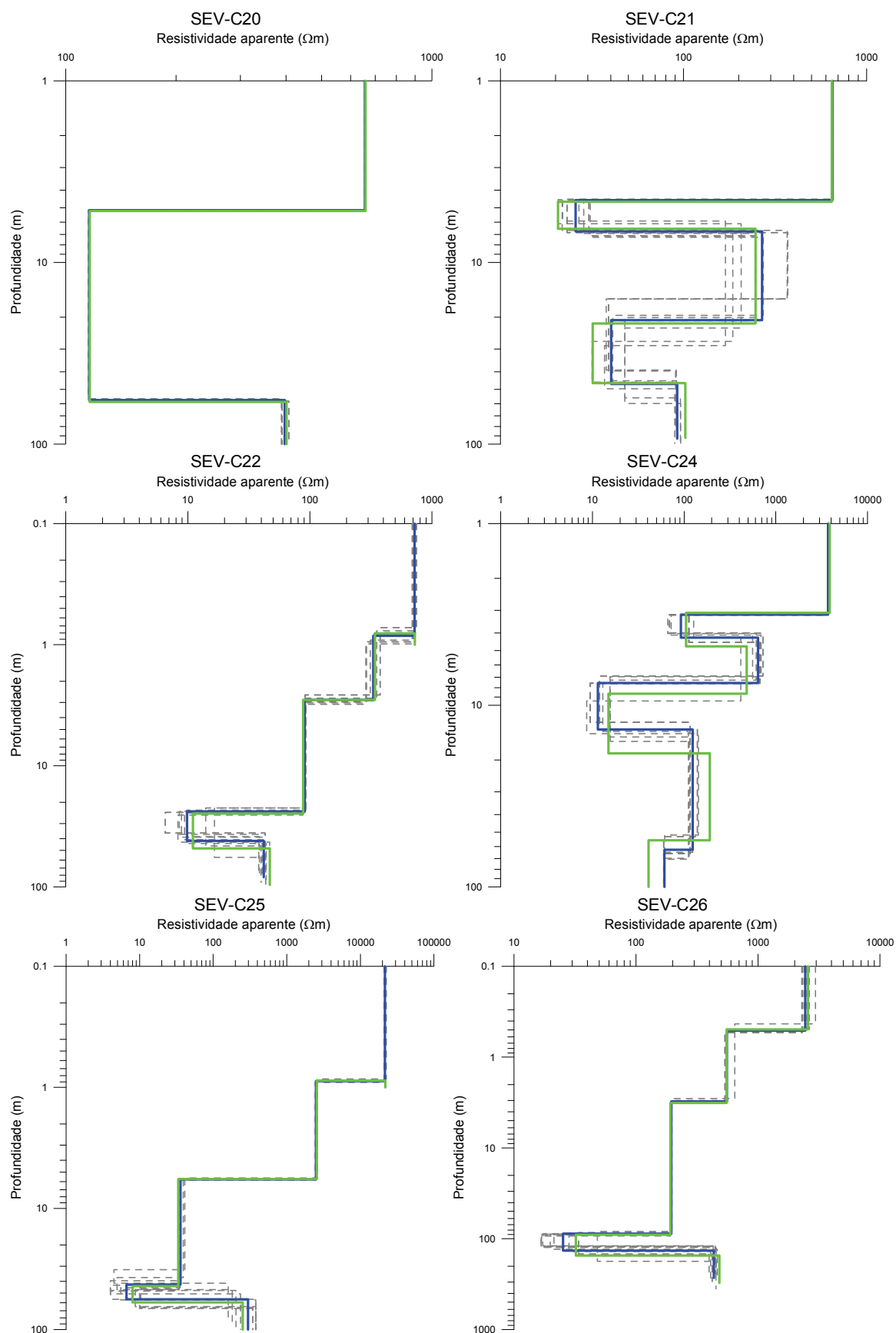


Figura 7.3 (Cont.) - Modelos resultantes da inversão 1-D dos dados de SEV pelo método de simulated annealing. A tracejado encontram-se representados os 10 modelos calculados, a azul o modelo médio, e a verde o modelo resultante da inversão pelo método de SVD.

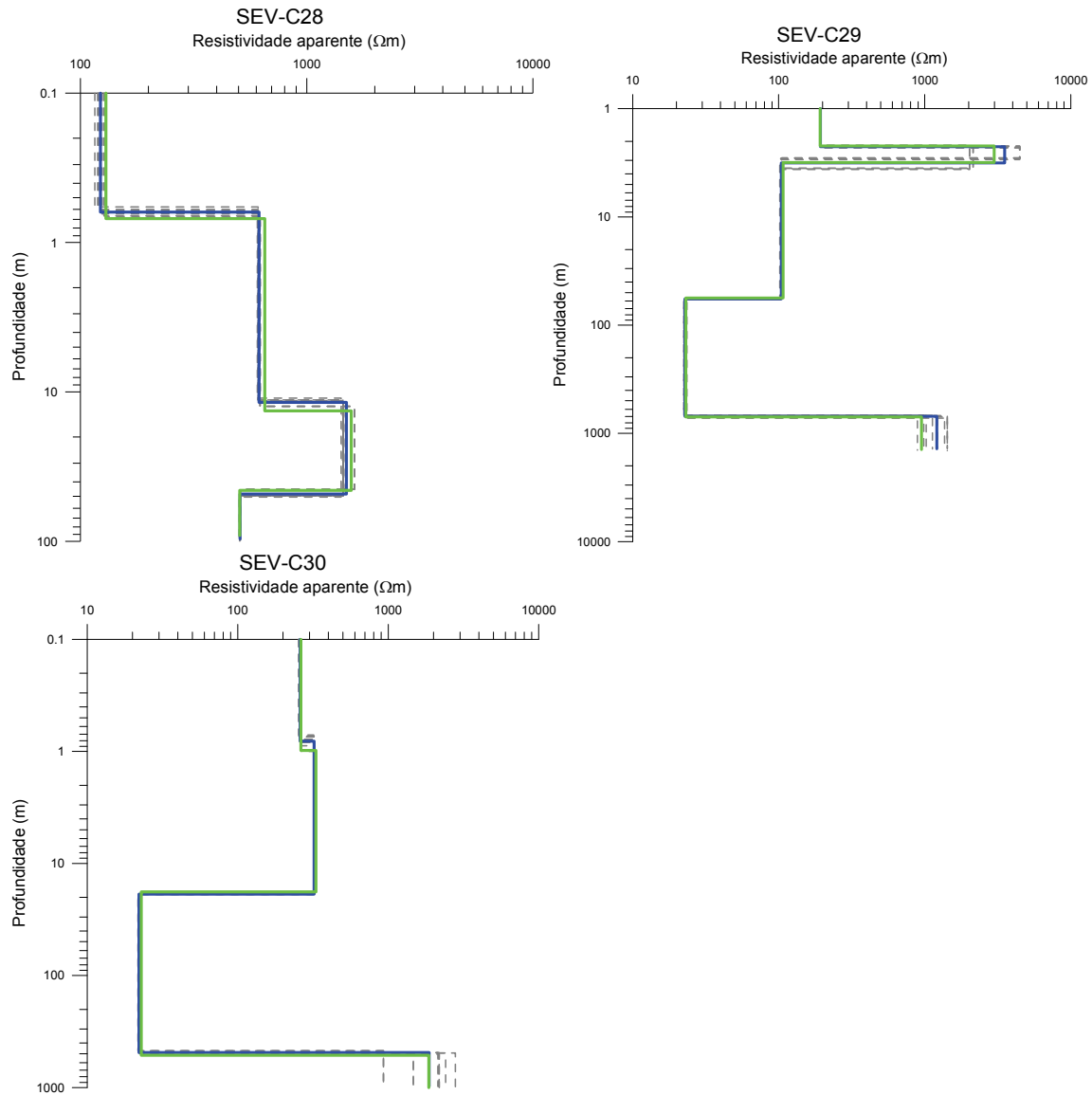


Figura 7.3 (Cont.) - Modelos resultantes da inversão 1-D dos dados de SEV pelo método de simulated annealing. A tracejado encontram-se representados os 10 modelos calculados, a azul o modelo médio, e a verde o modelo resultante da inversão pelo método de SVD.

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N (\rho_a^{obs} - \rho_a^{calc})_i^2 \quad (7.9)$$

sendo N o número de leituras do perfil, e ρ_a^{obs} e ρ_a^{calc} são as resistividades aparentes, respectivamente a observada e a calculada.

7.3.2 - Aplicação do método de inversão aos dados de Chaves

Na figura 7.3 encontram-se representados os modelos resultantes da inversão 1-D das SEV pelo método de *simulated annealing*.

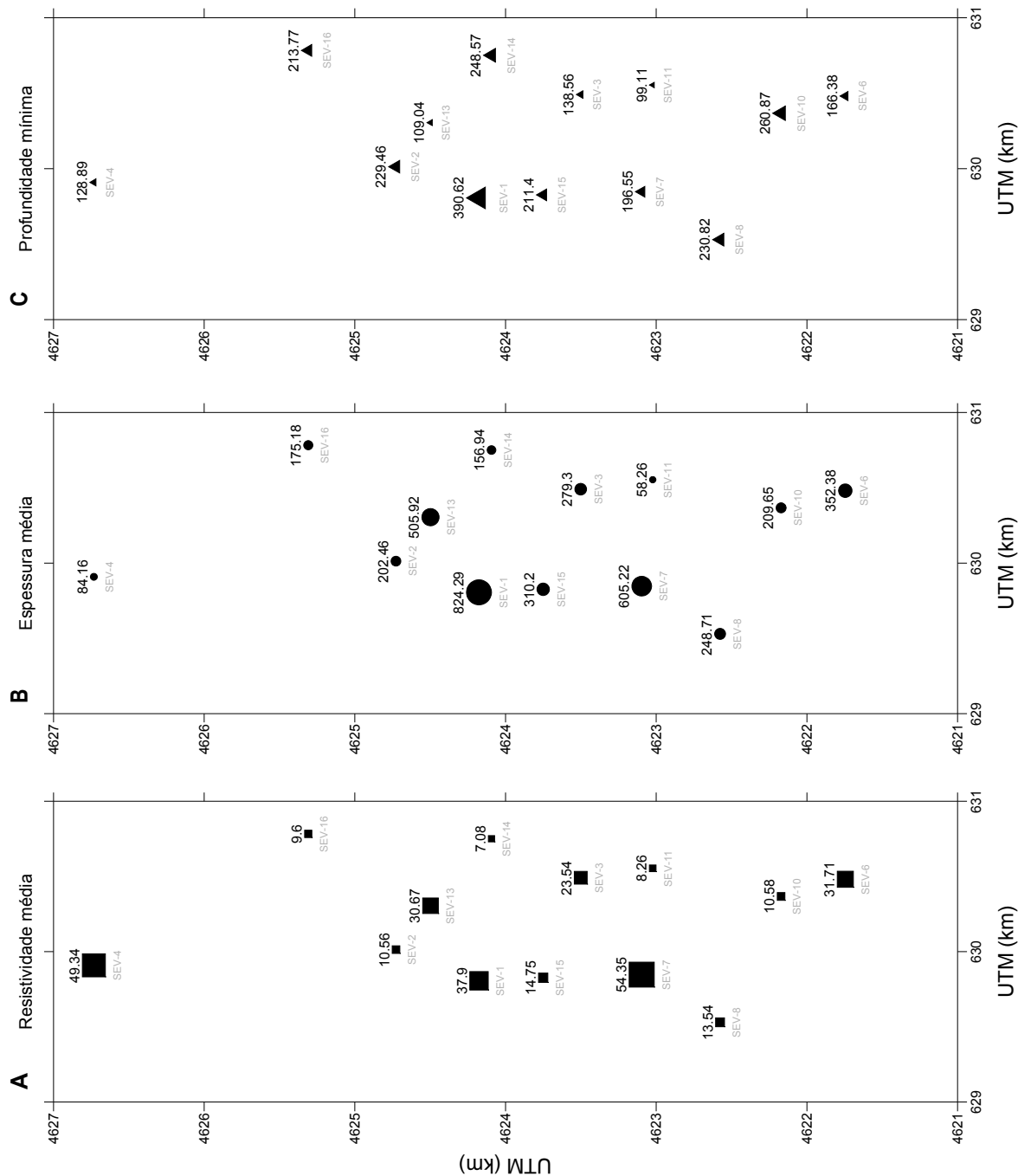


Figura 7.4 – Distribuição da resistividade média (A), espessura média (B) e profundidade mínima (C) da camada que se assume esteja relacionada com o aquífero geotérmico. Os valores foram compilados a partir dos resultados dos 10 modelos obtidos pelo método de *simulated annealing*.

Tabela 7.1 – Resistividade, espessura e limites de profundidade da camada atribuída ao aquífero profundo. Os valores foram compilados a partir dos resultados dos 10 modelos obtidos pelo método de *simulated annealing*.

	Resistividade			Espessura			Limites de profundidade	
	Médio	Min	Max	Médio	Min	Max	Superior	Inferior
SEV-C1	37.90	32.06	43.77	964.18	648.80	1028.24	390.62	1159.38
SEV-C2	10.56	6.73	20.19	202.46	131.29	382.76	229.46	612.21
SEV-C3	23.54	12.07	31.40	279.30	143.74	382.03	138.56	524.66
SEV-C4	49.34	29.33	87.99	84.16	49.31	147.94	128.89	279.85
SEV-C6	31.71	20.75	46.64	352.38	231.27	522.80	166.38	689.18
SEV-C7	54.35	45.38	62.14	605.22	499.58	697.39	196.55	894.28
SEV-C 8	13.54	7.23	21.70	248.71	132.71	398.13	230.82	635.70
SEV-C10	10.58	4.44	13.31	209.65	87.63	262.90	260.87	539.61
SEV-C11	8.26	6.74	9.74	58.26	47.66	69.60	99.11	168.71
SEV-C13	30.67	28.17	32.67	505.92	462.29	538.77	109.04	647.81
SEV-C14	7.08	3.82	10.32	156.94	94.39	241.71	248.57	491.00
SEV-C15	14.75	9.98	24.64	310.20	206.96	519.13	211.40	534.71
SEV-C16	9.60	4.97	14.92	175.18	90.80	272.39	213.77	502.90

Observa-se que a maior parte das SEV apresentam problemas de equivalência. Esta questão é mais evidente nas zonas limites da bacia, onde 3-D que não são resolúveis por métodos 1-D se fazem sentir de forma acentuada.

No centro da veiga existem problemas de equivalência associados à camada que se assume esteja relacionada com o aquífero geotérmico. De facto, os resultados obtidos para a espessura desta camada variaram bastante (ver tabela 7.1), sendo que a diferença entre máximo e mínimo chega a valores da ordem de 200-300 m. No entanto, verifica-se que, em média, a espessura varia entre os 58 m na SEV-C11 e 964 m na SEV-C1.

Na figura 7.4 pode observar-se a distribuição das espessuras médias desta camada, bem como da resistividade média e da profundidade mínima do topo da camada. Observa-se que a região onde a espessura é mais elevada coincide com a zona central da bacia. É também de notar que as SEV que apresentam uma camada condutora de maior espessura também apresentam valores de resistividade mais elevados. Este facto pode estar relacionado com os problemas de equivalência.

7.4 - Inversão 3-D

O método usado para a inversão 3-D que aqui se apresenta encontra-se publicado em Sultan e Monteiro Santos (2007) e Monteiro Santos e Sultan (2008). Este método usa uma aproximação de elementos finitos para a resolução do problema directo, e resolve o problema inverso pelo método dos mínimos quadrados com constrangimentos de suavização apresentado no capítulo 2.2.2.

7.4.1 - Problema directo

Equação de domínio

Desenvolvendo a equação (5.7) para o caso 3-D tem-se que a equação que rege a resposta de resistividade de um meio tri-dimensional com uma fonte bi-polar é

$$\nabla \cdot [\sigma(x, y, z) \nabla V(x, y, z)] = -I[\delta(x - x_A, y - y_A, z - z_A) - \delta(x - x_B, y - y_B, z - z_B)], \quad (7.10)$$

sendo V o potencial eléctrico total, I é a intensidade de corrente aplicada nos pontos $A(x_A, y_A, z_A)$ e $B(x_B, y_B, z_B)$ e σ é a distribuição da condutividade da corrente eléctrica.

Condições de fronteira

Para resolver a equação de domínio (7.10) é necessário impor condições de fronteira, podendo estas ser de três tipos:

- Condições de Dirichlet – quando é conhecido o valor do potencial V na superfície, sendo denominadas homogéneas para o caso $V = 0$.
- Condições de Neumann – quando é conhecido o comportamento da derivada do potencial V na superfície.
- Condições de Cauchy – quando o potencial longe da área de interesse se comporta espacialmente como se de uma fonte pontual num meio homogéneo se tratasse.

A condição de Dirichlet pode aplicar-se a superfícies suficientemente afastadas do local de injeção. É o caso das superfícies laterais e inferior que delimitam o volume de interesse.

No caso do campo eléctrico estacionário, assumem-se as condições de continuidade do potencial, e da componente normal à fronteira da densidade de corrente. Assim, considerando a fronteira entre dois meios I e II, tem-se que

$$V_I = V_{II} \quad (7.11)$$

$$\left[\sigma \frac{\partial V}{\partial n} \right]_I = \left[\sigma \frac{\partial V}{\partial n} \right]_{II} \quad (7.12)$$

Como a condutividade do ar é nula, para a fronteira terra-ar tem-se que

$$\frac{\partial V}{\partial n} = 0 \quad (7.13)$$

e assim, pode impor-se a condição de Neumann nesta fronteira.

O problema das fronteiras laterais e inferior do domínio de interesse pode ser resolvido considerando-se o domínio de interesse envolvido por um meio homogéneo, impondo condições de Dirichlet homogéneas às fronteiras laterais e inferior. No entanto, esta solução só pode ser utilizada no caso de as fronteiras se encontrem suficientemente afastadas da fonte para que o potencial possa ser considerado nulo, o que implica a imposição de um domínio com dimensões computacionalmente incomportáveis. Assim, a resolução deste problema foi feita impondo a condição mista de Cauchy (Dey e Morrison, 1979; Monteiro Santos, 1994)

$$\frac{\partial V}{\partial n} + \frac{V \cos \theta}{r - r_0} = 0 \quad (7.14)$$

onde θ é o ângulo formado pela normal à fronteira com a linha que une a fonte de corrente em $P(r_0)$ ao ponto considerado na fronteira $Q(r)$. Esta condição corresponde a impor um comportamento assintótico da forma $1/r$ ao potencial eléctrico em pontos afastados da fonte.

Malha dos elementos finitos

A distribuição do potencial é determinada recorrendo ao *método dos elementos finitos*, que consiste na discretização do domínio de interesse num número finito de elementos, sendo definida, para cada um deles, uma função $V^A(x, y, z)$ com uma dependência espacial muito simples, por forma a que a aproximação ao valor real $V(x, y, z)$ seja válida apenas na parte do domínio definida pelo elemento. No exterior deste, a função é considerada nula.

A escolha de geometria do elemento é um dos factores mais importantes na implementação do método dos elementos finitos. De facto, o elemento deverá ter uma forma tão versátil quanto possível, de maneira a facilitar a sua adaptação a qualquer situação geométrica. Simultaneamente, é fundamental ter em consideração os cálculos gerados pela escolha de determinado elemento, para otimizar o tempo de processamento.

Para este caso concreto, optou-se pela utilização de elementos hexaédricos. A figura 7.5 mostra uma representação da malha adoptada. Como se pode observar, a malha dos elementos finitos é irregular. Para cada SEV é construída uma malha específica que considera os parâmetros da sondagem, nomeadamente o AB/2 e a sua orientação espacial.

Para possibilitar a aplicação das condições de fronteira, as fronteiras laterais e inferior do domínio foram colocadas a uma distância 5 vezes superior à maior separação entre os eléctrodos de corrente e os eléctrodos de potencial.

Assim, V^A pode ser expressa como

$$V^A = \sum_{i=1}^8 N_i (\bar{V}_i^A)^T \quad (7.15)$$

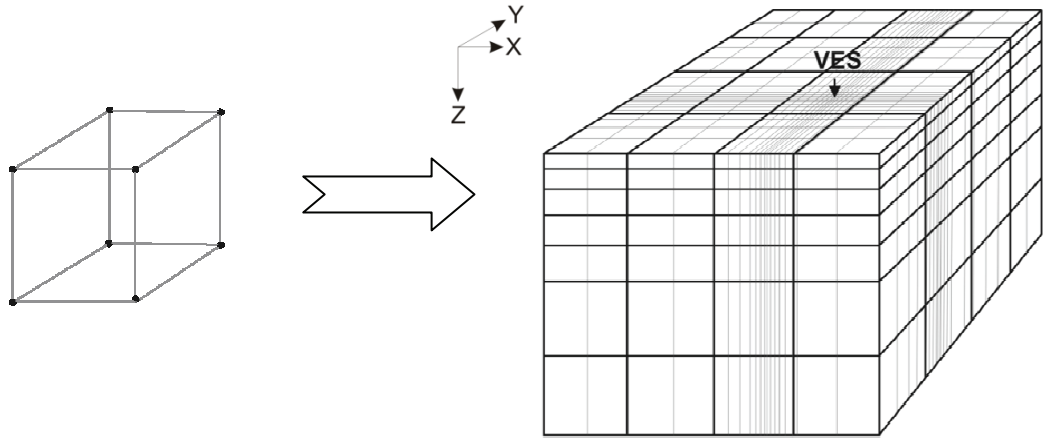


Figura 7.5 – Elemento hexaédrico cujos vértices (à esquerda) e malha dos elementos finitos (à direita). As linhas a negro referem-se ao modelo de terreno usado na inversão.

em que \bar{V}_i^A são incógnitas. N_i são funções conhecidas (Pridmore, 1978) que dependem da forma do elemento (funções de interpolação, ou *shape functions*). O valor de V^A para cada elemento é assim determinado por interpolação dos valores da função nos vértices desse elemento.

A determinação das incógnitas \bar{V}_i^A é efectuada considerando uma relação conhecida que seja satisfeita pela solução real V , e impondo que a solução aproximada V^A também a satisfaça.

A substituição na equação de domínio (5.6) da aproximação \bar{V}_i^A introduz um erro ε , e logo

$$\nabla \cdot \sigma \nabla \bar{V}^A + \nabla \cdot \mathbf{J} = \varepsilon. \quad (7.16)$$

Impondo que o integral do erro ε , ponderado pelas funções de ponderação \mathbf{W} , seja zero, ou seja, que

$$\int_{\text{volume}} \mathbf{W} \varepsilon \, dv = 0, \quad (7.17)$$

e considerando que as funções \mathbf{W} são simplesmente as funções de interpolação N_i , torna-se possível a determinação das incógnitas \bar{V}_i^A . Este é o denominado *método de Galerkin*.

As matrizes resultantes da discretização do domínio em elementos finitos são, tipicamente, grandes, simétricas, esparsas e dominadas pela diagonal. Devido à sua grande dimensão, a escolha de um método eficiente para a resolução do sistema de equações é um dos aspectos fundamentais do método dos elementos finitos. Neste programa foi usado, por motivos de rapidez e precisão, o *método de gradientes conjugados* descrito no capítulo 6.2.1.

7.4.2 - Método de inversão

Para a resolução do problema da inversão 3-D de dados de SEV foi utilizado o método apresentado por Sasaki (2001). Este método consiste numa aproximação aos mínimos quadrados com constrangimentos de suavização, como exposto no capítulo 5, à qual se acrescentou uma função de peso dos dados \mathbf{W}_d para diminuir as instabilidades numéricas.

Tem-se então que a perturbação a efectuar nos parâmetros para melhorar o ajuste do modelo inicial é dada por

$$\mathbf{b} = (\mathbf{J}^T \mathbf{W}_d^T \mathbf{W}_d \mathbf{J} + \lambda \mathbf{C}^T \mathbf{C})^{-1} \mathbf{J}^T \mathbf{W}_d^T \mathbf{W}_d \mathbf{y}. \quad (7.18)$$

\mathbf{W}_d é uma matriz diagonal constituída pelos inversos dos desvios padrão dos dados. \mathbf{C} (*matriz de suavização*) é um operador Laplaciano cujos elementos são 0, 1, 2, 3 ou 4. \mathbf{y} é o vector das diferenças entre os dados observados e a resposta do modelo, *i.e.*,

$$\mathbf{y} = \rho_a^{obs} - \rho_a^{calc}. \quad (7.19)$$

ρ_a representa o vector com as leituras de resistividade.

Matriz Jacobiana J

O cálculo da matriz Jacobiana \mathbf{J} foi feito usando o método apresentado em Loke e Barker (1996). A derivada parcial do potencial V resultante de uma alteração da resistividade de um volume elementar \mathbf{v} envolvido num semi-espaço homogéneo com resistividade ρ é dada por

$$\frac{\partial V}{\partial \rho} = \frac{I}{4\pi^2} \int_v \frac{u(u - \alpha) + v(v - \beta) + w^2}{(u^2 + v^2 + w^2)^{1.5} [(u - \alpha)^2 + (v - \beta)^2 + w^2]^{1.5}} dx dy dz \quad (7.20)$$

onde

$$\begin{aligned} u &= \frac{2x - x_1 - x_2}{x_1 - x_2}; & \alpha &= \frac{2x_M - x_1 - x_2}{x_1 - x_2}; \\ v &= \frac{2y - y_1 - y_2}{y_1 - y_2}; & \beta &= \frac{2y_M - y_1 - y_2}{y_1 - y_2}; \\ w &= \frac{2z - z_1 - z_2}{z_1 - z_2}. \end{aligned}$$

O prisma é definido por dois dos seus cantos opostos (x_1, y_1, z_1) e (x_2, y_2, z_2) (ver figura 7.6). Considera-se que a fonte I se encontra no ponto $(0,0,0)$ e que o eléctrodo de potencial se encontra no ponto $(x_M, y_M, 0)$.

O integral em (7.18) é resolvido aplicando uma quadratura Gaussiana, surgindo

$$\frac{\partial V}{\partial \rho} \approx \frac{vI}{4\pi^2} \sum_{k=1}^{n_z} \sum_{j=1}^{n_y} \sum_{i=1}^{n_x} f_i f_j f_k \frac{u(u - \alpha) + v(v - \beta) + w^2}{(u^2 + v^2 + w^2)^{1.5} [(u - \alpha)^2 + (v - \beta)^2 + w^2]^{1.5}} \quad (7.21)$$

com

$$v = 0.125(x_1 - x_2)(y_1 - y_2)(z_1 - z_2).$$

n_x , n_y e n_z são o número de funções a avaliar em cada direcção, e f_i , f_j e f_k são funções de peso que correspondem aos valores de n_x , n_y e n_z , respectivamente. Quando o bloco se encontra adjacente a um eléctrodo, n_x , n_y e n_z têm valor 6, perfazendo um total de 216

funções a avaliar. O número de funções a avaliar nas direcções x , y e z são reduzidas progressivamente, à medida que a distância mínima entre o bloco e o eléctrodo aumenta.

Para reduzir o tempo de computação, este cálculo é efectuado apenas para o modelo inicial. Para as iterações seguintes usa-se um método quasi-Newtoniano de actualização. A matriz

Jacobiana J_i é substituída pela aproximação B_i . Como proposto por Broyden (1965), B_i é calculada a partir de B_i por

$$B_{i+1} = B_i + u_i p_i \quad (7.22)$$

onde

$$u_i = \frac{\Delta y_i - B_i p_i}{p_i^T p_i}$$

$$\Delta y_i = y_{i+1} - y_i$$

e y_i é a resposta do modelo da iteração i . p_i é a perturbação aplicada ao modelo na iteração i .

Resolução do sistema de equações

Para calcular a solução de (7.5) usou-se o *método de gradientes conjugados* descrito no capítulo 6.2.1.

Modelo

O modelo de subsolo usado para a inversão 3-D dos dados de SEV consiste numa malha tridimensional de blocos, a cada um dos quais corresponde uma resistividade individual (ver figura 7.6).

O espaçamento da malha é variável, sendo maior nas zonas periféricas do domínio de interesse e menor na região coberta pelas SEV.

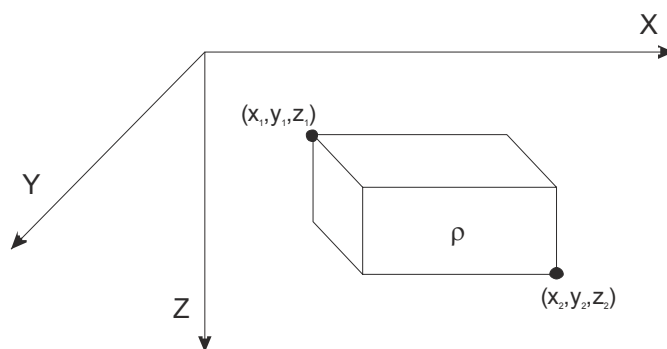


Figura 7.6 – Parâmetros usados para o cálculo das derivadas parciais para um bloco rectangular num modelo 3-D (adaptado de Loke e Barker, 1996)

Quantificação do ajuste

O ajuste é quantificado pela *distância média quadrática*,

$$e = \frac{1}{N} \sqrt{\sum_{i=1}^N \left(\frac{\rho_a^{obs} - \rho_a^{calc}}{\rho_a^{obs}} \right)^2} \times 100 \%, \quad (7.23)$$

sendo N o número de leituras do perfil, e ρ_a^{obs} e ρ_a^{calc} são as resistividades aparentes, respectivamente a observada e a calculada.

7.4.3 - Volume de investigação (VOI)

O denominado Volume de Investigação (VOI de *Volume Of Investigation*) foi introduzido por Oldenburger *et al.* (2007). Trata-se de um índice que tem o intuito de quantificar a fiabilidade de um modelo, e tem como base no conceito de *Profundidade de Investigação* (DOI de *Depth Of Investigation*) proposto por Oldenburg e Li (1999).

O valor do VOI obtido para cada zona do modelo permite identificar as zonas bem constrangidas, as zonas afectadas por ambiguidades, e as zonas sobre as quais os dados não têm influência. O VOI [$v(x, y, z)$] é dado pela expressão

$$v(x, y, z) = \frac{p_2(x, y, z) - p_1(x, y, z)}{p_2^{ref} - p_1^{ref}} \quad (7.24)$$

onde p_2 é o modelo obtido pela inversão dos dados com um modelo inicial p_2^{ref} e p_1 é o modelo obtido pela inversão dos dados com um modelo inicial p_1^{ref} (Monteiro Santos e Sultan, 2008).

Neste caso, o VOI permite uma quantificação da resolução da solução do problema inverso relativamente à sensibilidade às condições iniciais. Nas zonas em que o modelo é fiável, a solução da inversão não depende do modelo inicial e v tende para zero. Nas zonas em que o modelo não é fiável podem dar-se duas situações; não existe influência dos dados, e v tende para 1, ou o modelo tem problemas de não unicidade da solução, e v não tem limite.

De acordo com Oldenburg e Li (1999), os valores do VOI são, de certa forma, dependentes dos parâmetros usados para gerar os diferentes modelos. Neste caso, os valores do VOI vão depender do parâmetro λ . Será de esperar que as regiões com valores mais elevados de v se tornem mais marcadas quando λ diminui. Para minimizar esta dependência, teve-se atenção para que todos os modelos fossem calculados utilizando valores de λ não inferiores a 0.01.

7.4.4 - Aplicação do método aos dados de Chaves

Este método foi aplicado aos dados das SEV de Chaves. Foram usadas as 27 sondagens disponíveis. Considerou-se um modelo com 8 km x 15 km x 5 km, para prevenir problemas de fronteira. A malha tem um espaçamento horizontal de 500 m na zona central e 1000 m nas zonas periféricas.

Foram calculados vários modelos para definir os parâmetros iniciais que produziam melhores resultados. Determinou-se fixar λ a 0.4 e iniciar o processo de inversão com uma resistividade de 600 Ωm .

Na figura 7.7 encontra-se representado o modelo calculado, e as suas respostas em cada local de SEV podem ser observadas na figura 7.8. Os valores e para cada SEV encontram-se indicados na figura 7.8, sendo que o valor máximo é de 30.3 % na SEV-C2 e o valor mínimo é de 2.35 % na SEV-C3. O valor médio é de 9.8 %.

O modelo obtido aparenta estar em consonância com aquilo que se conhece sobre o local, mais particularmente com o que concerne o aquífero geotérmico. No entanto, é necessário proceder com alguma cautela na interpretação deste resultado. De facto, o levantamento não abrange toda a área de estudo, e, mesmo nas zonas em que a densidade de sondagens é maior, a distância entre elas é muito grande relativamente à profundidade que amostram. Tal como verificado por Monteiro Santos e Sultan (2008), tanto a densidade das sondagens como a sua orientação são factores de extrema importância na resolução do modelo final, já que a região amostrada permite uma redundância de informação que ajuda na definição do modelo.

Para estimar a fiabilidade do modelo da figura 7.7 calculou-se um segundo modelo com uma resistividade inicial de 200 Ωm e procedeu-se ao cálculo do VOI utilizando estes dois resultados. A figura 7.9 mostra a distribuição dos valores do VOI em alguns níveis do modelo.

A mais evidente relação que se pode retirar da observação desta figura é que o volume investigado padece de muito fraca resolução. Enquanto o valor indicado por Oldenborger *et al.* (2007) e por Monteiro Santos e Sultan (2008) abaixo do qual se considera que o modelo foi bem resolvido é de 0.2, neste caso, valores dessa ordem são encontrados apenas numa pequena área do nível situado a 400 m de profundidade.

Verifica-se, assim, que a densidade de amostragem é demasiado pequena para permitir uma boa resolução. No entanto, é possível definir zonas em que a definição é maior, nomeadamente uma zona centrada nas coordenadas 630000 m E e 4624000 m N. Esta é, de facto, a zona com maior densidade de sondagens.

Em profundidade, a resolução é maior aos 400 m, sendo que, nas camadas mais superficiais, e devido ao grande espaçamento entre estações, os dados têm muito pouca influência sobre os resultados. A partir dos 600 m já se observa uma diminuição da resolução, relacionada com a profundidade de amostragem das SEV.

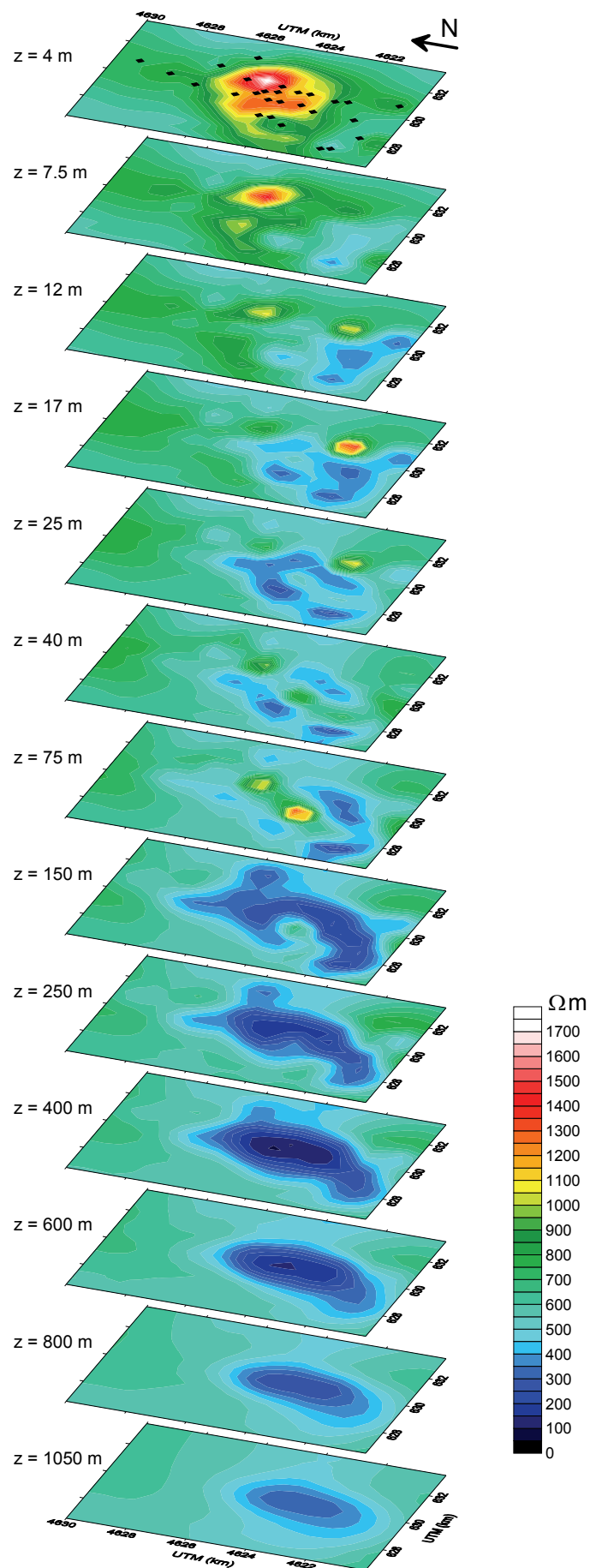
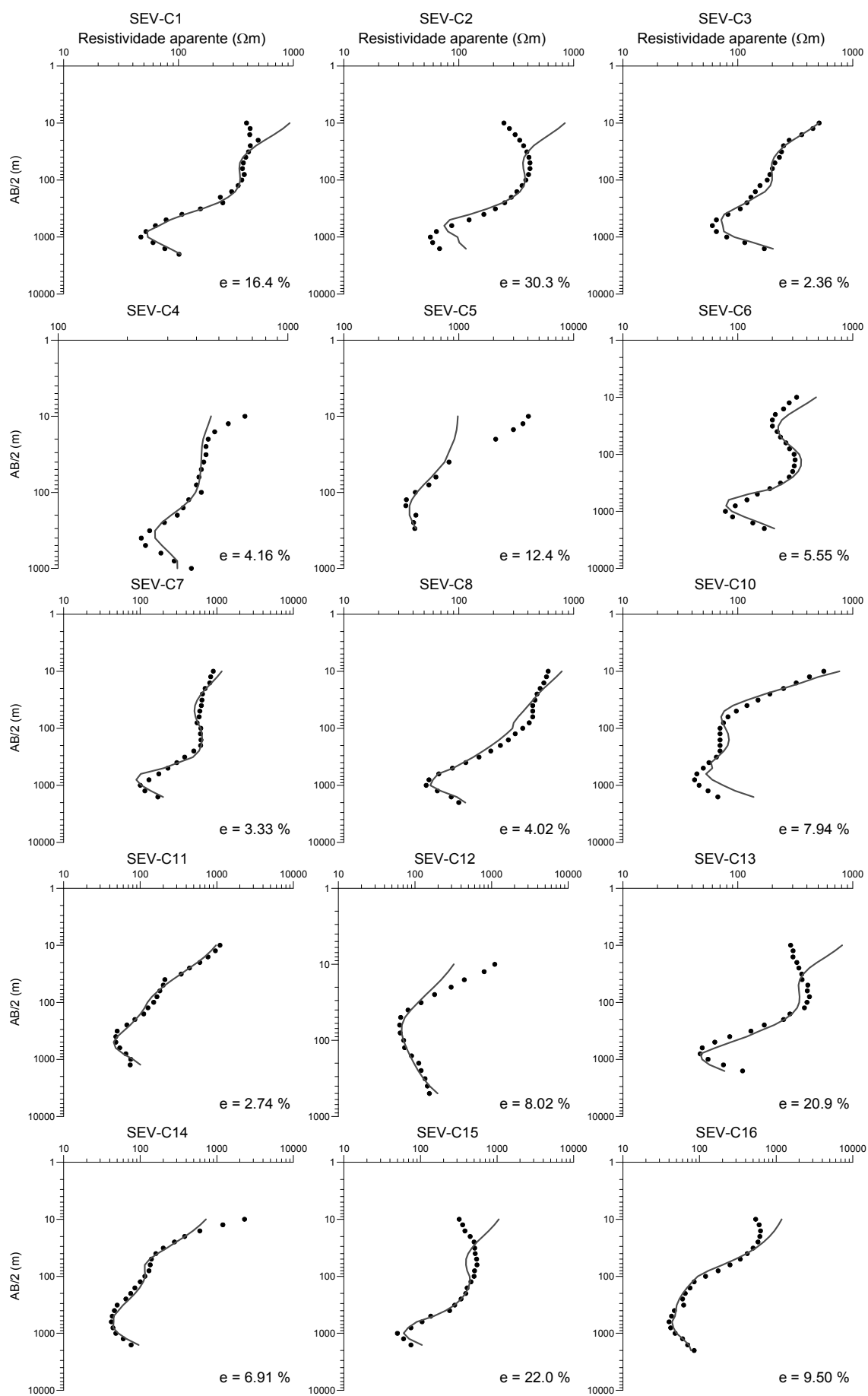


Figura 7.7 – Modelo tridimensional de resistividades obtido com a inversão 3-D dos dados de SEV de Chaves. Os símbolos a negro na secção mais superficial indicam as localizações das SEV.



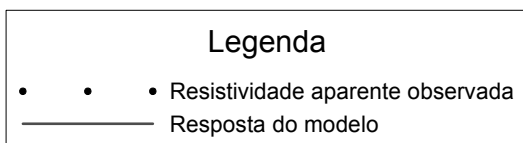
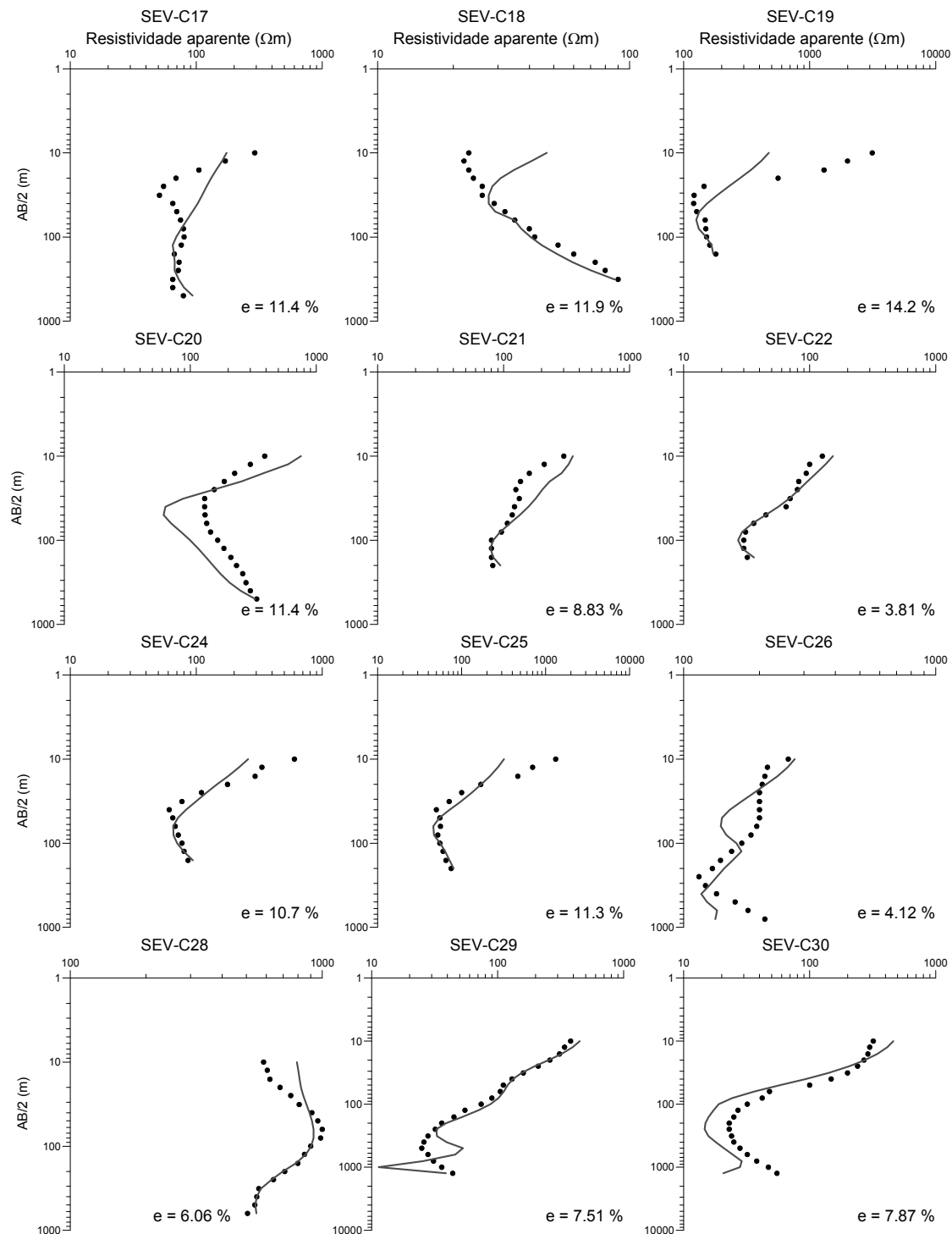


Figura 7.8 – Resposta do modelo da figura 7.7, obtido pela inversão 3-D dos dados de SEV da bacia de Chaves.

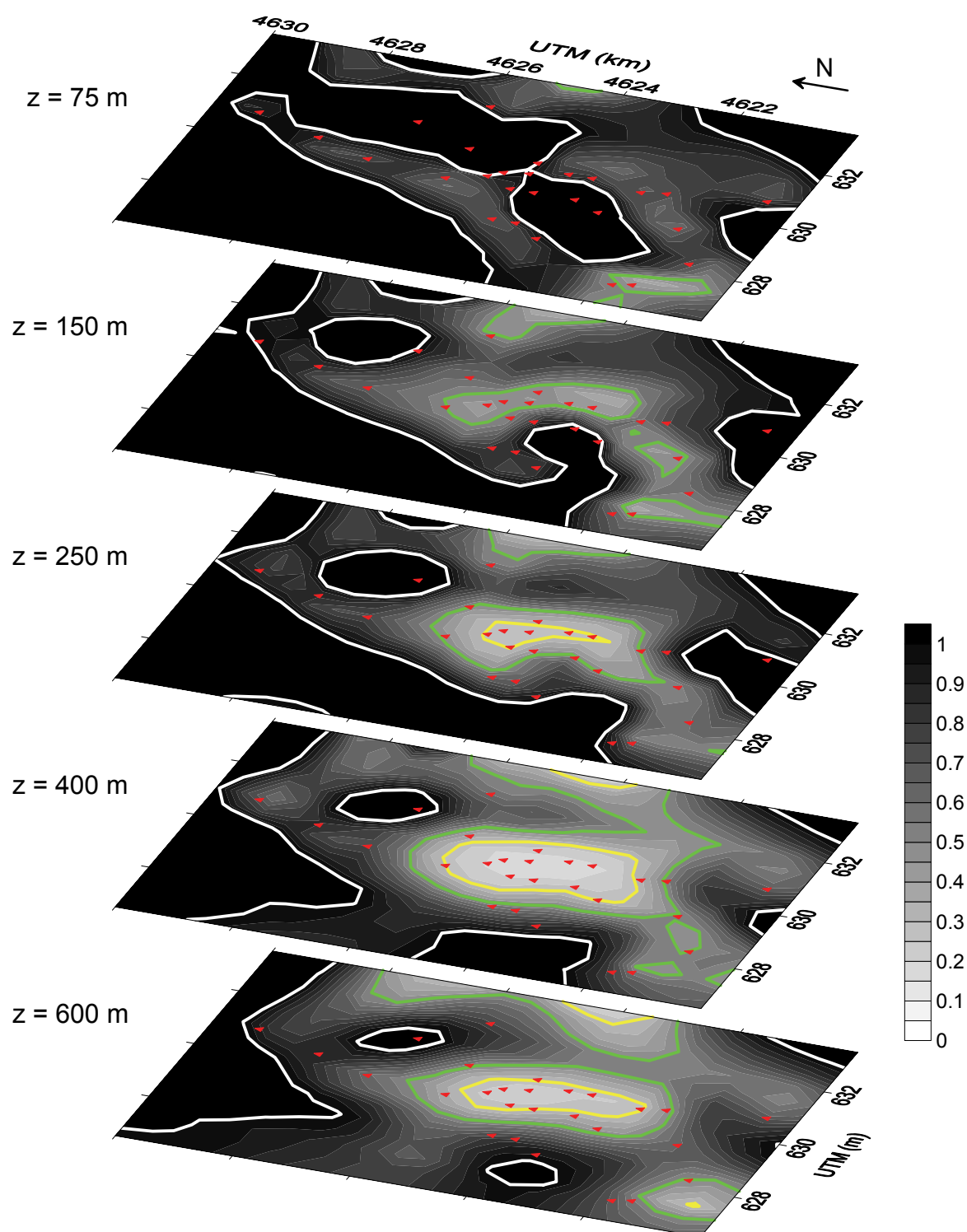


Figura 7.9 – Distribuição do VOI para os dados de SEV da bacia de Chaves utilizando modelos iniciais uniformes com resistividade de $600 \Omega\text{m}$ e $200 \Omega\text{m}$. As marcas a vermelho indicam a localização das SEV. A linha amarela marca $v = 0.3$, a linha verde marca $v = 0.5$ e a linha branca marca $v = 1$. As zonas a preto representam valores superiores a 1.

8

INVERSÃO CONJUNTA DE DADOS DE GRAVIMETRIA E DE SEV ABORDAGEM 2-D

Um ponto fulcral na problemática da inversão conjunta de dois, ou mais, conjuntos de diferentes dados geofísicos está na definição do grupo de parâmetros a inverter. O facto de se procurar um modelo que satisfaça todos os dados considerados implica que os parâmetros desse modelo têm de produzir respostas coerentes para cada tipo de dados.

Existem vários trabalhos tratando métodos de inversão conjunta de diferentes tipos de dados. No caso da combinação de dados de resistividade, magnetotelúrica e transiente electromagnético (TDEM) (Vozoff e Jupp, 1975; Meju, 1996; Harinarayana, 1999), todos são sensíveis à mesma propriedade física.

Na inversão conjunta de dados de prospecção sísmica e de dados de resistividade adquiridos sobre um subsolo composto por camadas, as espessuras das camadas são o único parâmetro comum (Kis, 2002). Neste caso, para proceder à inversão conjunta, assumem-se camadas com interfaces comuns, tanto para as propriedades geoeléctricas como para as propriedades sísmicas.

Quando se trata da inversão conjunta de dados de gravimetria e magnetismo assume-se comum a geometria das fontes dos campos gravimétrico e magnético. O procedimento passa, assim, pela determinação dos corpos geradores de anomalias, os quais se considera terem densidade e magnetização constante (Chavez *et al.*, 1987; Mickus e Peeples, 1992; Pilkington, 2006).

O método aqui desenvolvido pretende resolver o problema de inversão conjunta de dados de gravimetria e resistividade em meios compostos por camadas. Pretende determinar, não só a geometria das interfaces, mas também os valores da resistividade. Para tal, considera-se que as interfaces são comuns tanto à resistividade como à massa volúmica. A resistividade será apenas constringida pelos dados de resistividade.

Este método foi desenvolvido para resolver problemas em meios estratificados com aquíferos, já que, neste caso, a presença de água poderá originar diferenças de densidade que correspondem, também, a diferenças de resistividade.

8.1 - Método

O método utilizado para a resolução deste problema foi o método de *simulated annealing* (SA) apresentado no capítulo 2.3. A formulação do problema é idêntica à apresentada no capítulo 6.4, aplicada apenas aos dados de gravimetria.

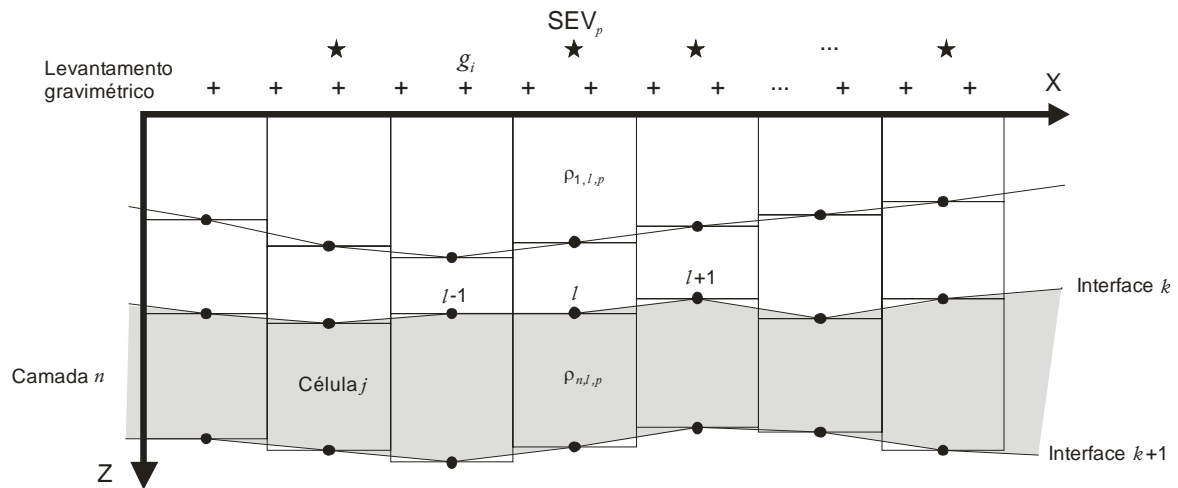


Figura 8.1 - O espaço de interesse é dividido em células rectangulares. Os símbolos + representam as leituras gravimétricas. Os símbolos ★ representam a localização das SEV. As interfaces de densidade/resistividade são aproximadas pelas arestas horizontais das células e representadas por pontos com coordenadas (x_i, z_i) . g_i é a leitura gravimétrica i . SEV_p é a sondagem eléctrica p . A camada n é limitada pelas interfaces k e $(k+1)$. Três pontos da interface k encontram-se identificados por $l-1$, l e $l+1$. A resistividade da célula l pertencente à camada n e na vertical da SEV_p é representada por $\rho_{n,l,p}$.

Parametrização do problema

O espaço de interesse é dividido em células rectangulares, como mostra a figura 8.1. A dimensão vertical das células é limitada pela posição das interfaces de massa volúmica/resistividade.

Tal como no caso da inversão de dados de gravimetria (capítulo 6.4), a massa volúmica das células entre duas interfaces é considerada constante. No entanto, é permitida a variação da resistividade na vertical de cada SEV. Nos casos em que SEV próximas entre si apresentam grandes variações laterais, é possível aplicar-se constrangimentos que imponham alguma coerência lateral. No entanto, neste trabalho optou-se por usar uma aproximação 1-D para o cálculo das SEV, não se impondo limitações laterais. Assume-se, no entanto, que o espaçamento entre SEV será sempre superior à profundidade de investigação. Caso contrário, deverá optar-se por uma metodologia 2D.

Energia do sistema (função objectivo)

Defina-se uma função objectivo, E , baseada numa norma L1 e envolvendo dados de gravimetria, dados de resistividade e interfaces suaves, definida como:

$$E = \varepsilon_1 E_g + \varepsilon_2 \sum_p^P E_{SEV_p} + \lambda \sum_{k=1}^K S_k, \quad (8.1)$$

onde P é o número de sondagens eléctricas verticais, e K é o número de interfaces do modelo. ε_1 , ε_2 e λ são pesos cujos valores dependem da importância relativa dos dados de gravimetria, dos dados de resistividade aparente, e da suavidade das interfaces. E_g , E_{SEV_p} e S_k (representa a suavidade da interface K) são definidos por (ver Roy *et al.*, 2002):

$$E_g = \frac{2 \sum_{i=1}^{N_g} (|g_i^{obs} - g_i^{cal}|)}{\sum_{i=1}^{N_g} (|g_i^{obs} - g_i^{cal}|) + \sum_{i=1}^{N_g} (|g_i^{obs} + g_i^{cal}|)}, \quad (8.2)$$

$$E_{SEV_p} = \frac{2 \sum_{i=1}^{N_{SEV_p}} (|\rho_{a_i}^{obs} - \rho_{a_i}^{cal}|)}{\sum_{i=1}^{N_{SEV_p}} (|\rho_{a_i}^{obs} - \rho_{a_i}^{cal}|) + \sum_{i=1}^{N_{SEV_p}} (|\rho_{a_i}^{obs} + \rho_{a_i}^{cal}|)}, \quad (8.3)$$

$$S_k = \frac{1}{N_k} \frac{\sum_{i=1}^{N_k} (|z_{l-1} - 2z_l + z_{l+1}|)}{(x_{l+1} - x_{l-1})}. \quad (8.4)$$

Os valores observados e calculados são denotados pelos sobrescritos *obs* e *cal*, respectivamente. *g* representa os valores da gravidade e ρ_a os valores da resistividade aparente no domínio logarítmico. Os subscritos *p* e *k* referem-se SEV *p* e à interface *k*. N_k é o número de segmentos de recta (arestas horizontais das células) que constituem a interface *k*, N_{SEV_p} é o número de valores de resistividade aparente na sondagem *p* e N_g é o número de observações gravimétricas. z_l , x_l representam as coordenadas do ponto central *l* do segmento de recta que define uma secção de interface.

Esquema de inversão

A função objectivo é minimizada por aplicação do algoritmo de *simulated annealing* descrito no capítulo 2.3. Este é um método de minimização global que consiste na procura aleatória de soluções que minimizem a energia (*E*) do sistema. Uma solução será aceite caso minimize a energia do sistema. Caso contrário, a sua aceitação está dependente de uma probabilidade, a qual diminui à medida que o processo avança. Essa diminuição é controlada por um valor *T* (*temperatura*). O valor de *T* diminui (*arrefecimento*) de acordo com uma regra estabelecida (*taxa de arrefecimento*). Quanto mais lento for o arrefecimento, mais provável será encontrar uma solução adequada.

O esquema apresentado na figura 8.2 permite uma melhor visualização do algoritmo desenvolvido.

Caracterização do ajuste

O ajuste dos dados e a resposta do modelo é caracterizado pelo erro relativo dado por

$$e = \frac{1}{N} \sqrt{\sum_i^N \left(\frac{u_i^{obs} - u_i^{cal}}{u_i^{obs}} \right)^2} \times 100 \%, \quad (8.5)$$

onde *N* o número total de dados e u_i representa cada leitura do conjunto total dos dados de gravimetria e resistividade aparente.

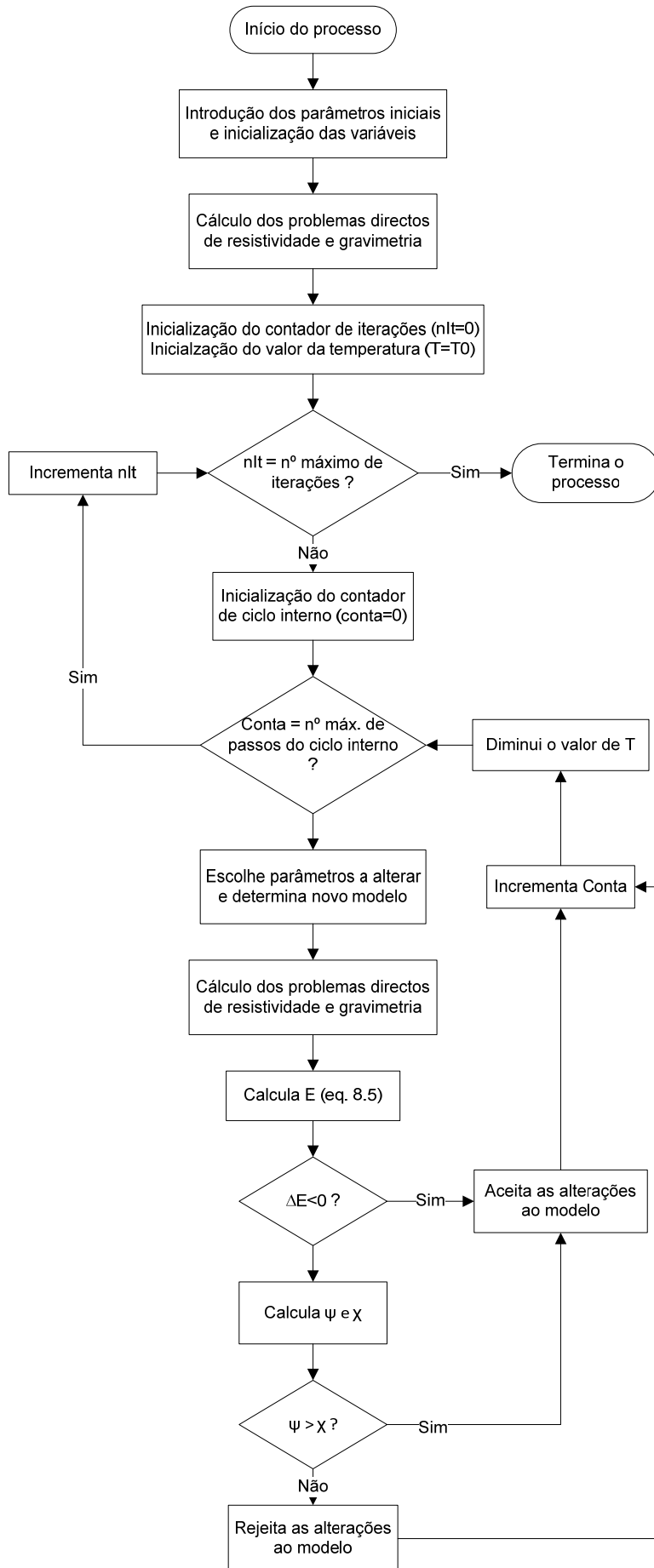


Figura 8.2 – Diagrama de fluxo simplificado representando o algoritmo Metropolis. ΔE representa a variação da função objectivo ($\Delta E = E - E(\text{it anterior})$). ψ é a probabilidade de aceitação calculada por (2.39). χ é um número gerado aleatoriamente entre 0 e 1. Os ciclos de iterações e interno terminam após um número pré determinado de realizações.

8.2 - Aplicação a dados sintéticos

8.2.1 - Modelo

O teste teórico que se apresenta de seguida foi levado a cabo utilizando o mesmo modelo teórico usado no caso da aplicação do método de *simulated annealing* (SA) a dados de gravimetria (ver capítulo 6.4.2).

Este é um modelo de três camadas, em que se tem uma camada condutora encaixada entre duas camadas mais resistivas. A massa volúmica das camadas aumenta com a profundidade. Os valores encontram-se indicados na tabela 8.1.

8.2.2 - Dados sintéticos de gravimetria

A geração dos dados sintéticos de gravimetria aqui utilizados foi exposta no capítulo 6.4.2, bem como a sua inversão em separado pelo método de SA.

8.2.3 - Dados sintéticos de resistividade

Calculo dos dados

Foram consideradas 9 SEV, de 2 em 2 km. Em cada local de SEV foram calculados 21 valores de resistividade aparente para $AB/2$ de 1.5 a 500 m. A profundidade de investigação é de cerca de 200-250 m.

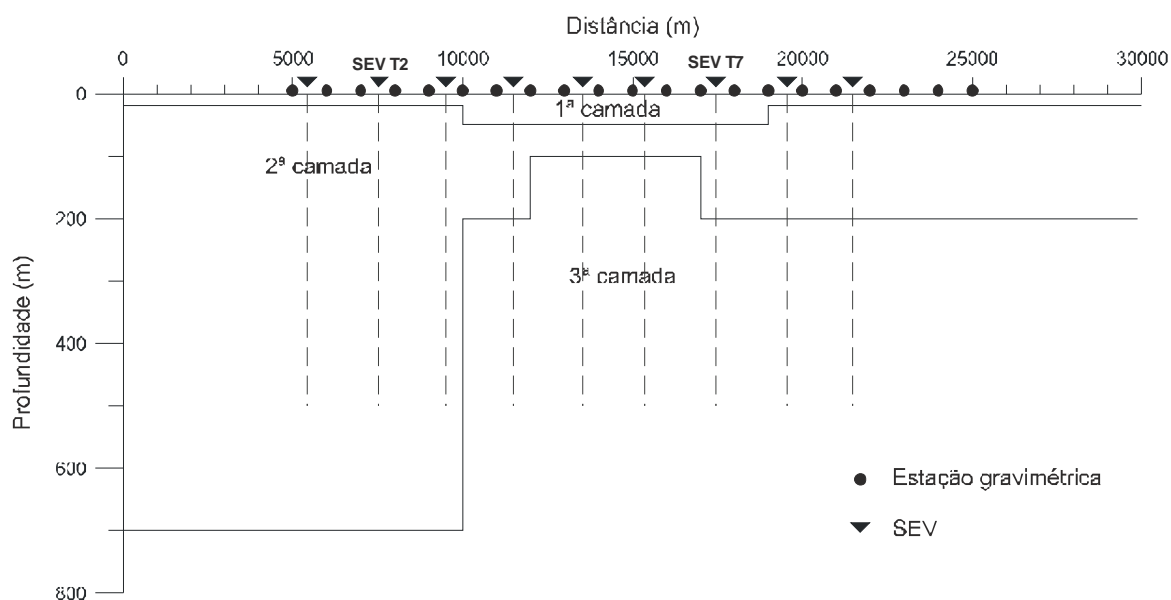


Figura 8.3 - Modelo teórico utilizado para a geração de dados sintéticos. As linhas tracejadas verticais indicam a profundidade de investigação das SEV. A massa volúmica e resistividades para cada camada utilizadas no processo de geração dos dados sintéticos encontram-se indicadas na tabela 8.1.

Tabela 8.1 – Parâmetros utilizados para a geração dos dados sintéticos.

Camada	Massa Volúmica	Resistividade
1	2000 kg.m ⁻³	200 Ωm
2	2150 kg.m ⁻³	4 Ωm
3	2300 kg.m ⁻³	500 Ωm

Assumiram-se modelos estratificados. A espessura e a resistividade das camadas correspondem às do modelo da figura 8.3, na vertical de cada SEV. A teoria usada para o cálculo dos dados sintéticos encontra-se exposta no capítulo 5.2

Inversão em separado

A figura 8.4 mostra as curvas das SEV, juntamente com os respectivos modelos 1-D obtidos por inversão usando modelos de camadas horizontais. Foi utilizado o método de SVD descrito no capítulo 7.2. Na tabela 8.2 encontra-se o erro relativo calculado pela expressão

$$D_p = \frac{1}{M} \sqrt{\sum_i^M \left(\frac{p_i^{teor} - p_i^{calc}}{p_i^{teor}} \right)^2} \times 100\%, \quad (8.6)$$

As SEV-T1, T2 e T3, executadas, respectivamente, nos pontos $x = 5.5$ km, $x = 7.5$ km e $x = 9.5$ km, não amostram a terceira camada. A espessura e resistividade da primeira camada são bem resolvidas, assim como a resistividade da camada intermédia.

O modelo da SEV-T4, localizada no ponto $x = 11.5$ km, apresenta uma boa resolução para a primeira camada. No entanto, a camada intermédia não foi bem determinada, e a camada inferior sofre de evidentes problemas de equivalência. Estas características também se encontram nos modelos das SEV-T7, T8 e T9 ($x = 16.5$ km, $x = 18.5$ m e $x = 21.5$ m). Estas curvas

Tabela 8.2 – Erro relativo (equação (8.6)) para cada parâmetro das SEV do modelo teórico da figura 8.3 mais o global para cada SEV.

	D_{ρ_1}	D_{ρ_2}	D_{ρ_3}	D_{h_1}	D_{h_2}	D_{SEV}
SEV-T1	2.3 %	4.9 %	--	1.2 %	--	1.8 %
SEV-T2	0.13 %	4.3 %	--	0.79 %	--	1.4 %
SEV-T3	0.63 %	2.1 %	--	0.47 %	--	0.76%
SEV-T4	0.70 %	7.4 %	54 %	0.82 %	5.3 %	11 %
SEV-T5	0.06 %	31 %	60 %	1.3 %	33 %	15 %
SEV-T6	2.5 %	61 %	23 %	2.2 %	50 %	16 %
SEV-T7	1.5 %	4.2 %	21 %	0.73 %	5.0 %	4.3 %
SEV-T8	0.45 %	3.7 %	59 %	1.2 %	2.9 %	12 %
SEV-T9	2.0 %	8.6 %	2.0 %	2.3 %	9.1 %	2.6 %

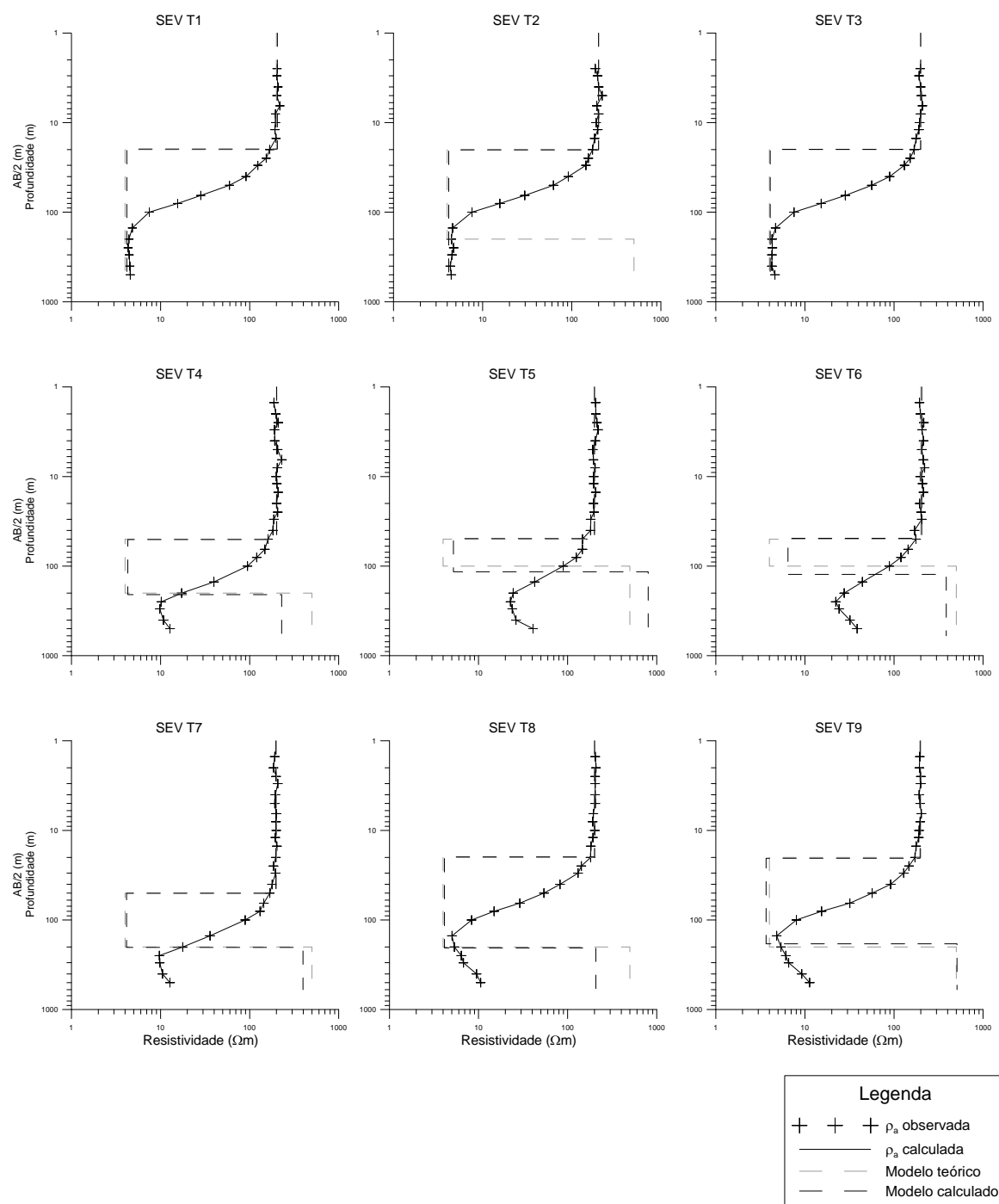


Figura 8.4 – Resultados da inversão 1-D das SEV sintéticas geradas a partir do modelo da figura 8.3. Os símbolos + representam os dados, a linha a contínuo representa a resposta do modelo e as linhas a tracejado correspondem ao modelo calculado e ao modelo teórico por baixo de cada SEV.

Tabela 8.3 – Massas volúmicas atribuídas a cada camada para a inversão conjunta de dados sintéticos de gravimetria e resistividade usando o método de SA.

Camada	Massa Volúmica
1	2000 kg.m ⁻³
2	2150 kg.m ⁻³
3	2300 kg.m ⁻³

são do tipo H, em que a camada intermédia se encontra encaixada entre duas camadas mais resistivas, e o modelo obtido é equivalente a qualquer outro para o qual a condutância da segunda camada tenha aproximadamente o mesmo valor ($S = h/\rho$) (ver capítulo 5.2.4).

As SEV-T5 e T6 são as que resultaram numa pior resolução. De facto, os problemas de equivalência derivados do tipo de curva que partilham com as SEV-T4, T7, T8 e T9 são potenciados pela menor espessura da camada intermédia, resultando numa maior dificuldade na resolução do modelo.

8.2.4 - Inversão conjunta dos dados sintéticos

Parâmetros da inversão

A inversão conjunta SA de gravimetria-resistividade foi executada com um parâmetro T (temperatura) inicial de 0.5 e um esquema de arrefecimento do tipo $T_n = 0.99T_{n-1}$, onde n é o número da iteração. Para os parâmetros ε_1 , ε_2 e λ foram usados os valores 0.45, 0.55 e 1.3, respectivamente. Estes valores foram obtidos após vários testes, sendo aqueles que revelavam um melhor resultado.

Os valores de massa volúmica atribuídos a cada camada encontram-se registados na tabela 8.3.

Os limites de busca usados para cada parâmetro da inversão por SA são apresentados na tabela 8.4. A profundidade de investigação das SEV é de cerca de 200-250 m. Isto significa que apenas as interfaces localizadas a profundidades inferiores as 250 m serão restringidas pelos dados de

Tabela 8.4 - Limites de busca usados na inversão conjunta de dados sintéticos de gravimetria e resistividade usando o método de SA. z_1 e z_2 representam as profundidades das interfaces 1 e 2. ρ_1 , ρ_2 e ρ_3 representam a resistividade das camadas 1, 2 e 3.

Parâmetro	Máximo	Mínimo
z_1	60 m	5 m
z_2	1000 m	61 m
ρ_1	600 Ω m	10 Ω m
ρ_2	20 Ω m	1 Ω m
ρ_3	1700 Ω m	200 Ω m

Tabela 8.5 – Valores de resistividade calculados pela inversão conjunta de dados sintéticos de gravimetria e resistividade pelo método de SA. São apresentados os valores (em Ωm) médio (Med), máximo (Max) e mínimo (Min) dos 6 modelos calculados, por baixo de cada uma das SEV.

	SEV-T1			SEV-T2			SEV-T3		
	Med	Max	Min	Med	Max	Min	Med	Max	Min
1ª camada	201.5	217.4	200.4	214.5	190.2	188.3	193.4	216.7	177.1
2ª camada	4.0	4.3	3.6	4.1	4.6	3.6	3.8	4.2	3.4
3ª camada	418.4	647.8	200.0	434.8	693.6	202.5	410.5	700.0	213.6
	SEV-T4			SEV-T5			SEV-T6		
	Med	Max	Min	Med	Max	Min	Med	Max	Min
1ª camada	210.3	223.0	197.8	207.7	222.7	193.0	210.6	226.9	202.2
2ª camada	5.1	7.6	2.5	8.4	12.0	5.1	7.1	12.7	3.3
3ª camada	372.1	933.1	209.8	318.5	632.1	200.0	745.7	1213.9	454.0
	SEV-T7			SEV-T8			SEV-T9		
	Med	Max	Min	Med	Max	Min	Med	Max	Min
1ª camada	193.4	210.8	178.3	207.7	220.8	191.3	199.7	213.6	191.3
2ª camada	4.0	6.0	2.6	4.0	4.7	2.9	4.0	4.9	3.3
3ª camada	451.2	721.7	200.0	463.1	960.9	200.0	404.5	834.1	221.2

resistividade. As interfaces mais profundas serão estimadas apenas com base nos dados de gravimetria.

Para lidar com o cariz estatístico característico dos métodos de simulated annealing, foram calculados 6 modelos diferentes usando os mesmos parâmetros de inversão iniciais.

Análise dos resultados

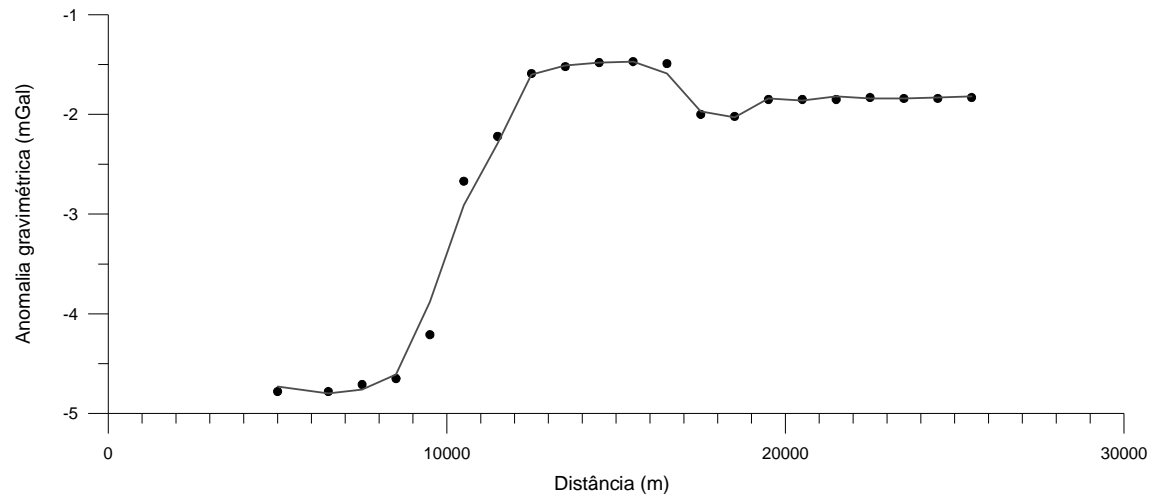
A figura 8.5-A mostra a comparação entre os dados sintéticos de entrada e respostas do modelo obtidos numa das corridas da inversão. A figura 8.5-B mostra o modelo gravimétrico médio obtido a partir de seis corridas do algoritmo de SA.

O valor da função objectivo é 0.04 e o ajuste dos dados de gravimetria e dos dados das SEV é 0.7 % e 6.6 %, respectivamente. A distribuição da resistividade na vertical de cada ponto de SEV é apresentada na tabela 8.5.

Globalmente, o modelo foi recuperado de forma bastante satisfatória. A geometria das interfaces foi bem recuperada ($D1 = 6.6\%$ e $D2 = 4.5\%$) e os degraus nas coordenadas $x = 10$ km e $x = 17$ km estão bastante bem definidos.

A resistividade da primeira camada por baixo de cada SEV também foi bem resolvida ($D\rho_1 = 2.0\%$) e a resistividade da segunda camada foi, de uma forma geral, bem recuperada. No entanto, nos pontos T4, T5 e T6, o fenómeno de equivalência (que permite apenas a determinação da condutância da segunda camada) provoca uma incorrecção na estimativa da

A



B

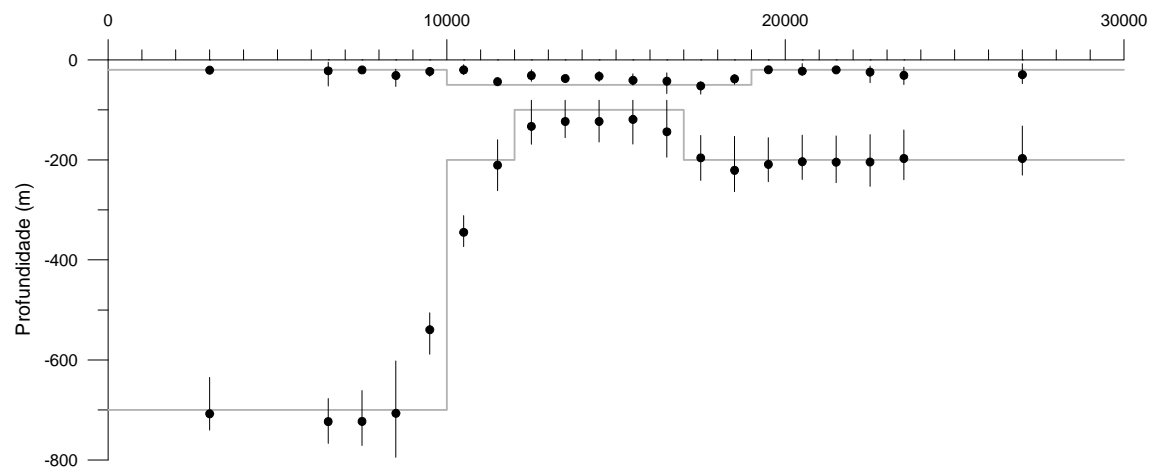


Figura 8.5 - Resultado da inversão do modelo sintético da figura 8.3 usando o método de SA. Parâmetros utilizados: $\varepsilon_1 = 0.45$; $\varepsilon_2 = 0.55$; $\lambda = 1.3$; $T_0 = 0.5$; Parâmetro de ajuste do modelo: $e = 0.7$.

A – Dados sintéticos e resposta do modelo com menor energia de entre os 10 calculados ($E = 4 \times 10^{-2}$).

B – Modelo médio resultante dos 6 modelos seleccionados. As barras verticais indicam a variação entre os máximos e os mínimos registados nos 6 modelos. Os parâmetros de ajuste do modelo determinados para cada uma das interfaces são $D_{h1} = 6.6\%$ e $D_{h2} = 4.5\%$.

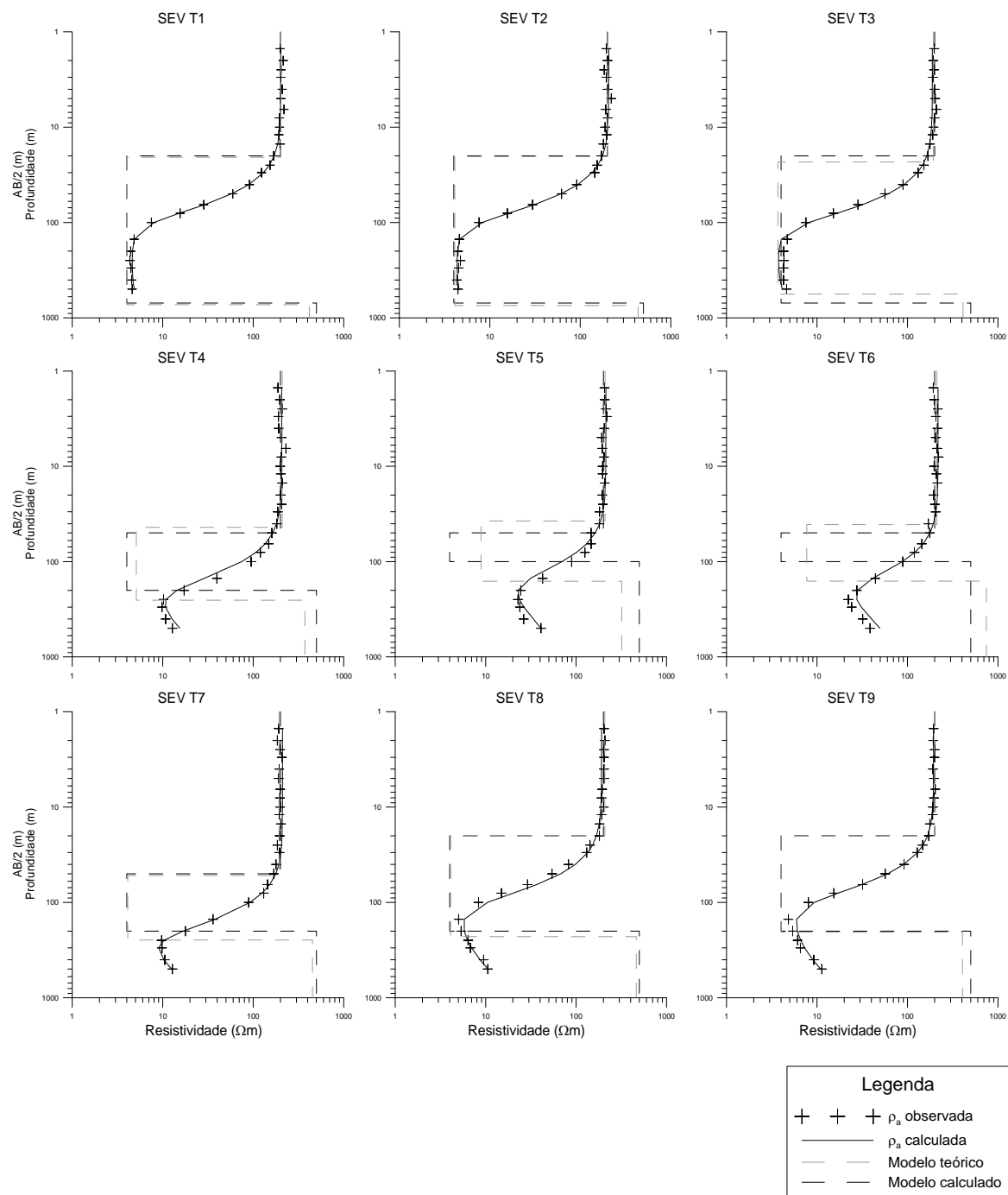


Figura 8.6 – Resultados da inversão 1-D das SEV sintéticas geradas a partir do modelo da figura 8.3. Os símbolos + representam os dados, a linha a vermelho representa a resposta do modelo, a linha verde corresponde ao modelo calculado e a linha a cinzento corresponde ao modelo teórico por baixo de cada SEV.

resistividade ($D\rho_2 = 24.4\%$). Este fenómeno é, assim, o principalmente responsável pelo desajuste da geometria de interfaces que se observa por baixo desses pontos.

Tal como na inversão separada, a resistividade da última camada é bem resolvida nos pontos T1, T2, T3, T7, T8 e T9, mas não o é nos pontos T4, T5 e T6. Os resultados apresentados, quando comparados com os apresentados no capítulo 6.4.2, revelaram que a inversão conjunta de dados de gravimetria e de resistividade possibilita a modelação da resistividade de camadas intermédias, melhorando a resolução e a fiabilidade dos parâmetros estimados do modelo.

8.2.5 - Inversão conjunta dos dados de Chaves

Parâmetros da inversão

Na inversão conjunta dos dados de gravimetria e resistividade de Chaves foram usados os dados de gravimetria e das SEV ao longo de dois perfis perpendiculares entre si (figura 6.20). O perfil PC-1 atravessa a bacia com uma direcção NNE-SSW e o perfil PC-2 atravessa a bacia com uma direcção WNW-ESE.

A inversão conjunta SA de gravimetria-resistividade foi executada com um parâmetro T (*temperatura*) inicial de 40 e um esquema de arrefecimento do tipo $T_n = 0.9T_{n-1}$, onde n é o número da iteração. Aos parâmetros ε_1 , ε_2 e λ foi atribuído um valor de 0.5. Estes valores foram obtidos após de vários testes, sendo aqueles que revelavam um melhor resultado para o caso em questão.

Tabela 8.6 – Massas volúmicas atribuídas a cada camada para a inversão conjunta dos dados de gravimetria e resistividade da bacia de Chaves usando o método de SA. No caso do perfil PC-2 esta distribuição de massa volúmica é válida para $x < 7500$ m; para $x > 7500$ m a camada 2 assume a massa volúmica da camada 3 e a camada 3 assume a massa volúmica da camada 4.

Camada	Massa Volúmica	Correspondente geológica
1	1900 kg.m ⁻³	Sedimentos superficiais
2	1900 kg.m ⁻³	Sedimentos contendo argila e água (engloba o aquífero superior)
3	2000 kg.m ⁻³	Sedimentos contendo argila e água (engloba o aquífero geotérmico)
4	2600 kg.m ⁻³	Soco

Tabela 8.7 - Limites de busca da profundidade das interfaces usados na inversão dos dados da bacia de Chaves usando o método de SA. z_1 , z_2 e z_3 representam as coordenadas das interfaces 1, 2 e 3.

Parâmetro	Perfil 1		Perfil 2	
	Mínimo	Máximo	Mínimo	Máximo
z_1	1 m	30 m	1 m	30 m
z_2	31 m	200 m	31 m	150 m
z_3	202 m	800 m	151 m	800 m

Tabela 8.8- Limites de busca da resistividade das camadas usados na inversão dos perfis PC-1 e PC-2 da bacia de Chaves usando o método de SA. Valores em Ωm .

Perfil PC-1		SEV-C30	SEV-C29	SEV-C8	SEV-C7	SEV-C15	SEV-C6	SEV-C13	SEV-C16	SEV-C18
1ª Camada	Min	100	5	100	100	50	50	100	100	5
	Max	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000
2ª Camada	Min	5	50	50	100	100	100	100	100	50
	Max	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000
3ª Camada	Min	5	5	5	5	5	5	5	5	50
	Max	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000
4ª Camada	Min	100	100	100	5	50	100	100	100	100
	Max	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000
Perfil PC-2		SEV-C24	SEV-C8	SEV-C10	SEV-C26	--	--	--	--	--
1ª Camada	Min	5	5	5	5	--	--	--	--	--
	Max	2000	2000	2000	2000	--	--	--	--	--
2ª Camada	Min	5	5	5	5	--	--	--	--	--
	Max	2000	2000	2000	2000	--	--	--	--	--
3ª Camada	Min	0.5	0.5	0.5	0.5	--	--	--	--	--
	Max	2000	2000	2000	2000	--	--	--	--	--
4ª Camada	Min	0.5	0.5	0.5	0.5	--	--	--	--	--
	Max	2000	2000	2000	2000	--	--	--	--	--

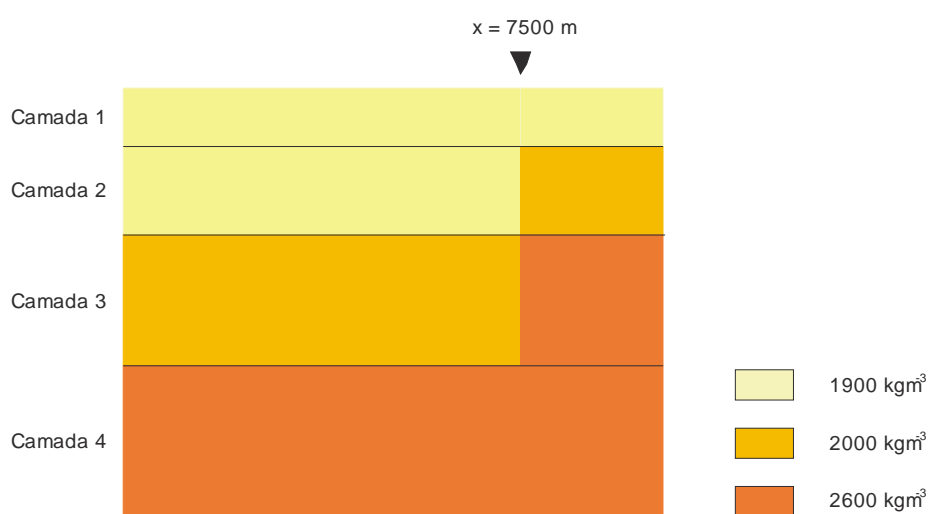


Figura 8.7 – Atribuição de densidades para inversão conjunta de dados de gravimetria e SEV do perfil PC-2.

O conhecimento geológico que se tem do local, e os resultados obtidos previamente pela inversão 1-D das SEV permitem concluir que o modelo que mais se adequará a este caso será composto por quatro camadas. A primeira (mais superficial) corresponderá a uma camada sedimentar, necessária apenas para ajuste dos dados de resistividade. A segunda refere-se a uma zona contendo sedimentos e que inclui o aquífero frio superficial. Estas camadas só são indiferenciáveis em termos gravimétricos. A terceira camada contempla os sedimentos inferiores, e deverá também incluir influências do aquífero geotérmico. Foi atribuído um valor de massa volúmica de 1900 kg.m^{-3} para as duas primeiras camadas, 2000 kg.m^{-3} para a terceira. Ao soco foi atribuído um valor de 2600 kg.m^{-3} (tabela 8.6).

O perfil PC-2 abrange zonas no exterior da bacia. Devido à impossibilidade de sobreposição dos limites das camadas (imposição posta pela estrutura do algoritmo), verificou-se que seria impossível um ajuste dos dados de gravimetria na zona leste deste perfil. Assim, optou-se por alterar a densidade atribuída às camadas 2 e 3, atribuindo, a partir da coordenada $x = 7500 \text{ m}$, uma densidade de 2600 kg.m^{-3} à camada 3 e 2000 kg.m^{-3} à camada 2 (ver figura 8.7).

Os limites de busca da profundidade para cada interface usados para a inversão por SA dos dados de Chaves são apresentados na tabela 8.7. Estes limites foram impostos, numa primeira aproximação, por análise dos resultados anteriores, e, numa segunda aproximação, por observação dos resultados obtidos por diversas corridas do próprio algoritmo inversão conjunta.

Devido à variedade de tipos de curvas que compõem o grupo das SEV do perfil PC-1 foi necessário impor valores mínimos de resistividades diferentes para cada sondagem. Tal como anteriormente, estes parâmetros foram determinados com base em resultados anteriores.

Para lidar com o cariz estatístico característico dos métodos de simulated annealing, foram calculados 6 modelos diferentes usando os mesmos parâmetros de inversão iniciais.

Análise dos resultados: Perfil PC-1

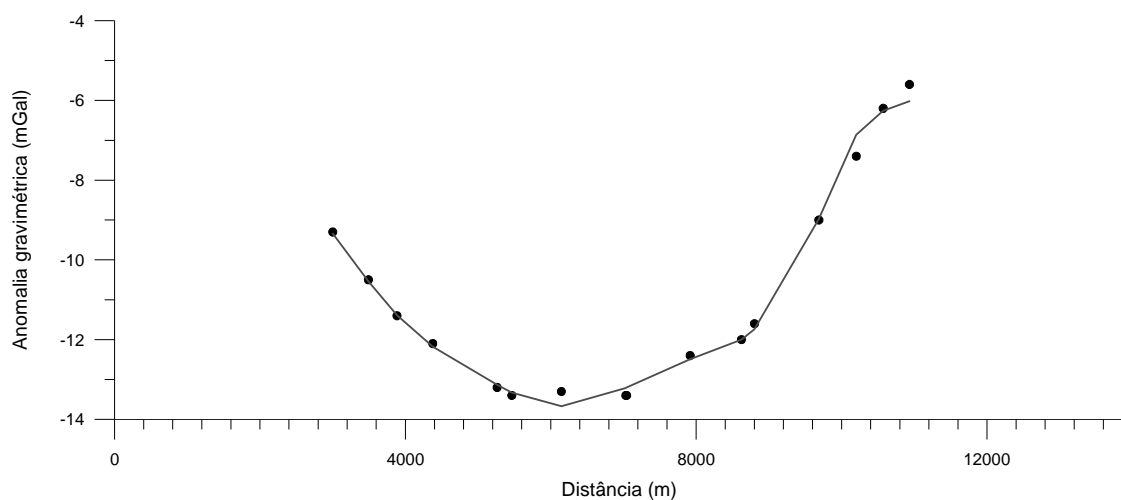
A figura 8.8 mostra o modelo resultante do cálculo estatístico efectuado para os 6 modelos calculados pela inversão conjunta pelo método de SA, juntamente com a resposta calculada para a componente de gravimetria. A tabela 8.9 mostra as distribuições de resistividade calculadas na vertical de cada local das SEV. Nela são apresentados os valores médio, máximo e mínimo dos 6 modelos calculados.

O ajuste entre os dados de gravimetria e a resposta do modelo é, na globalidade, satisfatório, sendo que o ajuste entre os dados de gravimetria e a resposta do modelo é de 0.42%. No entanto, verifica-se que a interface intermédia (a verde na figura 8.8) não se encontra bem resolvida, apresentando uma grande variabilidade ao longo de toda a extensão do perfil. Desta forma, julgou-se conveniente analisar individualmente todos os 6 modelos calculados, bem como as suas respostas, numa tentativa de compreender as razões para esta variabilidade.

Assim, nas figuras 8.9 e 8.10 pode observar-se, respectivamente, a representação dos modelos calculados e das respostas por eles produzidas. Apesar da grande diferença verificada entre os vários modelos (figura 8.9), as suas respostas (figura 8.10) são coerentes com os dados observados, mantendo-se dentro de uma margem de erro espectável numa aproximação deste

RESULTADOS PARA O PERFIL PC-1

Figura 8.8 - A



SW

NE

Figura 8.8 - B

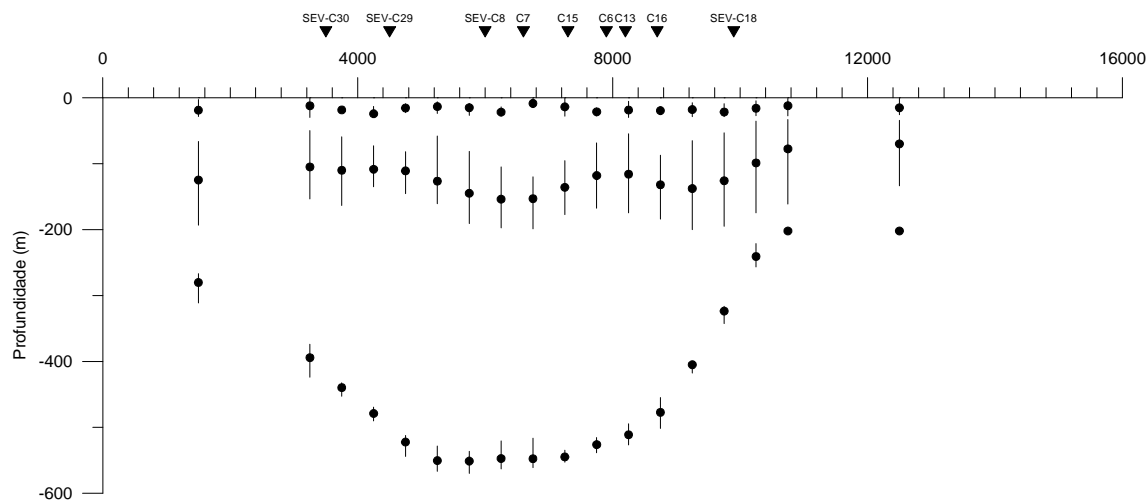


Figura 8.8 – Resultados obtidos pela inversão conjunta dos dados de gravimetria e de SEV da bacia de Chaves correspondentes ao perfil PC-1 pelo método de SA.

A - Comparação entre os dados de gravimetria (pontos) e a resposta de um dos 6 modelos calculados (linha).

B - Modelo calculado. As linhas verticais correspondem aos intervalos entre os valores mínimos e máximos encontrados nos 6 modelos calculados. Os pontos referem-se aos valores médios.

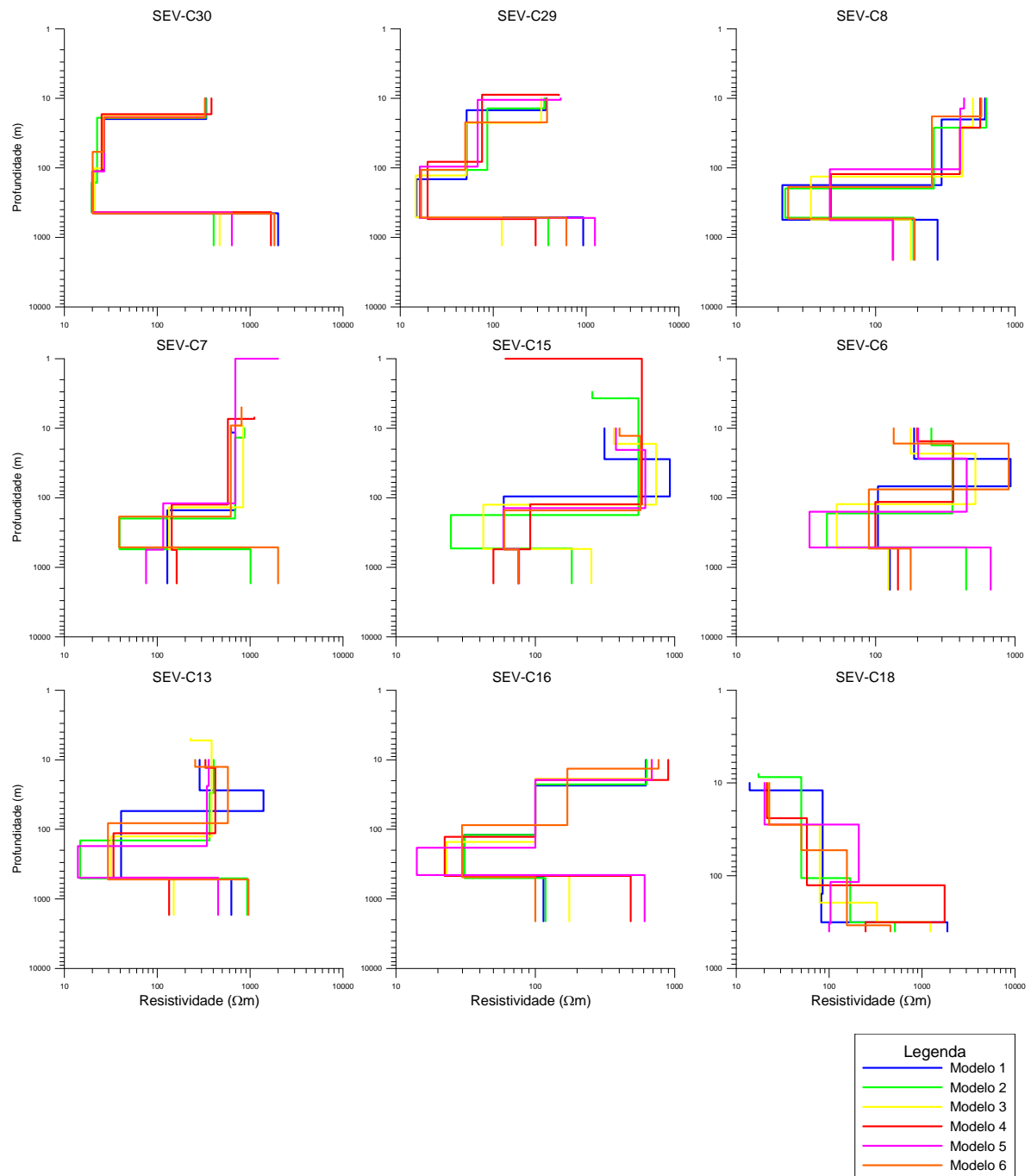


Figura 8.9 – Figura dos 6 modelos obtidos individualmente por inversão conjunta no local das SEV para o perfil PC-1.

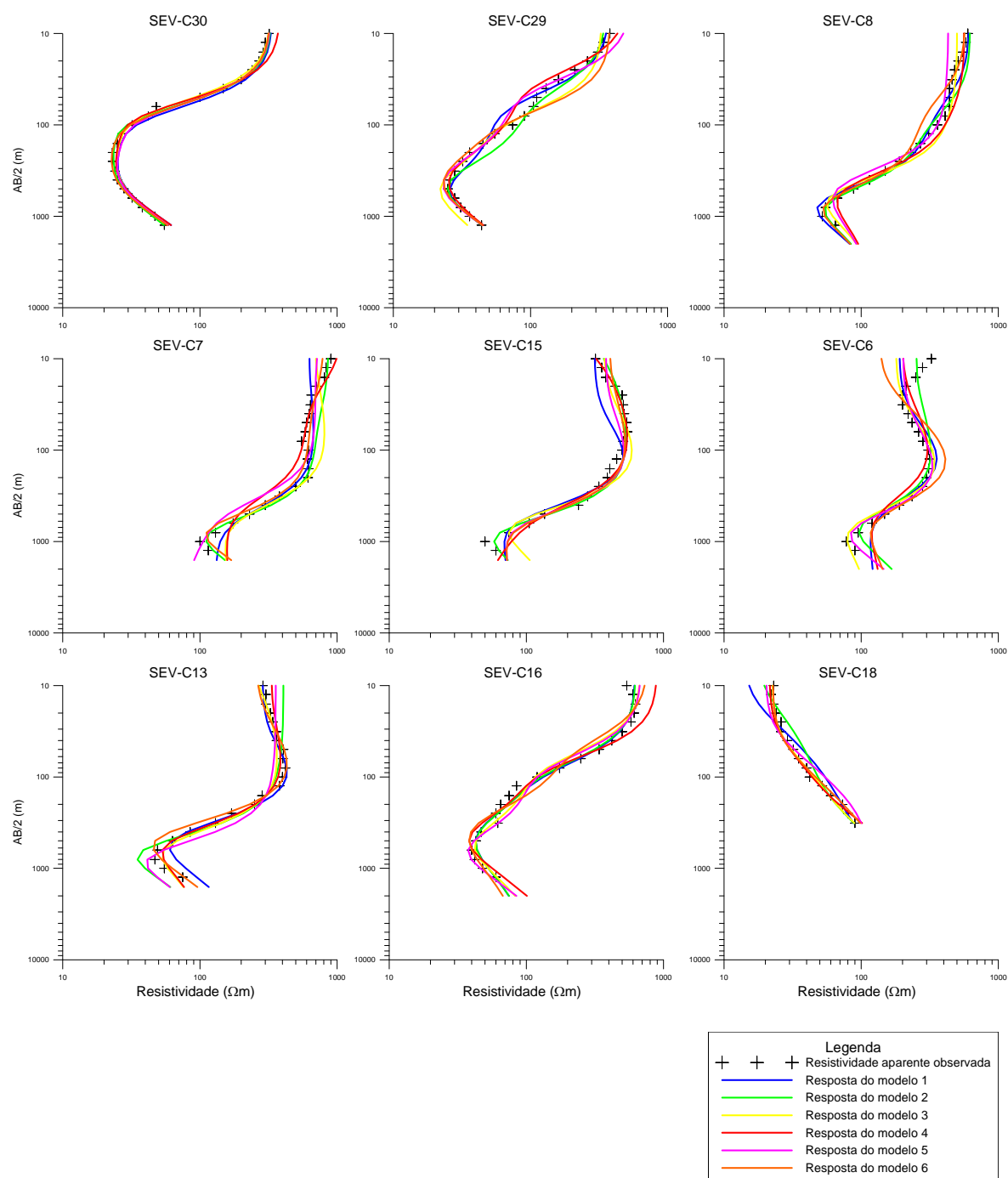


Figura 8.10 – Figura das respostas dos 6 modelos obtidos individualmente por inversão conjunta no local das SEV para o perfil PC-1, apresentados na figura 8.9.

Tabela 8.9 – Valores de resistividades calculados pela inversão conjunta dos dados de gravimetria e de SEV da bacia de Chaves correspondentes ao perfil PC-1 pelo método de SA. São apresentados os valores (em Ωm) médio (Med), máximo (Max) e mínimo (Min) dos 6 modelos calculados, na vertical de cada uma das SEV.

Perfil PC-1		SEV-C30	SEV-C29	SEV-C8	SEV-C7	SEV-C15	SEV-C6	SEV-C13	SEV-C16	SEV-C18
1ª Camada	Med	367.6	370.2	543.3	663.3	385.9	183.0	379.4	710.7	25.4
	Max	697.3	581.5	763.0	792.4	520.0	215.2	495.2	915.7	33.8
	Min	213.9	229.7	265.5	454.1	303.5	114.5	258.8	590.5	11.9
2ª Camada	Med	20.1	79.2	389.4	766.2	708.5	377.5	334.9	106.5	43.0
	Max	26.9	104.2	544.1	1414.1	1120.7	414.7	515.9	207.4	57.8
	Min	9.3	39.4	240.5	520.3	447.2	305.8	200.1	69.3	20.4
3ª Camada	Med	48.2	19.4	37.3	129.5	48.2	50.3	32.4	19.0	767.4
	Max	136.1	24.2	68.3	190.8	106.1	92.8	38.8	29.8	2000
	Min	17.4	16.0	15.6	57.8	11.1	26.1	22.7	12.6	79.3
4ª Camada	Med	853.4	246.3	279.6	328.7	307.7	829.1	508.7	523.6	466.7
	Max	2000	691.3	841.6	826.5	1159.1	2000	2000	1513.9	1198.1
	Min	50	72.6	87.7	71.7	50	186.1	148.2	55.1	50

tipo. Daqui se determina a existência de uma componente forte de ambiguidade que não é resolvida pela inversão conjunta. Esta ambiguidade na terceira camada já havia sido detectada na inversão com só com dados de resistividade (ver capítulo 7).

De facto, o conjunto das SEV que compõem este perfil é muito heterogéneo, encontrando-se curvas de diversos tipos. Este facto traduz uma variabilidade acentuada da estrutura interna da bacia na direcção S-N, o que está coerente com o padrão de fracturação que se conhece existir. É, inclusivamente, possível distinguir zonas de transição entre as SEV-C29 e SEV-C8 e entre as SEV-C16 e SEV-C18, as quais deverão estar relacionadas com falhas com deslocamento vertical.

Por outro lado, a tentativa de ajustar um modelo simples de camadas a uma estrutura com este nível de variação lateral é, desta forma, uma tarefa inexecutável. De qualquer maneira, o modelo obtido está em conformidade com os resultados anteriores, nomeadamente com o modelo calculado no capítulo 6.4.3, e apresentado na figura 6.21.

Análise dos resultados: Perfil PC-2

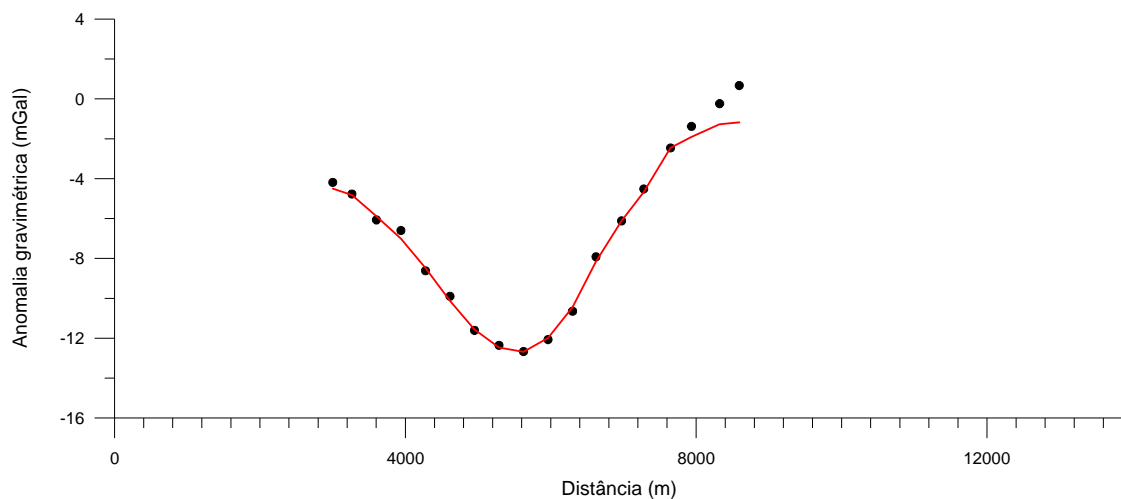
A figura 8.11 mostra o modelo resultante do cálculo estatístico efectuado para os 6 modelos calculados pela inversão conjunta pelo método de SA, juntamente com a resposta calculada para a componente de gravimetria. A tabela 8.11 mostra as distribuições de resistividade calculadas na vertical de cada local das SEV. Nela são apresentados os valores médio, máximo e mínimo dos 6 modelos calculados.

Tabela 8.10 – Valores dos ajustes das respostas dos modelos apresentados nas figuras 8.12 a 8.15. No caso das SEV, o ajuste apresentado corresponde à média dos ajustes de todas as SEV que compõem o perfil.
(* excluindo as duas observações gravimétricas do extremo leste do perfil)

Perfil	Ajuste da gravimetria	Ajuste das SEV
PC-1	0.4 %	3.4 %
PC-2	28 % (2.2 %*)	2.3 %

RESULTADOS PARA O PERFIL PC-2

Figura 8.12 - A



NW

SE

Figura 8.12- B

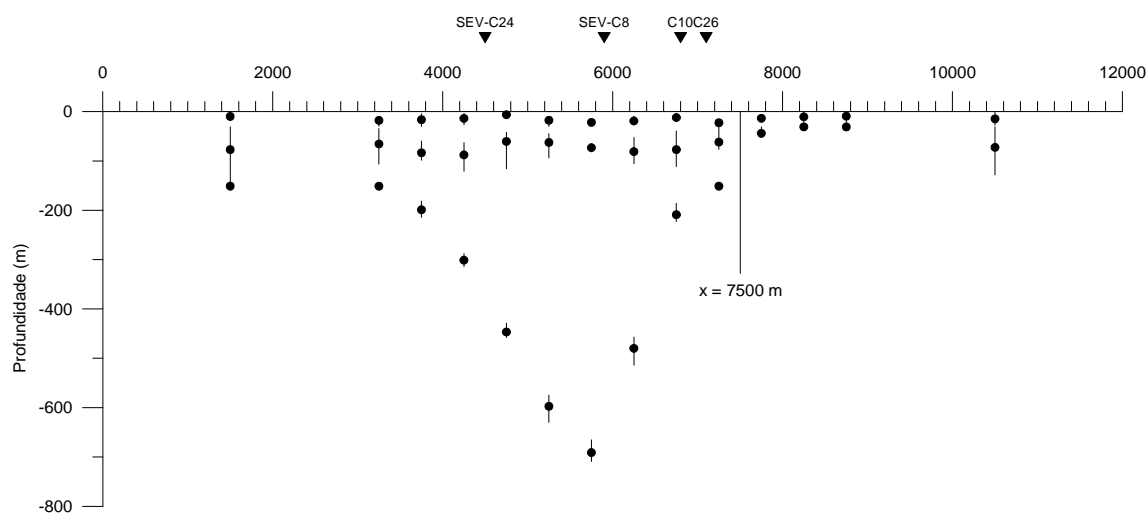


Figura 8.11 – Resultados obtidos pela inversão conjunta dos dados de gravimetria e de SEV da bacia de Chaves correspondentes ao perfil PC-2 pelo método de SA.

A - Comparação entre os dados de gravimetria (pontos) e a resposta de um dos 6 modelos calculados (linha).

B - Modelo calculado. As linhas verticais correspondem aos intervalos entre os valores mínimos e máximos encontrados nos 6 modelos calculados. Os pontos referem-se aos valores médios.

C - Comparação entre os dados de SEV (pontos) e a resposta de alguns dos 6 modelos calculados (linha) para cada uma das SEV incluídas no perfil PC-2.

Tabela 8.11 – Valores de resistividades calculados pela inversão conjunta dos dados de gravimetria e de SEV da bacia de Chaves correspondentes ao perfil PC-2 pelo método de SA. São apresentados os valores (em Ωm) médio (Med), máximo (Max) e mínimo (Min) dos 6 modelos calculados, na vertical de cada uma das SEV.

Figura 8.12 – C

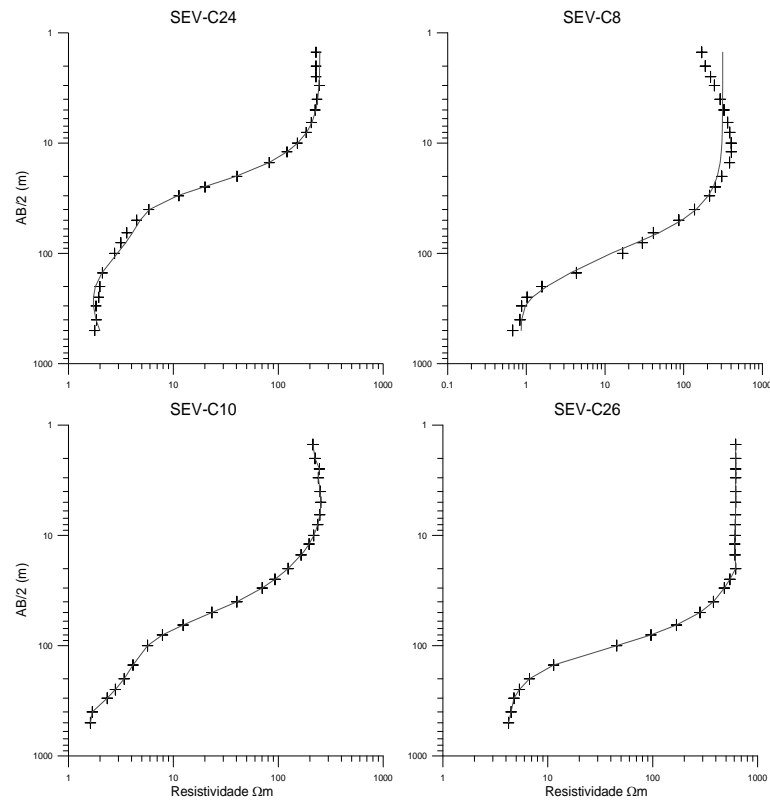


Tabela 8.11

Perfil 1		SEV-24	SEV-8	SEV-10	SEV-26
1ª Camada	Med	248.5	301.6	241.3	627.3
	Max	254.0	322.4	257.4	639.6
	Min	238.6	285.9	231.0	616.7
2ª Camada	Med	5.0	7.9	9.2	96.2
	Max	5.0	10.2	19.6	410.0
	Min	5.0	5.6	5.4	11.5
3ª Camada	Med	1.2	0.5	1.8	4.2
	Max	1.3	0.5	2.7	6.5
	Min	1.1	0.5	0.5	1.6
4ª Camada	Med	315.9	49.7	22.1	4.0
	Max	1117.3	288.4	128.6	7.6
	Min	1.2	0.9	0.5	3.0

Tabela 8.12 – Valores médios da função objectivo (E) e dos parâmetros E_g , E_{SEV_p} e S_k dos modelos apresentados nas figuras 8.8 e 8.11.

Perfil	E_g	E_{SEV_p}	S_k	E
PC-1	1.09×10^{-2}	2.32×10^{-2}	1.69×10^{-2}	2.55×10^{-2}
PC-2	4.47×10^{-2}	2.43×10^{-2}	3.67×10^{-2}	5.29×10^{-2}

O ajuste entre os dados de gravimetria e a resposta do modelo no perfil PC-2 é de 28 %. Este valor elevado do ajuste deve-se à zona mais a leste deste perfil, já que, se as duas últimas leituras não forem consideradas, o valor do ajuste altera-se para 2.2 %. É de notar que também existe alguma dificuldade no ajuste da curva de gravimetria do perfil PC-1 na zona mais a norte.

Estes problemas estão relacionados com a estrutura do programa, e a sua resolução obrigaria a uma reformulação do mesmo. De facto, estas questões colocam-se em zonas onde uma das camadas é descontinuada, como é o caso dos limites da bacia, onde a camada sedimentar termina, ou se torna pouco espessa.

A única forma possível de contornar esta questão seria permitir a imposição de limites de profundidade distintos para diferentes partes do perfil, tal como é possível fazer com a resistividade. No entanto, a versão actual deste programa não permite esse nível de detalhe do modelo inicial.

No perfil PC-2 esta questão da fronteira é particularmente importante, dado que uma porção considerável do mesmo abrange a zona do exterior da bacia. O modelo descrito anteriormente e representado na figura 8.7 foi a forma encontrada de contornar esta questão. No entanto, o sucesso não foi completo.

Relativamente ao ajuste dos dados das SEV, o perfil PC-2 encontra-se bastante bem resolvido, com ajustes entre os 2.4% e os 3.9%. O facto de se tratar de curvas semelhantes entre si facilitou a obtenção de um modelo global que ajusta bem às quatro curvas.

Fazendo uma comparação entre este modelo final (figura 8.11) e o modelo calculado apenas com dados de gravimetria (figura 6.22) verifica-se que existe uma muito boa correlação entre a interface mais profunda em ambos os modelos.

Relativamente à interface intermédia (a menos profunda no caso do modelo apenas gravimétrico, já que foram consideradas apenas 3 camadas) esta aparenta estar mais bem constrangida no caso da inversão conjunta. De facto, no modelo da gravimetria a interface acompanha a forma da anomalia, aumentando a sua profundidade na zona central do perfil. No modelo de inversão conjunta esta apresenta-se mais horizontal, o que reflecte uma maior coerência com o que se conhece da geologia do local.

8.2.6 - Inversão conjunta dos dados de Sinai

Uma análise da carta da anomalia de Bouguer permite inferir que as estruturas da área de pesquisa têm um comportamento preferencialmente 3-D. Portanto, a interpretação baseada em modelos 2-D é necessariamente incompleta e desviada. No entanto, o espaçamento entre os

Tabela 8.13 – Massas volúmicas atribuídas a cada camada para a inversão conjunta dos dados de gravimetria e resistividade de Sinai usando o método de SA.

Camada	Massa Volúmica	Correspondente geológica
1	2000 kg.m ⁻³	areia
2	2150 kg.m ⁻³	zona contendo água
3	2300 kg.m ⁻³	siltes, areias e calcários parcialmente preenchidos por água do mar
4	2670 kg.m ⁻³	soco

perfis de SEV e a área coberta pelo levantamento de resistividade não são adequados a uma interpretação 3-D. Crê-se, assim, que os resultados obtidos com uma inversão 3-D seriam mais “desviados” do que os resultados obtidos com uma aproximação 2-D.

Parâmetros da inversão

Na inversão conjunta dos dados de gravimetria e resistividade de Sinai foram usados os dados de gravimetria e das SEV ao longo de quatro perfis (figura 6.23). Os perfis PS-1, PS-2 e PS-3 têm orientação quase N–S, enquanto o perfil PS-4 tem orientação NE–SW.

Os valores dos parâmetros de inversão (temperatura inicial e pesos) usados na inversão conjunta foram os mesmos dos usados no exemplo sintético, *i.e.*, um parâmetro T inicial de 0.5, com um esquema de arrefecimento do tipo $T_n = 0.99T_{n-1}$ (n é o número da iteração), e 0.45, 0.55 e 1.3 para os parâmetros ε_1 , ε_2 e λ , respectivamente.

Os valores de massa volúmica atribuídos a cada camada foram os seguintes (da superfície para baixo): 2000 kg.m⁻³ correspondendo a areia, 2150 kg.m⁻³ correspondendo à zona contendo água, 2300 kg.m⁻³ correspondendo a siltes, areias e calcários parcialmente preenchidos por água do mar, e 2670 kg.m⁻³ para o soco (ambiente) (tabela 8.13).

Os limites de busca da profundidade para cada interface usados para a inversão por SA dos dados de Sinai são apresentados na tabela 8.14. Estes limites foram impostos, numa primeira aproximação, por análise dos resultados anteriores, e, numa segunda aproximação, por observação dos resultados obtidos por diversas corridas do próprio algoritmo inversão conjunta.

Tabela 8.14 - Limites de busca da profundidade das interfaces usados na inversão dos dados de Sinai usando o método de SA. z_1 , z_2 e z_3 representam as coordenadas das interfaces 1, 2 e 3.

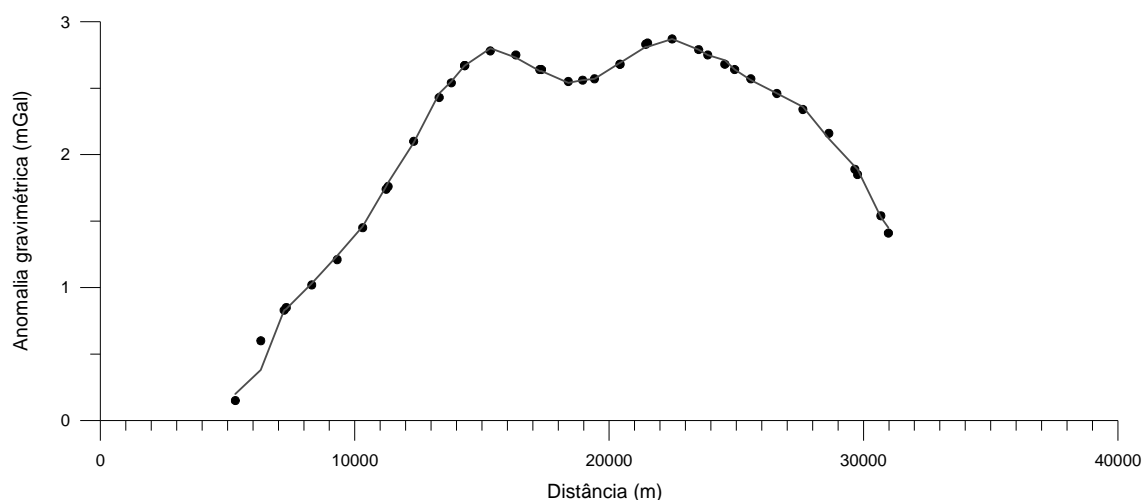
Parâmetro	Perfil PS-1		Perfil PS-2		Perfil PS-3		Perfil PS-4	
	Mínimo	Máximo	Mínimo	Máximo	Mínimo	Máximo	Mínimo	Máximo
z_1	1.5 m	30 m	1 m	30 m	1 m	30 m	1 m	30 m
z_2	80 m	300 m	50 m	220 m	80 m	220 m	80 m	220 m
z_3	310 m	2000 m	250 m	2000 m	250 m	2000 m	250 m	2000 m

Tabela 8.15- Limites de busca da resistividade das camadas usados na inversão dos dados de Sinai usando o método de SA. Valores em Ωm .

Perfil PS-1		SEV-S6	SEV-S7	SEV-S8	SEV-S9	SEV-S10	SEV-S11	SEV-S12
1ª Camada	Min	150	150	150	150	150	250	150
	Max	450	350	350	350	350	350	350
2ª Camada	Min	1	1	1	1	1	1	1
	Max	20	20	20	20	20	100	20
3ª Camada	Min	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1
	Max	5	5	5	5	5	5	5
4ª Camada	Min	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1
	Max	2	2	2	2	2	2	2
Perfil PS-2		SEV-S13	SEV-S14	SEV-S15	SEV-S16	SEV-S17	SEV-S18	SEV-S19
1ª Camada	Min	10	10	10	10	10	10	10
	Max	400	400	500	400	400	400	400
2ª Camada	Min	1	1	1	1	1	1	1
	Max	10	10	10	10	10	10	10
3ª Camada	Min	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1
	Max	2	2	2	2	2	2	2
4ª Camada	Min	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4
	Max	2	2	2	2	2	2	2
Perfil PS-3		SEV-S33	SEV-S34	SEV-S35	SEV-S36	SEV-S37	SEV-S38	SEV-S39
1ª Camada	Min	150	18	150	5	150	80	250
	Max	250	30	250	9	250	150	550
2ª Camada	Min	0.1	1	1	1	1	1	100
	Max	6	6	6	10	60	6	350
3ª Camada	Min	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1
	Max	2	2	2	2	2	2	2
4ª Camada	Min	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1
	Max	2	2	2	2	2	2	2
Perfil PS-4		SEV-S24	SEV-S25	SEV-S26	SEV-S27	SEV-S28	SEV-S29	SEV-S39
1ª Camada	Min	150	20	450	120	120	120	320
	Max	600	50	750	300	300	430	350
2ª Camada	Min	1	1	1	1	1	1	10
	Max	6	6	6	6	6	6	600
3ª Camada	Min	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	1
	Max	2	2	2	2	2	2	10
4ª Camada	Min	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1
	Max	2	2	2	2	2	2	2

RESULTADOS PARA O PERFIL PS-1

Figura 8.12 - A



N

S

Figura 8.12 - B

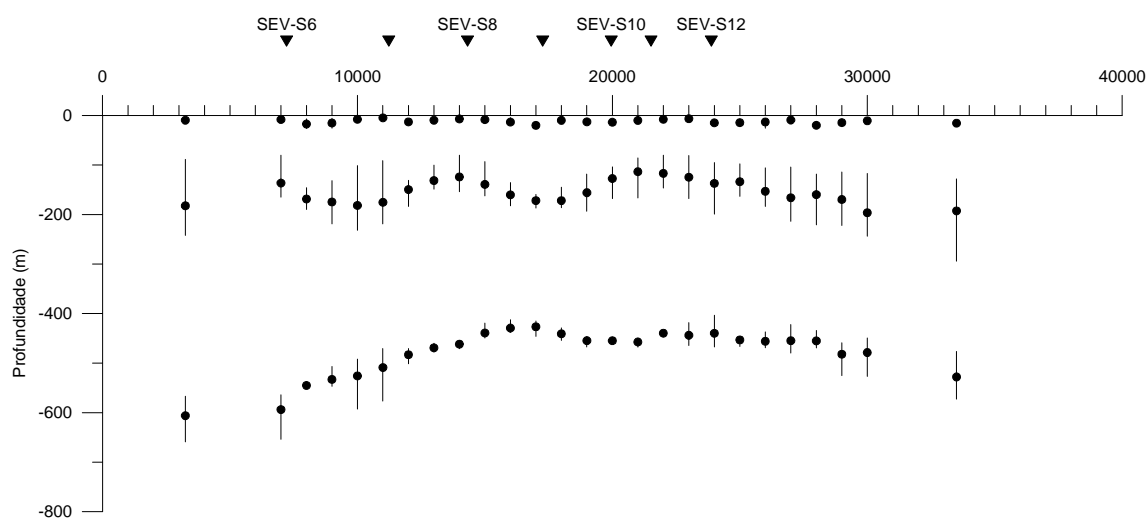


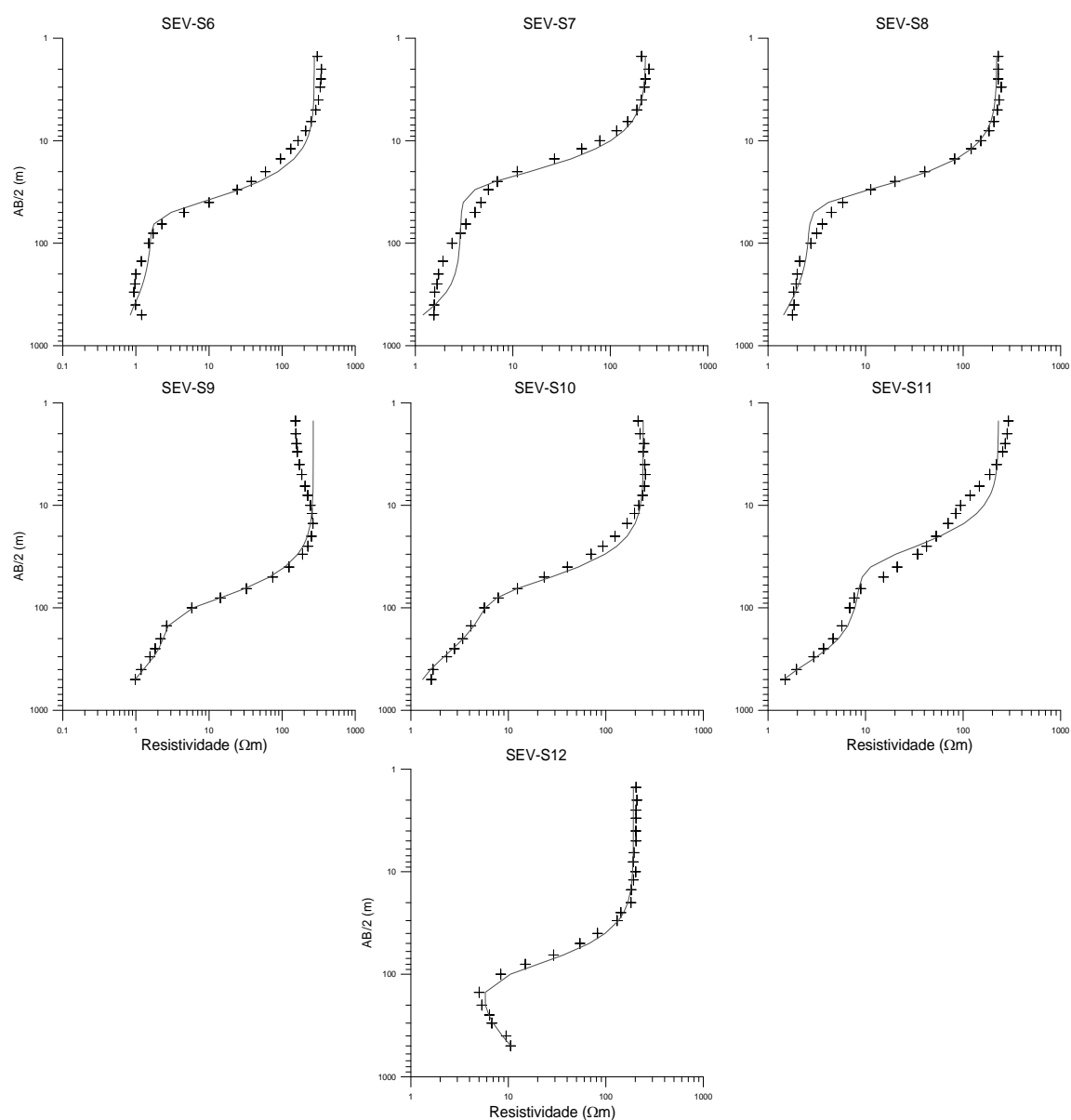
Figura 8.12 – Resultados obtidos pela inversão conjunta dos dados de gravimetria e de SEV de Sinai correspondentes ao perfil PS-1 pelo método de SA.

A - Comparação entre os dados de gravimetria (pontos) e a resposta de um dos 6 modelos calculados (linha).

B - Modelo calculado. As linhas verticais correspondem aos intervalos entre os valores mínimos e máximos encontrados nos 6 modelos calculados. Os pontos referem-se aos valores médios.

C - Comparação entre os dados de SEV (pontos) e a resposta de alguns dos 6 modelos calculados (linha) para cada uma das SEV incluídas no perfil PS-1.

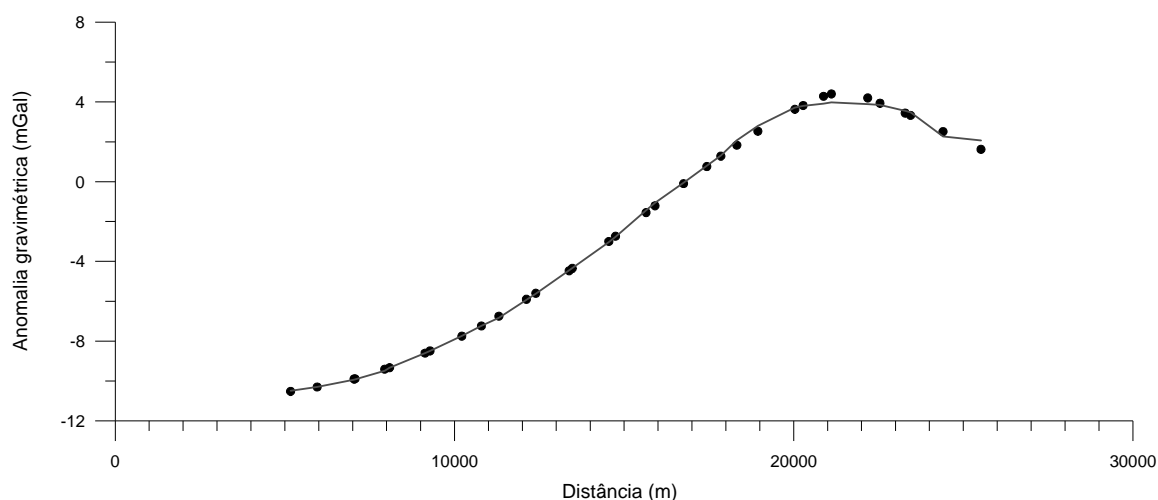
Tabela 8.16 – Valores de resistividades calculados pela inversão conjunta dos dados de gravimetria e de SEV de Sinai correspondentes ao perfil PS-1 pelo método de SA. São apresentados os valores (em Ωm) médio (Med), máximo (Max) e mínimo (Min) dos 6 modelos calculados, na vertical de cada uma das SEV.

Figura 8.12 - C**Tabela 8.16**

Perfil 1		SEV-S6	SEV-S7	SEV-S8	SEV-S9	SEV-S10	SEV-S11	SEV-S12
1ª Camada	Med	289.4	222.0	223.3	243.4	230.5	226.1	292.9
	Max	306.0	229.8	226.5	266.1	241.5	250.0	298.1
	Min	275.2	209.8	221.3	216.6	223.3	198.4	285.6
2ª Camada	Med	1.4	2.8	2.9	2.5	5.1	7.9	6.5
	Max	1.6	2.8	3.7	2.7	5.6	8.6	7.3
	Min	1.3	2.7	2.4	2.5	4.5	6.8	5.1
3ª Camada	Med	0.5	0.5	1.4	0.2	1.0	1.1	1.1
	Max	0.7	1.2	1.8	0.3	1.5	2.1	1.6
	Min	0.3	0.1	1.0	0.2	0.6	0.3	0.2

RESULTADOS PARA O PERFIL PS-2

Figura 8.13 - A



N

S

Figura 8.13 - B

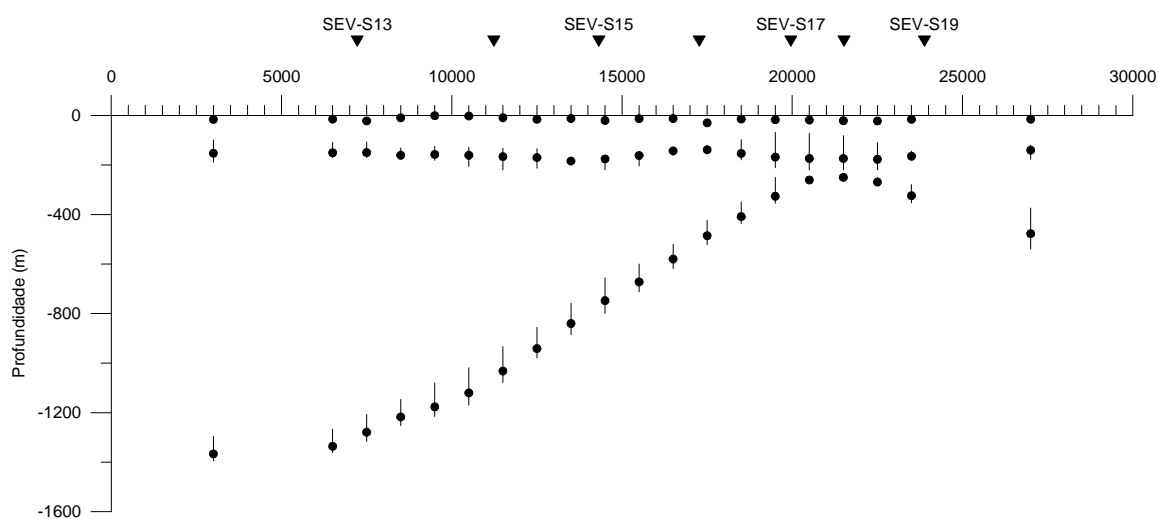


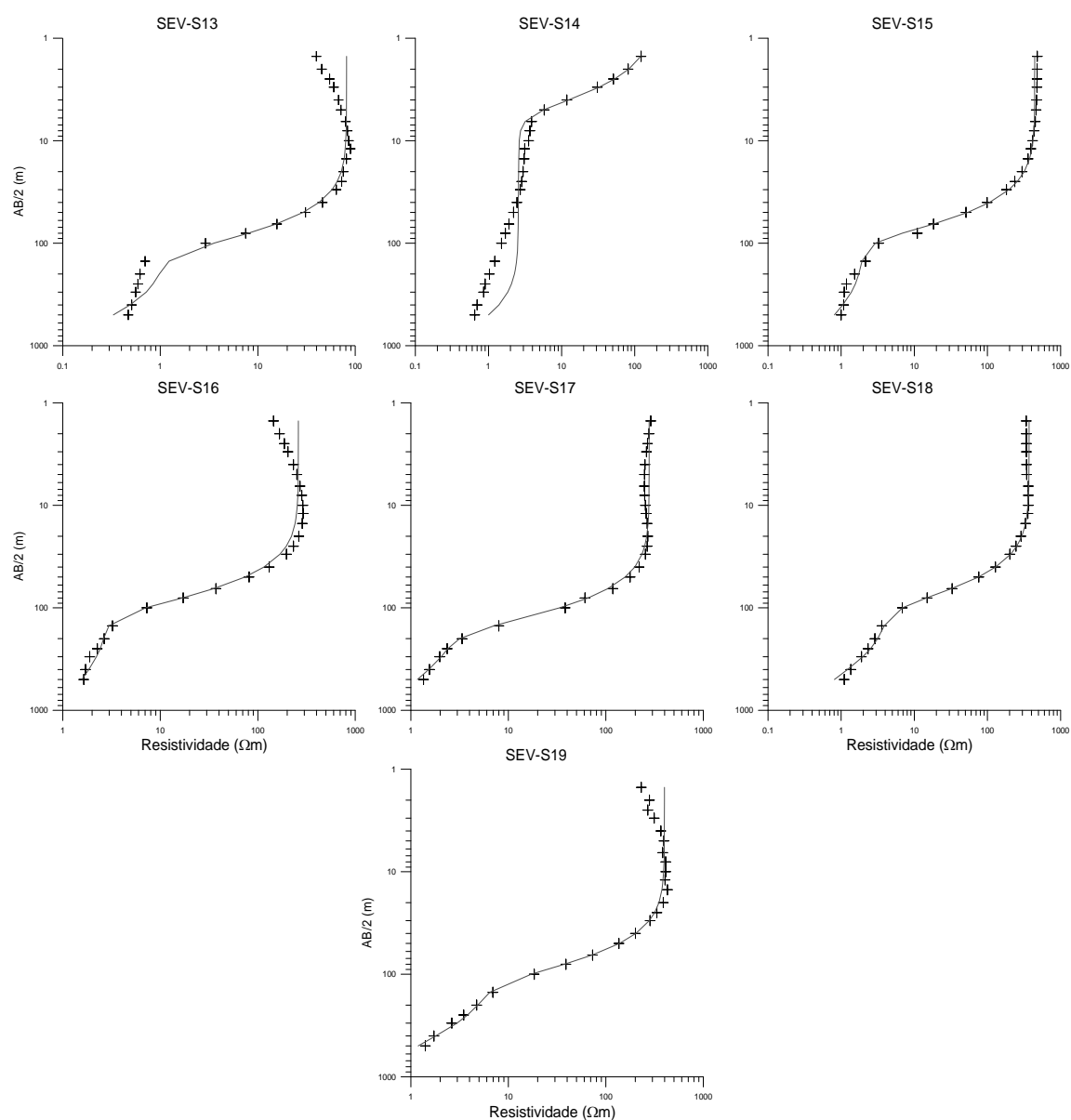
Figura 8.13 – Resultados obtidos pela inversão conjunta dos dados de gravimetria e de SEV de Sinai correspondentes ao perfil PS-2 pelo método de SA.

A - Comparação entre os dados de gravimetria (pontos) e a resposta de um dos 6 modelos calculados (linha).

B - Modelo calculado. As linhas verticais correspondem aos intervalos entre os valores mínimos e máximos encontrados nos 6 modelos calculados. Os pontos referem-se aos valores médios.

C - Comparação entre os dados de SEV (pontos) e a resposta do modelo (linha) para cada uma das SEV incluídas no perfil PS-2.

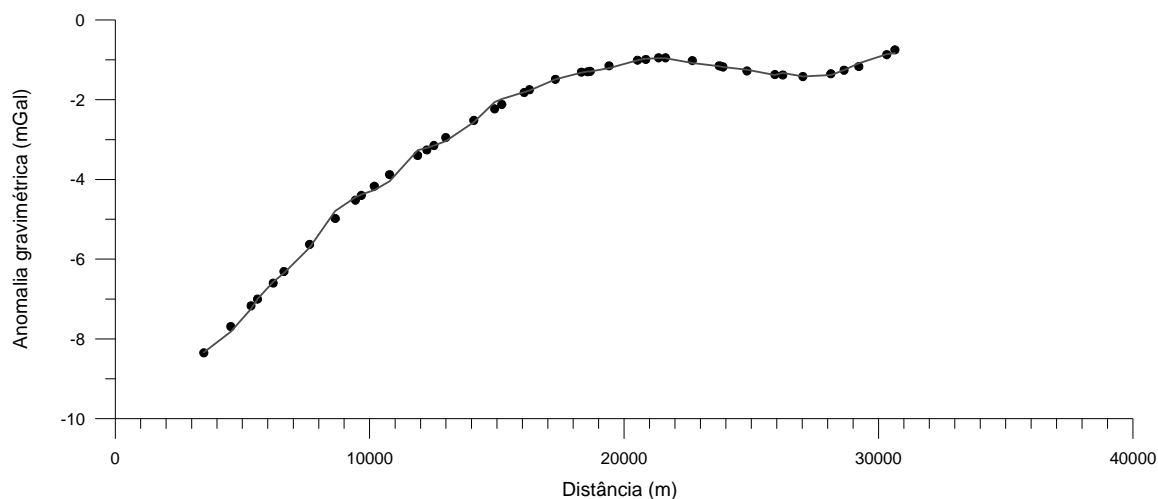
Tabela 8.17 – Valores de resistividades calculados pela inversão conjunta dos dados de gravimetria e de SEV de Sinai correspondentes ao perfil PS-2 pelo método de SA. São apresentados os valores (em Ωm) médio (Med), máximo (Max) e mínimo (Min) dos 6 modelos calculados, na vertical de cada uma das SEV.

Figura 8.13 - C**Tabela 8.17**

Perfil 2		SEV-S13	SEV-S14	SEV-S15	SEV-S16	SEV-S17	SEV-S18	SEV-S19
1ª Camada	Med	81.9	180.0	443.9	267.1	271.4	348.7	399.4
	Max	88.8	181.6	467.3	285.3	281.6	363.0	400.0
	Min	79.4	177.3	404.5	245.7	261.8	341.7	397.1
2ª Camada	Med	1.0	2.3	1.6	2.8	3.3	3.1	5.2
	Max	1.0	2.4	2.3	3.1	4.0	4.1	8.3
	Min	1.0	2.0	1.3	2.7	3.0	2.3	3.7
3ª Camada	Med	0.3	0.1	0.1	0.7	0.9	0.4	1.1
	Max	0.3	0.1	0.2	0.9	1.0	1.8	1.4
	Min	0.2	0.1	0.1	0.6	0.6	0.1	0.9

RESULTADOS PARA O PERFIL PS-3

Figura 8.14 - A



N

S

Figura 8.14 - B

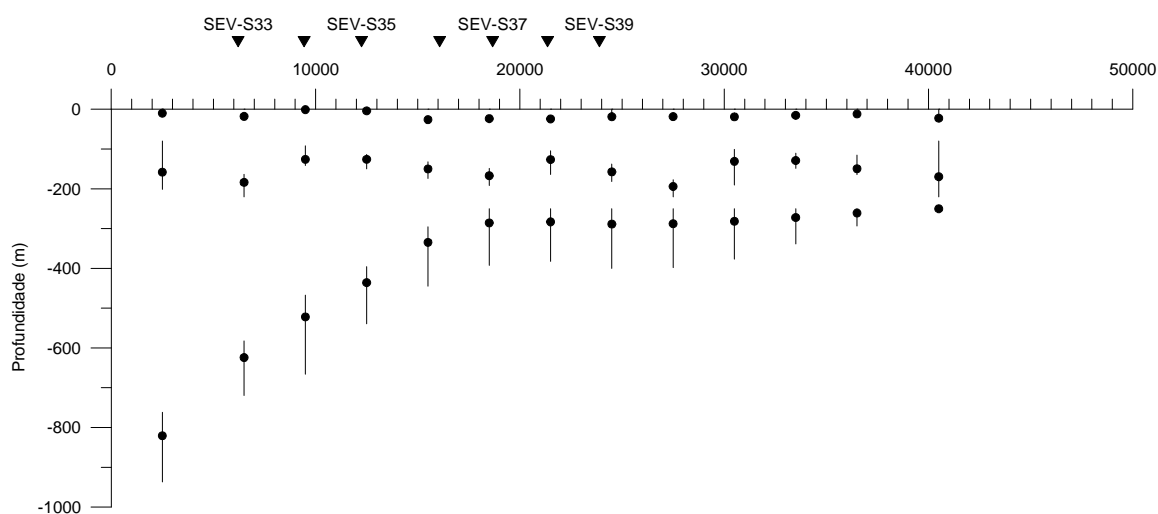


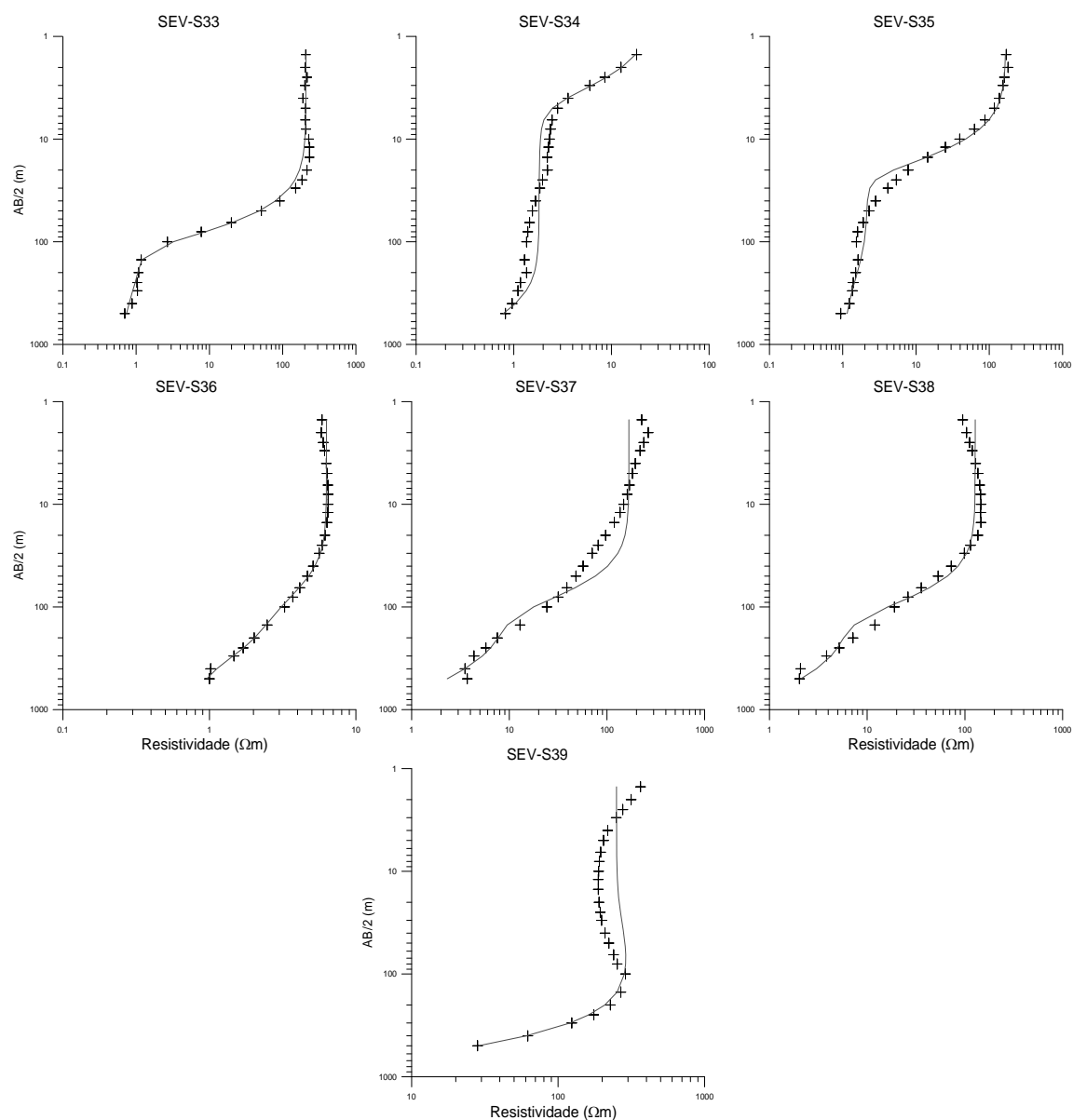
Figura 8.14 – Resultados obtidos pela inversão conjunta dos dados de gravimetria e de SEV de Sinai correspondentes ao perfil PS-3 pelo método de SA.

A - Comparação entre os dados de gravimetria (pontos) e a resposta de um dos 6 modelos calculados (linha).

B - Modelo calculado. As linhas verticais correspondem aos intervalos entre os valores mínimos e máximos encontrados nos 6 modelos calculados. Os pontos referem-se aos valores médios.

C - Comparação entre os dados de SEV (pontos) e a resposta do modelo (linha) para cada uma das SEV incluídas no perfil PS-3.

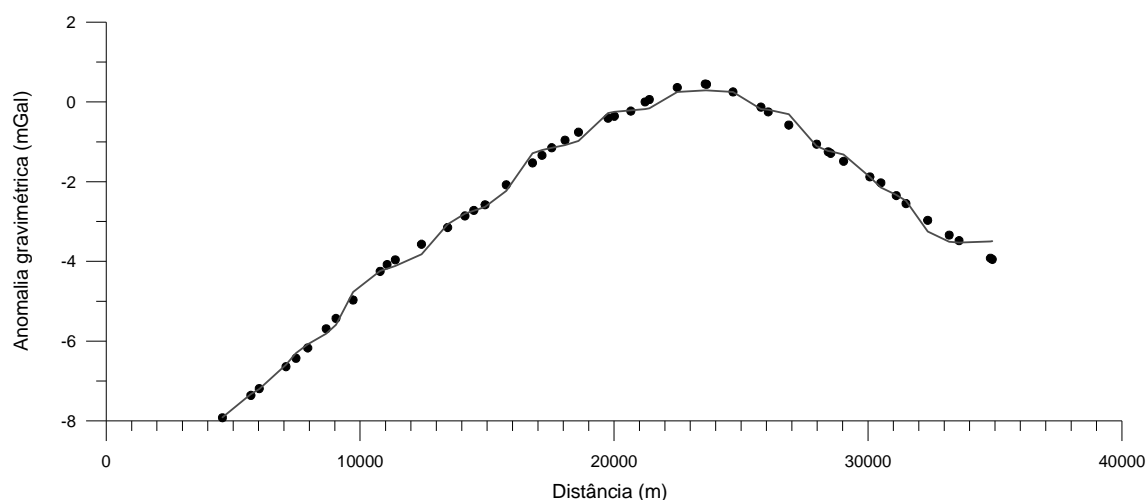
Tabela 8.18 – Valores de resistividades calculados pela inversão conjunta dos dados de gravimetria e de SEV de Sinai correspondentes ao perfil PS-3 pelo método de SA. São apresentados os valores (em Ωm) médio (Med), máximo (Max) e mínimo (Min) dos 6 modelos calculados, na vertical de cada uma das SEV.

Figura 8.14 - C**Tabela 8.18**

Perfil 3		SEV-S33	SEV-S34	SEV-S35	SEV-S36	SEV-S37	SEV-S38	SEV-S39
1ª Camada	Med	232.2	24.8	163.3	6.3	160.8	134.5	282.6
	Max	237.0	25.6	167.7	6.4	165.2	136.1	380.5
	Min	218.9	24.5	159.4	6.3	157.5	131.5	250.0
2ª Camada	Med	1.0	1.9	1.9	2.6	9.6	6.0	266.9
	Max	1.0	1.9	1.9	2.8	9.9	6.0	315.8
	Min	0.9	1.8	1.8	2.4	8.9	6.0	199.0
3ª Camada	Med	0.4	0.6	0.7	0.5	1.0	1.9	0.9
	Max	0.5	0.8	0.7	0.5	1.3	2.0	1.5
	Min	0.3	0.5	0.6	0.4	0.8	1.7	0.1

RESULTADOS PARA O PERFIL PS-4

Figura 8.15 - A



N

S

Figura 8.15 - B

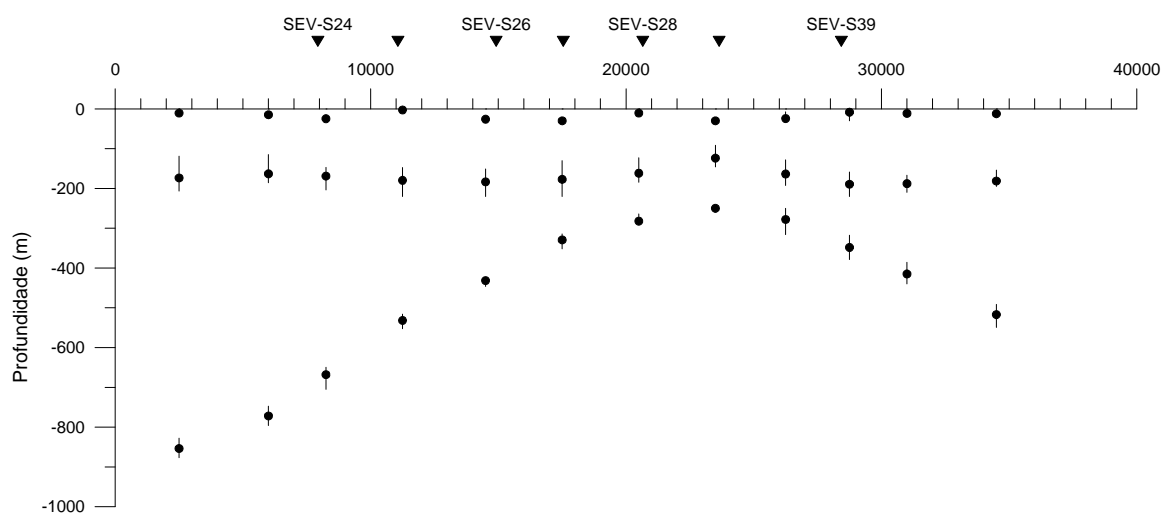


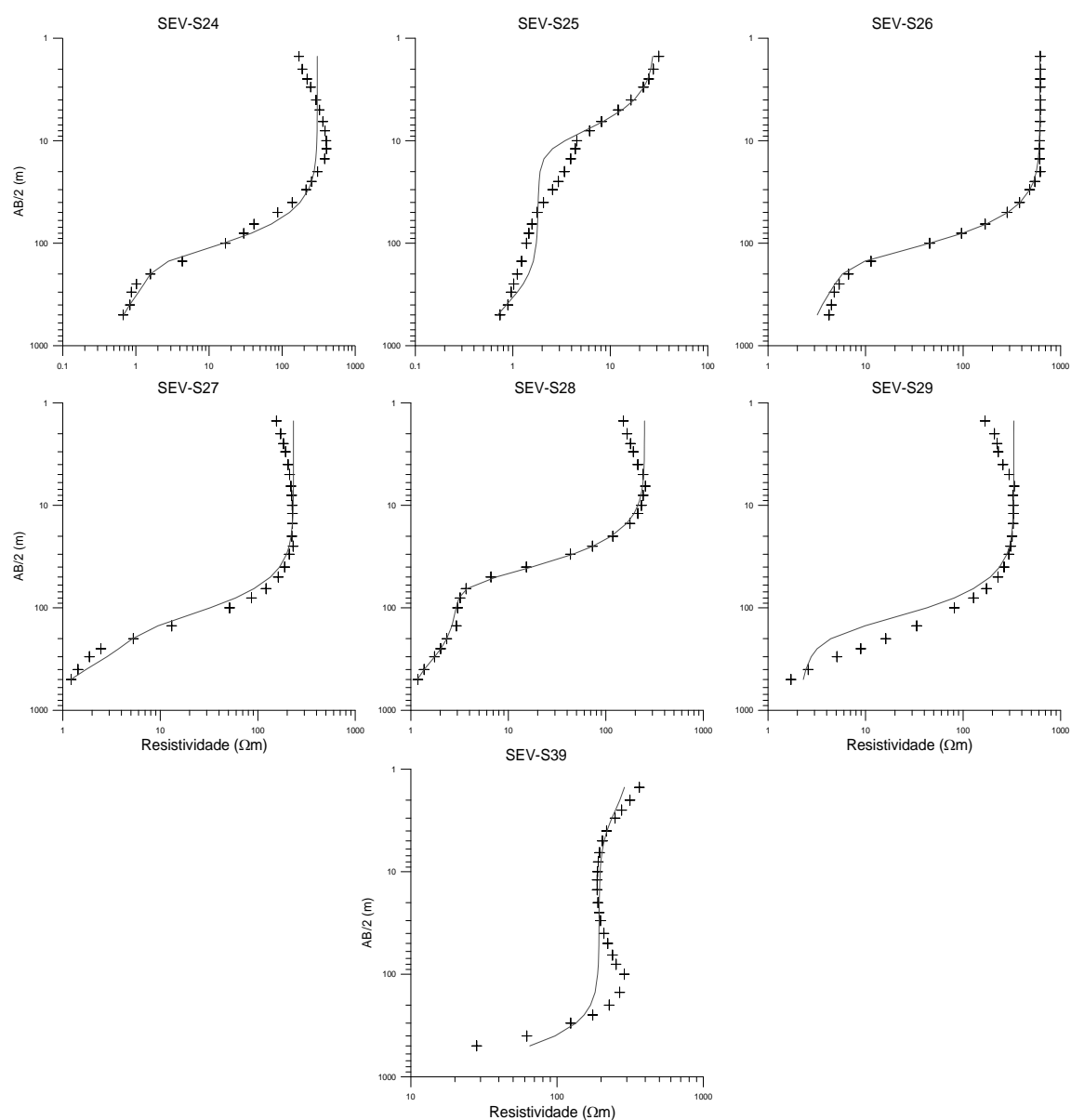
Figura 8.15 – Resultados obtidos pela inversão conjunta dos dados de gravimetria e de SEV de Sinai correspondentes ao perfil PS-4 pelo método de SA.

A - Comparação entre os dados de gravimetria (pontos) e a resposta de um dos 6 modelos calculados (linha).

B - Modelo calculado. As linhas verticais correspondem aos intervalos entre os valores mínimos e máximos encontrados nos 6 modelos calculados. Os pontos referem-se aos valores médios.

C - Comparação entre os dados de SEV (pontos) e a resposta do modelo (linha) para cada uma das SEV incluídas no perfil PS-4.

Tabela 8.19 – Valores de resistividades calculados pela inversão conjunta dos dados de gravimetria e de SEV de Sinai correspondentes ao perfil PS-4 pelo método de SA. São apresentados os valores (em Ωm) médio (Med), máximo (Max) e mínimo (Min) dos 6 modelos calculados, na vertical de cada uma das SEV.

Figura 8.15 - C**Tabela 8.19**

Perfil 4		SEV-S24	SEV-S25	SEV-S26	SEV-S27	SEV-S28	SEV-S29	SEV-S39
1ª Camada	Med	272.4	27.1	618.1	216.6	221.7	267.1	330.5
	Max	301.4	29.3	627.3	234.2	249.1	337.2	350.0
	Min	249.2	25.1	612.1	200.0	196.6	200.0	321.1
2ª Camada	Med	1.5	1.7	5.9	4.6	2.7	6.0	164.2
	Max	2.0	1.8	6.0	6.0	2.8	6.0	207.4
	Min	1.1	1.5	5.7	3.0	2.5	5.9	160.0
3ª Camada	Med	0.2	0.3	2.0	0.4	0.4	2.0	4.8
	Max	0.3	0.4	2.0	0.9	1.1	2.0	9.7
	Min	0.2	0.1	2.0	0.1	0.2	2.0	1.4

Na medida do possível, tentou-se que existisse uma uniformidade da resistividade de cada camada de um perfil. No entanto, e dado que existe alguma variação lateral, foi necessário impor limites de resistividade específicos para algumas SEV para que houvesse convergência (ver Tabela 8.1515).

A profundidade de investigação das SEV é de cerca de 200-250 m. Isto significa que apenas as interfaces localizadas a profundidades inferiores as 250 m serão restringidas pelos dados de resistividade. As interfaces mais profundas serão estimadas apenas com base nos dados de gravimetria.

Para lidar com o cariz estatístico característico dos métodos de simulated annealing, foram calculados 6 modelos diferentes usando os mesmos parâmetros de inversão iniciais.

Análise dos resultados

As figuras 8.12 a 8.15 mostram os modelos obtidos pela inversão conjunta para cada perfil, juntamente com as respostas de alguns dos modelos calculados. As tabelas 8.16 a 8.19 mostram as distribuições de resistividade calculadas na vertical de cada local das SEV. Nelas são apresentados os valores médio, máximo e mínimo dos 6 modelos calculados.

O ajuste entre os dados e a resposta do modelo é, na globalidade, satisfatório. O ajuste entre os dados de gravimetria e a resposta do modelo varia entre os 0.7 % no perfil PS-3 e 8.5 % no perfil PS-4. No caso das SEV, os valores variam entre 3.8 % no perfil PS-3 e 5.2 % no perfil PS-4 (ver Tabela 8.2020).

Os modelos sugerem que a espessura da primeira camada (entre 2 e 30 m) é menor na zona do perfil PS-3. A resistividade desta camada varia entre 160 e 600 Ω m. A baixa resistividade observada nas SEV-S34 e S36, no perfil PS-3, está relacionada com efeitos locais.

A terceira interface, que representa a base da terceira camada (principalmente composta por calcário, mas com uma forte infiltração de água do mar na parte superior) só é restringida por dados de gravimetria. As características desta interface estão de acordo com a interpretação qualitativa da carta regional de Bouguer, sugerindo que o soco se encontra a maior profundidade para norte.

O calculo da resistividade da terceira camada ($< 2 \Omega$ m) representa unicamente a parte superior da mesma. O espaçamento *AB* relativamente curto utilizado na realização das SEV não permite

Tabela 8.20 – Ajuste das respostas dos modelos apresentados nas figuras 8.12 a 8.15. No caso das SEV o ajuste apresentado corresponde à média dos ajustes de todas as SEV que compõem o perfil.

Perfil	Ajuste da gravimetria	Ajuste das SEV
PS-1	2.0 %	4.5 %
PS-2	2.1 %	4.8 %
PS-3	0.7 %	3.8 %
PS-4	8.5 %	5.2 %

Tabela 8.21 – Valores médios da função objectivo (E) e dos parâmetros E_g , E_{SEV_p} e S_k dos modelos apresentados nas figuras 8.12 a 8.15

Perfil	E_g	E_{SEV_p}	S_k	E
PS-1	1.11×10^{-2}	4.45×10^{-2}	9.44×10^{-2}	4.17×10^{-2}
PS-2	1.21×10^{-2}	3.62×10^{-2}	8.55×10^{-2}	3.65×10^{-2}
PS-3	2.64×10^{-2}	4.62×10^{-2}	4.82×10^{-2}	4.35×10^{-2}
PS-4	4.03×10^{-2}	5.30×10^{-2}	5.09×10^{-2}	5.39×10^{-2}

caracterizar a espessura desta camada de baixa resistividade. Esta é também a razão pela qual a forma da terceira interface é especialmente controlada pelos dados de gravimetria.

Embora os dados de resistividade não imponham constrangimentos directos à terceira interface, os resultados obtidos para o exemplo teórico indicam que o facto de a inversão conjunta melhorar o ajuste da posição da interface superior contribui para uma melhor resolução da interface mais profunda.

Fazendo uma comparação entre os modelos obtidos pela inversão conjunta e os calculados apenas com base nos dados de gravimetria (capítulo 6.4.4) verifica-se que a variabilidade da profundidade das camadas é bastante menor quando se introduz o constrangimento da resistividade, principalmente no caso da última camada. Verifica-se que a imposição deste constrangimento nas camadas superiores diminui a ambiguidade inerente aos dados de gravimetria relativamente à determinação de profundidades, afectando inclusive as zonas mais profundas, não abrangidas pelos dados de SEV.

Quando se compara o desvio do modelo obtido nos perfis PS-2 e PS-4 do levantamento gravimétrico os problemas originados pela aproximação a um modelo 2-D são evidentes. É também notório da figura 6.23, que o comportamento 3-D das estruturas afecta mais o perfil PS-4 do que o perfil PS-2.

Os dados de gravimetria aqui utilizados foram, tal como no caso da inversão apenas com dados de gravimetria (capítulo 6.4.4), retirados da carta da anomalia completa de Bouguer. Esta opção foi tomada devido à inexistência de uma separação regional-residual que ofereça a confiança necessária. Assim, foi necessário incluir no processo de inversão, uma componente que corrija o efeito do campo regional, e tal como no capítulo 6.4.4, foi calculado um parâmetro de translação correspondente à diferença entre as médias dos valores observado e calculados.

Na tabela 8.22 é possível comparar os valores de translação calculados aquando da inversão apenas dos dados de gravimetria com os calculados pelo método de inversão conjunta aqui exposto. Verifica-se que existe uma discrepância entre os valores calculados por cada um dos métodos. Este facto traduz-se numa diferença entre as profundidades calculadas para a interface mais profunda, a qual será maior quanto maior a diferença entre os valores de translação. Este efeito encontra-se de forma muito marcada no perfil PS-3, onde se verifica uma diferença de profundidades da ordem dos 400 m, sendo praticamente negligenciável no perfil

Tabela 8.22 – Valores de translação calculados para cada um dos perfis da zona de Sinai. São indicados os valores médios dos modelos calculados pela inversão apenas dos dados de gravimetria (capítulo 6.4.4) e pela inversão conjunta.

Perfil	Inversão de dados de gravimetria (mGal)	Inversão conjunta (mGal)
PS-1	-12.17 mGal	-10.56 mGal
PS-2	-10.02 mGal	-9.98 mGal
PS-3	-7.63 mGal	-5.38 mGal
PS-4	-6.55 mGal	-5.35 mGal

PS-2. Não havendo outras informações que permitam restringir as soluções, é impossível inferir qual dos dois resultados melhor representa a realidade.

Na globalidade, os modelos obtidos com a inversão conjunta apresentam uma menor variabilidade do que os calculados apenas com base nos dados de gravimetria. Excepção feita para o perfil PS-3, em que se observa uma grande variabilidade relativamente à profundidade da interface mais profunda. Também é neste perfil que é maior a diferença entre os valores calculados para a translação. De facto, mesmo entre modelos calculados utilizando o mesmo método de inversão, o valor da translação é muito variável. Por exemplo, para a inversão conjunta, os valores de translação mínimo e máximo calculados para o perfil PS-3 foram de -6.83 mGal e -3.75 mGal, respectivamente.

8.2.7 - Considerações

Os resultados obtidos da inversão dos dados sintéticos indicam que a inversão conjunta 2-D de dados de gravimetria e de SEV para determinar a geometria das interfaces superiores contribui para uma melhoria significativa da solução. Embora os problemas de equivalência geoelectrica não possa ser completamente resolvidos por este método, foi observado, nos exemplos sintéticos, uma diminuição na ambiguidade das soluções.

A aplicação deste método a casos reais revelou que nem sempre é possível obter um melhor constrangimento com a inversão conjunta de dados de gravimetria e de SEV. De facto, a sua aplicação aos dados de Chaves não resultou numa diminuição significativa das ambiguidades, apesar de os resultados obtidos pela inversão conjunta aparentarem reflectir melhor a situação real, principalmente no caso do perfil PC-2.

No caso da aplicação aos dados de Sinai, observa-se uma clara vantagem na utilização de uma metodologia conjunta, já que é notória a diminuição das ambiguidades em todos os perfis. O tratamento destes dados padece, no entanto, da necessidade de inclusão do parâmetro de translação, o qual é bastante difícil de controlar, e que, quando mal calculado, pode induzir a resultados erróneos. No entanto, este factor é independente da questão da inversão conjunta.

9

INVERSÃO CONJUNTA DE DADOS DE GRAVIMETRIA E DE SEV ABORDAGEM 3-D

Os métodos que se expõem neste capítulo constituem uma tentativa de resolver o problema da inversão conjunta tridimensional (3-D) de dados de gravimetria e de resistividade (na forma de Sondagens Eléctricas Verticais).

A ideia fundamental, tal como no caso 2-D, é que os dados de resistividade consigam diminuir a ambiguidade da inversão gravimétrica. No entanto, há desde o início, um problema cuja solução não parece fácil: um problema inverso 3-D em que se permita uma variação suave da resistividade e da espessura das camadas tem, à partida, maior ambiguidade que o problema 1-D equivalente.

Este problema revelou-se de grande complexidade. De facto, e tendo-se experimentado dois métodos distintos, nenhum deles produziu resultados totalmente satisfatórios. De seguida, faz-se a exposição destes métodos, bem como a sua aplicação a um caso sintético. Não foi, no entanto, possível em tempo útil, a aplicação de nenhum dos métodos a um dos casos reais (Chaves ou Sinai), pelo que não são apresentados resultados com dados reais.

É de notar que, tanto quanto se conhece, esta é a primeira vez que se procura inverter a configuração de interfaces em problemas de resistividade.

9.1 - Método A (*Simulated Annealing*)

9.1.1 - Descrição do método

O método aqui apresentado consiste numa extensão do método apresentado no capítulo 8 ao caso tridimensional. A diferença entre os dois resume-se à utilização de um modelo 3-D (ver figura 9.1) em lugar de um modelo 2-D (figura 8.1).

Os dados de gravimetria são tratados segundo uma abordagem 3-D. Para os dados das SEV é utilizada uma abordagem 1-D. Não se optou por uma abordagem totalmente 3-D devido a problemas de recursos computacionais, já que o cálculo 3-D de problemas directos de resistividade é muito demorado, e o método de *simulated annealing* exige que esse cálculo seja realizado um número de vezes tal que torna o procedimento incomportável.

Parametrização do problema

O espaço de interesse é dividido células prismáticas, como mostra a figura 9.1. O número de níveis de prismas será ditado pelo número de interfaces a considerar, dado que cada nível

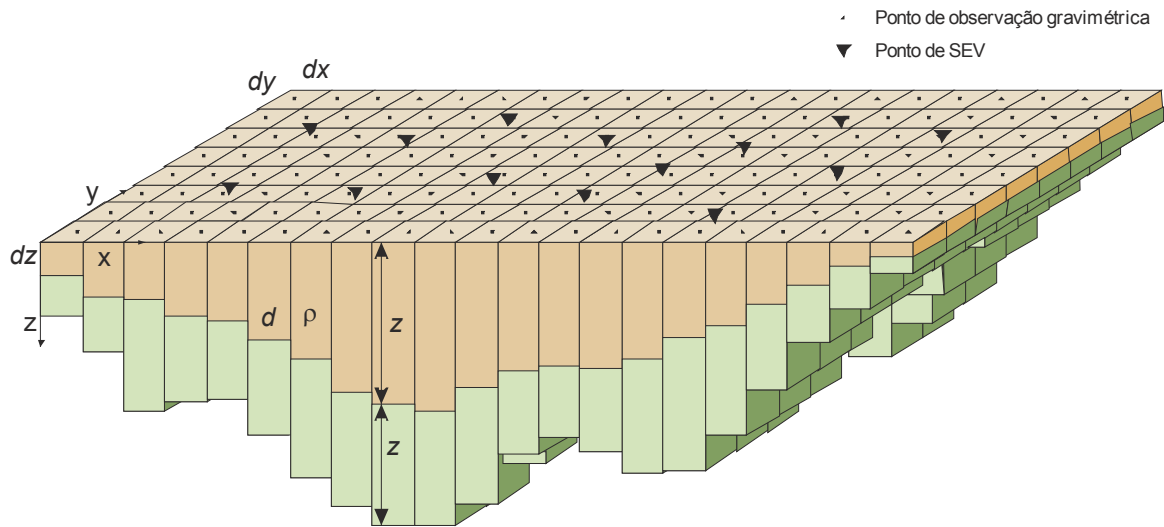


Figura 9.1 – Representação gráfica do modelo de prismas usado na inversão 3-D conjunta dos dados de gravimetria e SEV. Todos os prismas têm dimensão horizontal $dx \times dy$ e massa volúmica d . A dimensão vertical dz de cada interface e a resistividade ρ de cada bloco são os valores a determinar pelo algoritmo.

corresponde a uma camada. A dimensão vertical dos prismas é limitada pela posição das interfaces.

Problema directo

O problema directo da componente de gravimetria é calculado simplesmente pela relação

$$g_i = \sum_{j=1}^N G_{ij} d_j; \quad i = 1, M. \quad (9.1)$$

Em que g_i representa a leitura i , d_j é a massa volúmica do prisma j , e G_{ij} é a componente ij da matriz de atracção gravítica (ver capítulo 6).

O problema directo da componente de resistividade é calculado utilizando uma aproximação 3-D, de acordo com o exposto no subcapítulo 7.4.2.

Caracterização do ajuste

O ajuste entre os dados e a resposta do modelo é caracterizado pelo erro relativo dado por

$$e = \frac{1}{N} \sqrt{\sum_i^N \left(\frac{d_i^{obs} - d_i^{cal}}{d_i^{obs}} \right)^2} \times 100 \%, \quad (9.2)$$

onde N é o número total de dados e d_i representa cada leitura do conjunto total dos dados de gravimetria e resistividade aparente.

Processo de inversão

O método utilizado para a resolução deste problema foi o método de *simulated annealing* (SA). A formulação do problema é idêntica à apresentada no capítulo 8, sendo, no entanto, utilizada uma abordagem 3-D em lugar da anterior 2-D. É utilizado o esquema representado no diagrama de fluxo da figura 8.2.

Da mesma forma que no caso 2-D, é definida uma função objectivo, E , baseada numa norma L1 e envolvendo dados de gravimetria, dados de resistividade e interfaces suaves, definida como:

$$E = \varepsilon_1 E_g + \varepsilon_2 \sum_p^P E_{SEV_p} + \lambda \sum_{k=1}^K S_k, \quad (9.3)$$

onde P é o número de sondagens eléctricas verticais, e K é o número de interfaces do modelo. ε_1 , ε_2 e λ são pesos cujos valores dependem da importância relativa dos dados de gravimetria, dos dados de resistividade aparente, e da suavidade das interfaces. E_g , E_{SEV_p} e S_k são dadas por 8.2, 8.3 e 8.4, respectivamente.

A função objectivo é minimizada por aplicação do algoritmo de *simulated annealing* descrito no capítulo 2.3. Este é um método de minimização global que consiste na procura aleatória de soluções que minimizem a energia (E) do sistema. Uma solução será aceite caso minimize a energia do sistema. Caso contrário, a sua aceitação está dependente de uma probabilidade, a qual diminui à medida que o processo avança. Essa diminuição é controlada por um valor T (temperatura). O valor de T diminui (arrefecimento) de acordo com uma regra estabelecida (taxa de arrefecimento). Quanto mais lento for o arrefecimento, mais provável será encontrar uma solução adequada.

9.1.2 - Modelo teórico

Esta aplicação teórica corresponde a um modelo com apenas uma interface, em que uma camada mais condutora e menos densa se encontra sobreposta a um semi-espaco mais denso e mais resistivo.

O modelo tem dimensão de 100 m x 100 m x 50 m. A geometria da interface encontra-se representada na figura 9.3, e os valores encontram-se indicados na tabela 9.1.

Deve notar-se que este modelo não pode ser, globalmente, considerado como estratificado, pelo que, desde logo, se antevêm problemas de adaptação do modelo 1-D na parte das SEV.

Tabela 9.1 – Parâmetros utilizados para a geração dos dados sintéticos para teste do método de inversão conjunta 3-D dos dados de gravimetria e resistividade.

Camada	Massa Volúmica	Resistividade
1	2300 kg.m ⁻³	30 Ωm
2	2600 kg.m ⁻³	300 Ωm

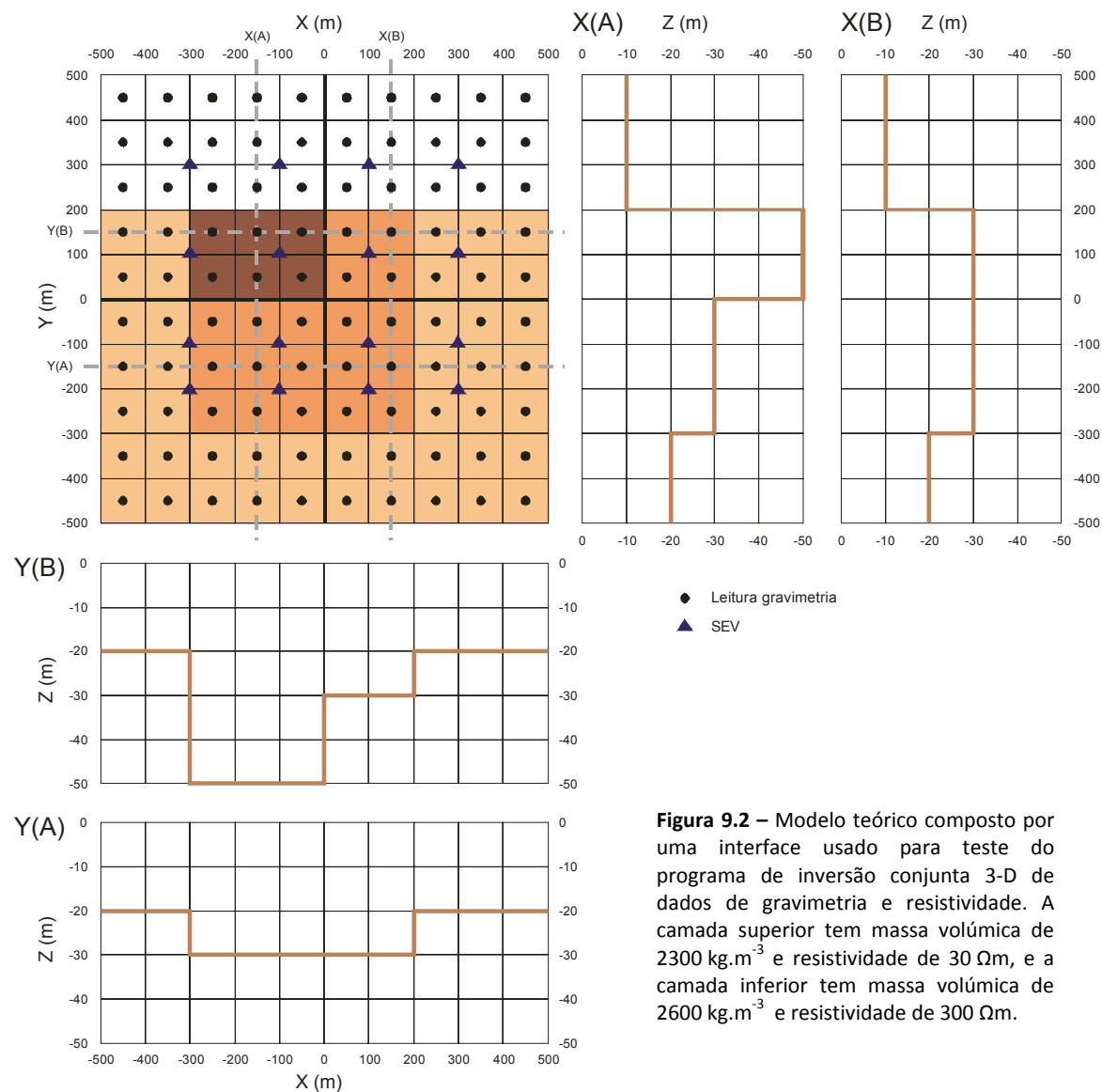


Figura 9.2 – Modelo teórico composto por uma interface usado para teste do programa de inversão conjunta 3-D de dados de gravimetria e resistividade. A camada superior tem massa volúmica de 2300 kg.m^{-3} e resistividade de $30 \Omega\text{m}$, e a camada inferior tem massa volúmica de 2600 kg.m^{-3} e resistividade de $300 \Omega\text{m}$.

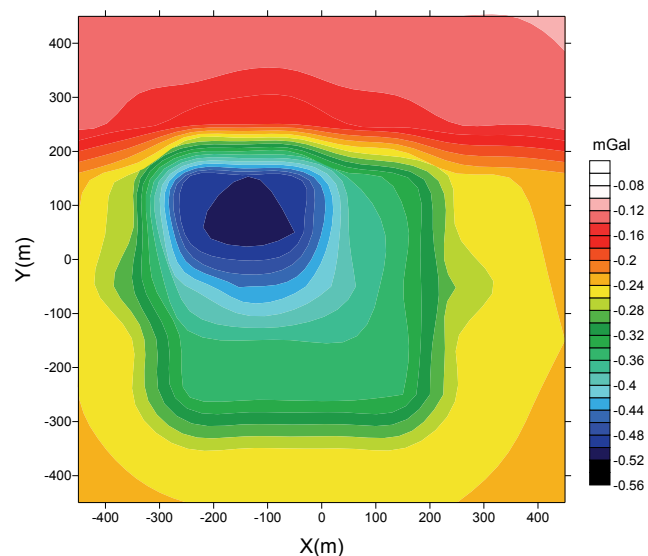


Figura 9.3 – Campo gravimétrico sintético calculado a partir do modelo teórico composto por uma interface apresentada na figura 9.3.

Tabela 9.2 - Limites de busca usados na inversão 3-D conjunta de dados sintéticos de gravimetria e resistividade usando o método de SA. z_1 representa a profundidade da interface. ρ_1 e ρ_2 representam a resistividade das camadas 1 e 2.

Parâmetro	Máximo	Mínimo
z_1	70 m	5 m
ρ_1	60 Ωm	10 Ωm
ρ_2	400 Ωm	100 Ωm

Dados sintéticos

O método utilizado para a geração dos dados sintéticos de gravimetria foi exposto no capítulo 6.4.2. Foram calculados 100 pontos de observação dispostos como indicado na figura 9.3. Na figura 9.4 encontra-se a representação do campo gravítico sintético.

Para as sondagens eléctricas foram consideradas 16 SEV dispostas como indicado na figura 9.3. Em cada local de SEV foram calculados 11 valores de resistividade aparente para AB/2 de 5 m a 100 m. A profundidade de investigação é de cerca de 50-70 m. A teoria usada para o cálculo dos dados sintéticos de resistividade encontra-se exposta no capítulo 5.2.

Inversão conjunta

A inversão conjunta SA de gravimetria-resistividade foi executada com um parâmetro T (*temperatura*) inicial de 600 e um esquema de arrefecimento do tipo $T_n = 0.95T_{n-1}$, onde n é o número da iteração. Para os parâmetros ε_1 , ε_2 e λ foram usados os valores 0.1, 0.5 e 0.5, respectivamente. Estes valores foram obtidos após vários testes, sendo aqueles que revelavam um melhor resultado.

Os valores de massa volúmica atribuídos a cada camada são os utilizados no cálculo dos dados sintéticos (ver tabela 9.1). Os limites de busca usados para cada parâmetro da inversão por SA são apresentados na tabela 9.2.

Para lidar com o cariz estatístico característico dos métodos de *simulated annealing*, foram calculados 6 modelos diferentes usando os mesmos parâmetros de inversão iniciais. Na figura 9.4 encontra-se representado o modelo calculado, correspondendo à média dos 6 resultados obtidos, bem como a resposta gravimétrica média dos mesmos 6 resultados.

O desvio do modelo calculado relativamente ao modelo teórico foi determinado pela expressão

$$D_p = \frac{1}{M} \sqrt{\sum_i^M \left(\frac{p_i^{teor} - p_i^{calc}}{p_i^{teor}} \right)^2} \times 100\%. \quad (9.4)$$

onde p_i^{teor} e p_i^{calc} representam os valores, respectivamente teórico e calculado (valor médio dos 6 modelos calculados), do parâmetro de inversão i , e M é o número total de parâmetros. Calculou-se que, para este modelo, $D_p = 0.57\%$.

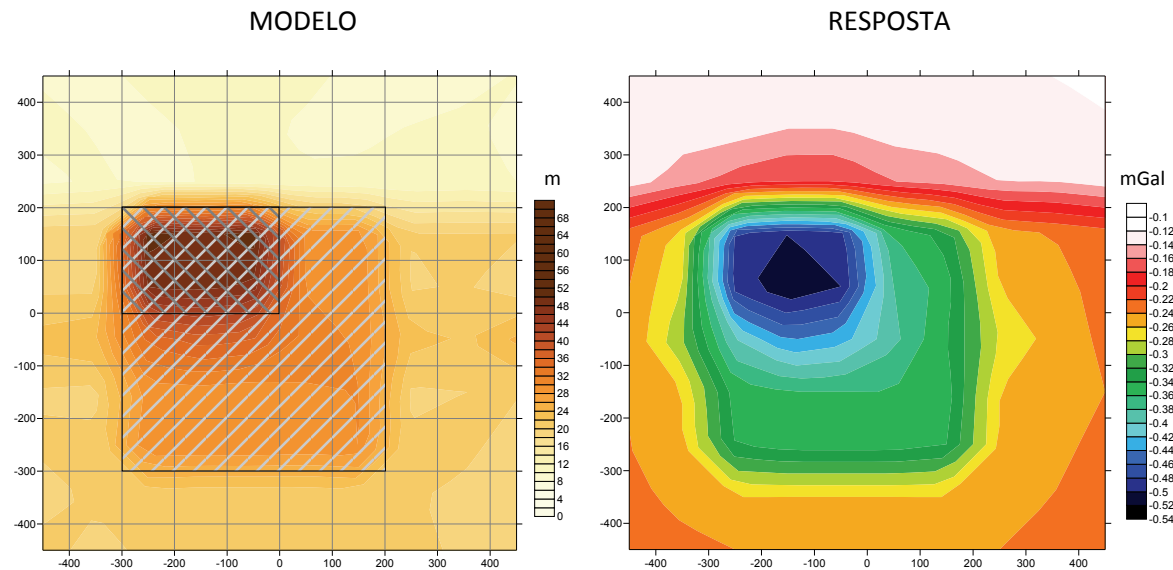


Figura 9.4 – Mapa da topografia da interface do modelo calculado (esquerda) e respectiva resposta gravimétrica (direita) pelo método de inversão conjunta 3-D pelo método A dos dados de gravimetria e resistividade gerados a partir do modelo apresentado na figura 9.3. As figuras sombreadas no mapa da interface representam o modelo teórico.

Na figura 9.6 estão as representações das SEV e as respectivas respostas dos modelos calculados. O valor médio dos ajustes para a resposta das SEV é $e_{SEV} = 3.29 \%$.

O ajuste da resposta gravimétrica é de 0.02 %.

Na figura 9.5 são representados quatro perfis retirados do médio calculados. Encontram-se também indicados os valores calculados para a resistividade de cada camada em cada uma das colunas de blocos intersectadas pelo perfil.

Análise dos resultados

Os resultados obtidos são bastante satisfatórios. O modelo foi bem resolvido, aproximando-se bastante do modelo teórico. A resposta gravimétrica também revela um excelente ajuste aos dados sintéticos.

As respostas das SEV são menos bem conseguidas, apresentando alguma discrepância relativamente às curvas sintéticas (ver figura 9.5). Este problema advém essencialmente da relativa dificuldade de determinação da resistividade revelada pelo algoritmo. No entanto, é bem nítida nos resultados a maior resistividade da camada inferior e maior condutividade da camada superior.

As SEV localizadas na zona do modelo com Y mais elevados (SEV T13 a T16), onde a camada se encontra a menor profundidade, são as que apresentam um pior ajuste. Isto é mais visível nas SEV T13 e T14 devido ao facto de se encontrarem próximo da zona mais profunda e haver, por isso, questões de contrastes acentuados a considerar.

De facto, este método parece resolver bastante bem a componente de localização das interfaces, o que é reflectido no bom ajuste da resposta gravimétrica, já que a densidade é

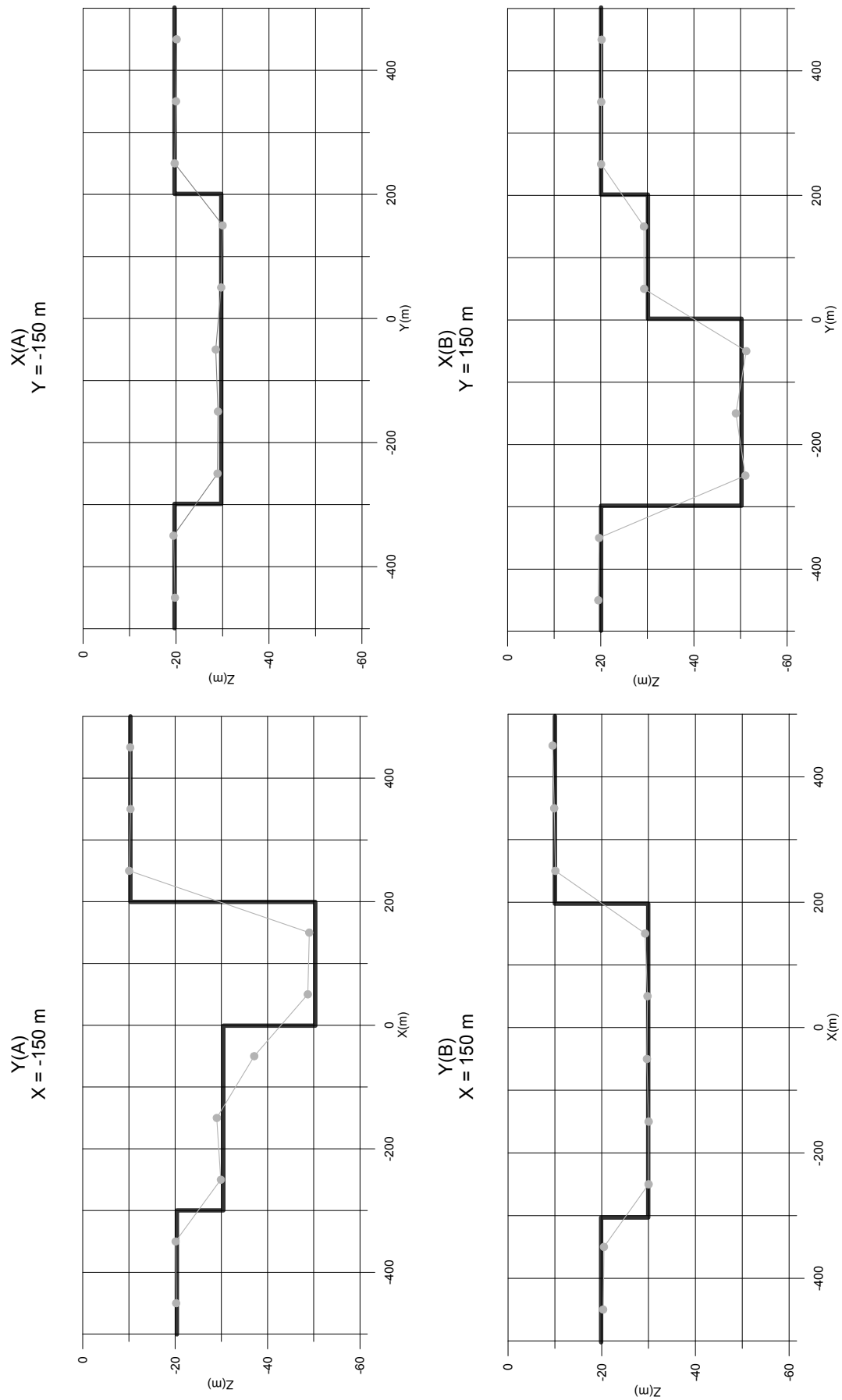


Figura 9.5 – Perfis retirados do modelo calculado pelo método de inversão conjunta 3-D. A negro encontra-se representado o modelo teórico usado para gerar os dados sintéticos. A cinzento encontra-se representado o modelo calculado.

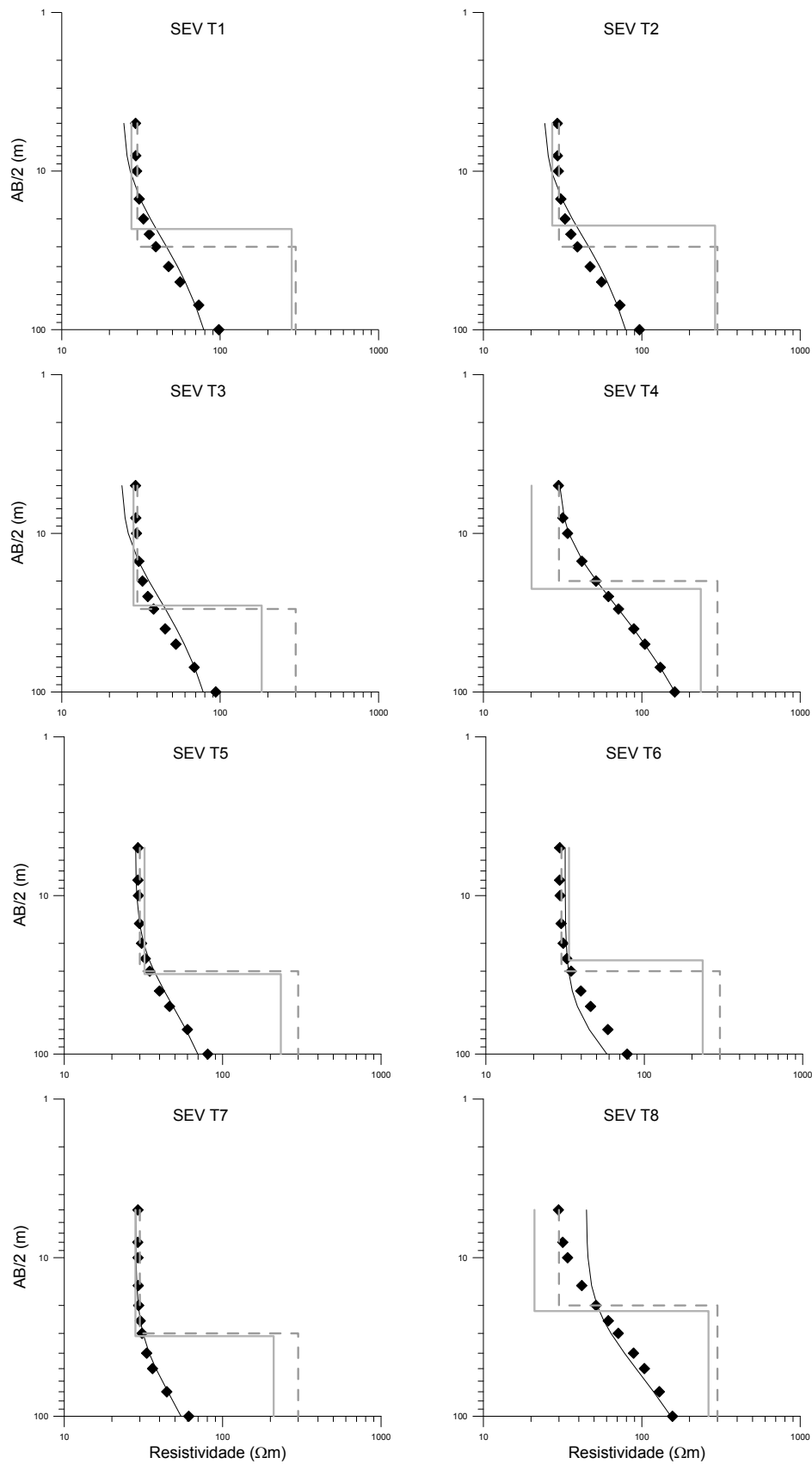


Figura 9.6 – Dados sintéticos das SEV e resposta dos modelos calculados pelo método de inversão conjunta 3-D. Os símbolos representam as observações e a linha representa a resposta do modelo. A cinzento encontram-se representados os modelos; a tracejado o teórico, a cheio o médio calculado.

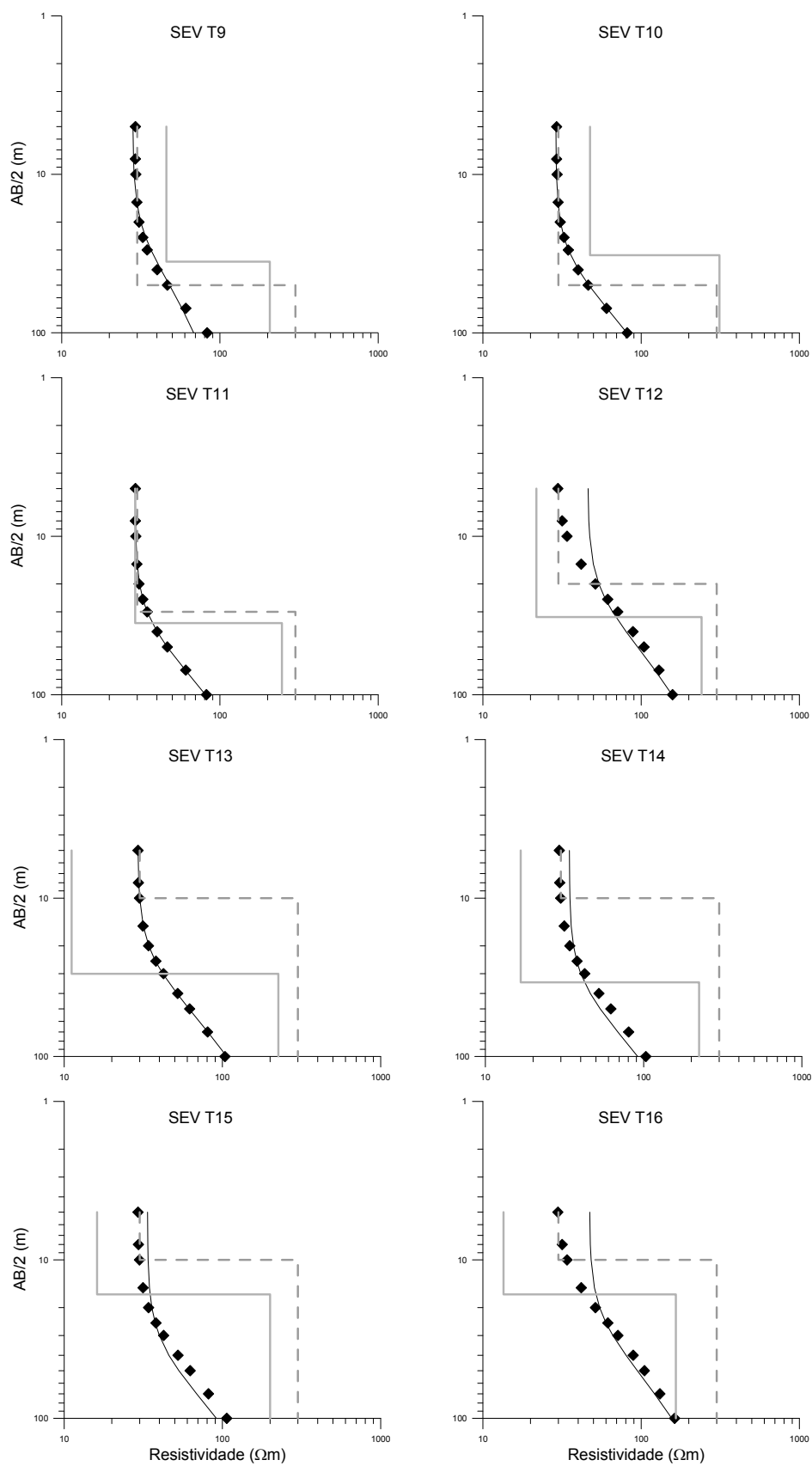


Figura 9.6 (cont.) – Dados sintéticos das SEV e resposta dos modelos calculados pelo método de inversão conjunta 3-D. Os símbolos representam as observações e a linha a negro representa a resposta do modelo. A cinzento encontram-se representados os modelos; a tracejado o teórico, a cheio o médio calculado.

definida à partida. Revela, no entanto, alguns problemas na quantificação dos valores da resistividade. Estes problemas estão relacionados com o facto de se estar a utilizar uma abordagem 1-D para tratar um problema que é intrinsecamente 3-D.

9.2 - Método B (Mínimos quadrados)

9.2.1 - Descrição do método

A utilização de uma aproximação 1-D para a resolução de problemas que são intrinsecamente tridimensionais dá origem a problemas de resolução, principalmente em locais com acentuadas variações laterais de resistividade.

No entanto, o recurso a um algoritmo de *simulated annealing* para resolver um problema de inversão 3-D envolvendo dados de resistividade é computacionalmente inabastante. Assim, optou-se por desenvolver um algoritmo de ajuste aos mínimos quadrados com constrangimentos de suavização, já antes utilizado neste trabalho nos capítulos 6.2, 6.3 e 7.4.

Tal como nos casos anteriores, este algoritmo será aplicado considerando o meio composto por camadas, pretendendo-se determinar a topografia das interfaces que limitam as camadas bem como a distribuição da resistividade em cada camada.

Como se verá, este é um problema de solução bastante difícil, pelo menos usando os tradicionais métodos de inversão suavizada (Occam).

Parametrização do problema

O espaço de interesse é dividido células prismáticas, como mostra a figura 9.1. O número de níveis de prismas será ditado pelo número de interfaces a considerar, dado que cada nível corresponde a uma camada. A dimensão vertical dos prismas é limitada pela posição das interfaces.

Problema directo

Tal como anteriormente, o problema directo da componente de gravimetria é calculado simplesmente pela relação

$$g_i = \sum_{j=1}^N G_{ij} d_j; \quad i = 1, M. \quad (9.5)$$

Em que g_i representa a leitura i , são os dados, d_j é a massa volúmica do prisma j , e G_{ij} é a componente ij da matriz de atracção gravítica.

O problema directo da componente de resistividade é calculado utilizando uma aproximação 3-D, de acordo com o exposto no subcapítulo 7.4.2.

Esquema de inversão

A resolução do problema da inversão conjunta foi realizada utilizando o método não linear apresentado por Sasaki (2001) e já adoptado no problema inverso 3-D de dados de resistividade. Este método consiste numa aproximação aos mínimos quadrados com constrangimentos de suavização, como exposto no capítulo 5.

Tem-se então que, devido à linearização do problema, a perturbação (**b**) a efectuar nos parâmetros para melhorar o ajuste do modelo inicial é dada por

$$\mathbf{b} = (\mathbf{J}^T \mathbf{W}_d^T \mathbf{W}_d \mathbf{J} + \lambda \mathbf{C}^T \mathbf{C})^{-1} \mathbf{J}^T \mathbf{W}_d^T \mathbf{W}_d \mathbf{y}. \quad (9.6)$$

\mathbf{W}_d é uma matriz diagonal constituída pelos inversos dos desvios padrão dos dados. \mathbf{C} (*matriz de suavização*) é um operador Laplaciano cujos elementos, neste caso, têm em conta apenas as células vizinhas da célula para a qual se calcula a perturbação, que se encontram na mesma camada. Os valores desses elementos são -1 e 0.25. \mathbf{y} é o vector das diferenças entre os dados observados e a resposta do modelo, *i.e.*,

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} g^{obs} \\ \rho_a^{obs} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} g^{calc} \\ \rho_a^{calc} \end{bmatrix}. \quad (9.7)$$

g representa o vector com leituras de gravimetria e ρ_a representa o vector com as leituras de resistividade

Em termos de massa volúmica o modelo inicial é um modelo estratificado, com um número de camadas definido pelo utilizador. A resistividade é, contudo, uniforme e geralmente igual ao valor média da resistividade aparente de todas as SEVs.

Cada iteração deste algoritmo compreende dois passos distintos:

- 1) O primeiro passo utiliza os dois conjuntos de dados para calcular as correcções a realizar à geometria das interfaces. Neste caso, expressão (9.6) é aplicada ao conjunto total dos dados (gravimetria + resistividade), sendo o espaço de parâmetros é composto pela profundidade da base de cada prisma, e a matriz \mathbf{J} é

$$\mathbf{J}_1 = \begin{bmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial z_1} & \dots & \frac{\partial g_1}{\partial z_M} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial g_{N_g}}{\partial z_1} & \dots & \frac{\partial g_{N_g}}{\partial z_M} \\ \frac{\partial \rho_{a_1}}{\partial z_1} & \dots & \frac{\partial \rho_{a_1}}{\partial z_M} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial \rho_{a_{N_p}}}{\partial z_1} & \dots & \frac{\partial \rho_{a_{N_p}}}{\partial z_M} \end{bmatrix}. \quad (9.8)$$

- 2) O segundo passo recorre apenas aos dados das SEV para calcular as correcções a aplicar à resistividades dos prismas, considerando que estes são limitados pelas interfaces calculada no passo 1). Neste caso, expressão (9.6) é aplicada apenas aos dados de

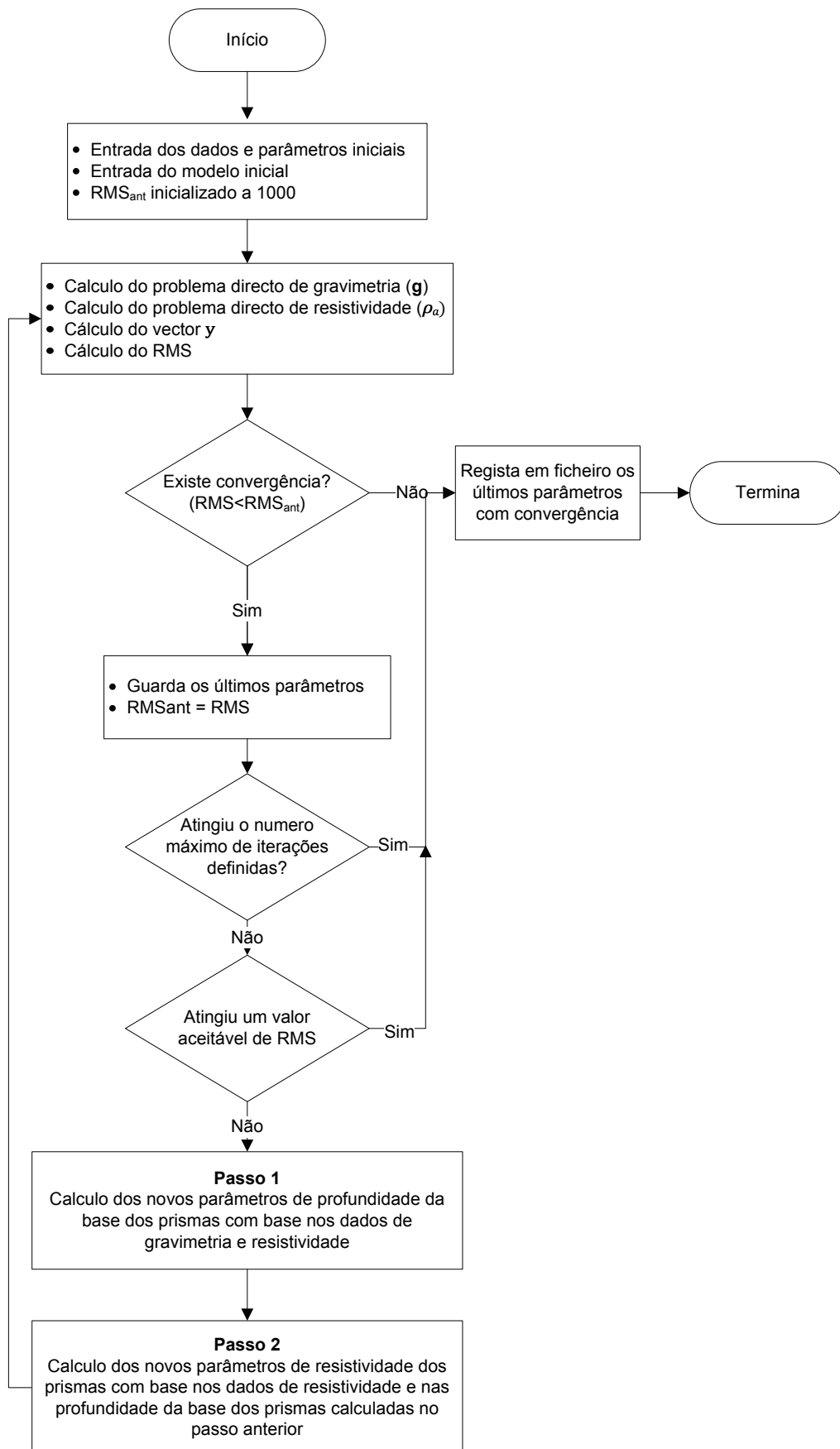


Figura 9.7 – Diagrama de fluxo simplificado do algoritmo usado no cálculo da inversão conjunta 3-D de dados de gravimetria e SEV.

resistividade e o espaço de parâmetros é composto pela resistividade de cada prisma. Assume-se, então, que os contrastes de massa volúmica se mantêm constantes ao longo do processo iterativo. Neste caso a matriz das derivadas é dada por:

$$\mathbf{J}_2 = \begin{bmatrix} \frac{\partial \rho_{a_1}}{\partial \rho_1} & \dots & \frac{\partial \rho_{a_1}}{\partial \rho_M} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial \rho_{a_{N_\rho}}}{\partial \rho_1} & \dots & \frac{\partial \rho_{a_{N_\rho}}}{\partial \rho_M} \end{bmatrix}. \quad (9.9)$$

N_g é o número de leituras de gravimetria, N_ρ é o número de leituras de resistividade, e \mathbf{z} e $\boldsymbol{\rho}$ representam, respectivamente, os vectores de profundidade da base e resistividade dos M prismas.

Os dois passos descritos repetem-se até se atingir um valor de convergência previamente definido. O processo é interrompido caso haja divergência, ou caso se atinja um número definido de iterações. A figura 9.7 apresenta um diagrama de fluxo simplificado deste algoritmo para facilitar o seu entendimento.

Caracterização do ajuste

O ajuste dos dados e a resposta do modelo é caracterizado pelo erro relativo dado por

$$e = \frac{1}{N} \sqrt{\sum_i^N \left(\frac{d_i^{obs} - d_i^{cal}}{d_i^{obs}} \right)^2} \times 100 \%, \quad (9.10)$$

onde N o número total de dados e d_i representa cada leitura do conjunto total dos dados de gravimetria e resistividade aparente.

9.2.2 - Modelo teórico

Esta aplicação teórica corresponde ao modelo com apenas uma interface apresentado em 9.1.1, em que uma camada mais condutora e menos densa se encontra sobreposta a um semi-espaço mais denso e mais resistivo.

O modelo tem dimensão de 100 m x 100 m x 50 m. A geometria da interface encontra-se representada na figura 9.2, e os valores da densidade e resistividade de cada camada encontram-se indicados na tabela 9.1.

Calcularam-se 100 pontos de observação dispostos como indicado na figura 9.3. Na figura 9.4 encontra-se a representação do campo sintético.

Foram consideradas 16 SEV dispostas como indicado na figura 9.3. Em cada local de SEV foram calculados 11 valores de resistividade aparente para AB/2 de 5 a 100 m.

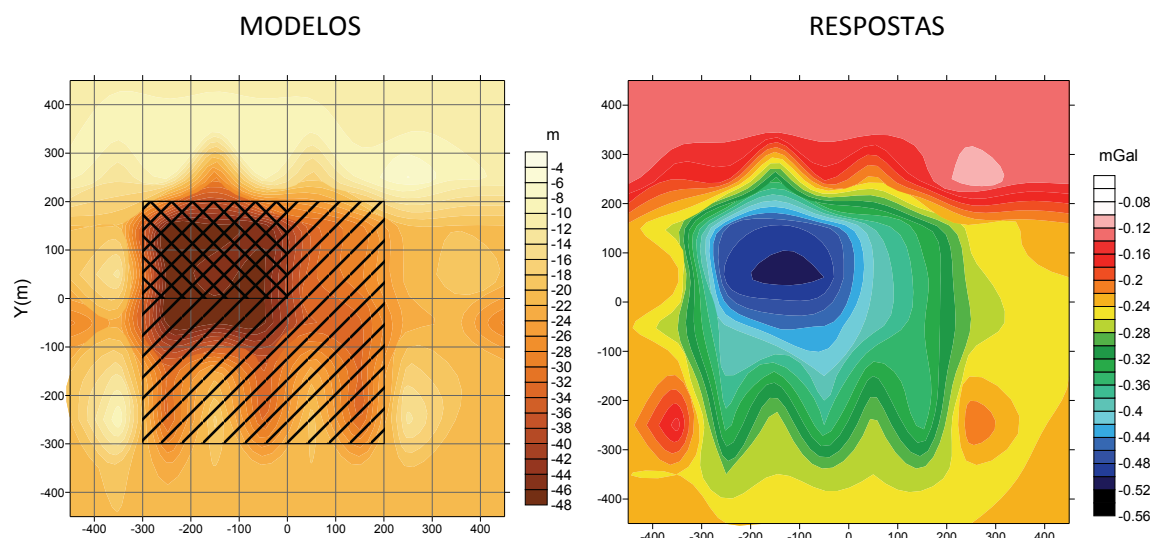


Figura 9.8 – Mapa da topografia da interface do modelo calculado (esquerda) e respectiva resposta gravimétrica (direita) pelo método de inversão conjunta 3-D pelo método B dos dados de gravimetria e resistividade gerados a partir do modelo apresentado na figura 9.3. As figuras sombreadas no mapa da interface representam o modelo teórico.

Inversão conjunta

Este método compreende duas inversões efectuadas em sequência, a primeira em que se calcula a interface, e a segunda que faz o cálculo das resistividades. É necessário indicar valores para os λ de cada um destes passos. Neste caso, usou-se o valor de 10^{-4} para o primeiro (cálculo das interfaces) e 1.1 para o segundo (cálculo das resistividades). Estes valores foram obtidos após de vários testes, sendo aqueles que revelavam um modelo mais próximo do teórico.

Os valores considerados para a massa volúmica foram os mesmos dos usados para o cálculo dos dados, ou seja, 2350 kg.m^{-3} para a camada mais superficial e 2650 kg.m^{-3} para a camada mais profunda.

Na figura 9.8 encontra-se representado o modelo calculado, bem como a respectiva resposta. Na figura 9.10 estão as representações das SEV e as respectivas respostas dos modelos calculados. A figura 9.9 mostra quatro perfis retirados dos modelos calculados.

Análise dos resultados

O valor médio dos ajustes para a resposta das SEV é $e_{\text{SEV}} = 1.78 \%$. Quanto à resposta gravimétrica, o ajuste é de $e_g = 1.39 \%$. A distância relativa para o modelo calculado é $D_p = 2.42 \%$.

De uma maneira geral, as profundidades foram bem resolvidas, embora existiam algumas instabilidades. Estas são bem visíveis no perfil $Y = -150 \text{ m}$ (figura 9.9).

Também o cálculo da distribuição das resistividades foi realizado com uma aproximação dentro de uma margem aceitável, exceptuando nas zonas limites do modelo. O facto de este modelo ter dimensões relativamente reduzidas dá origem à existência de problemas de fronteira.

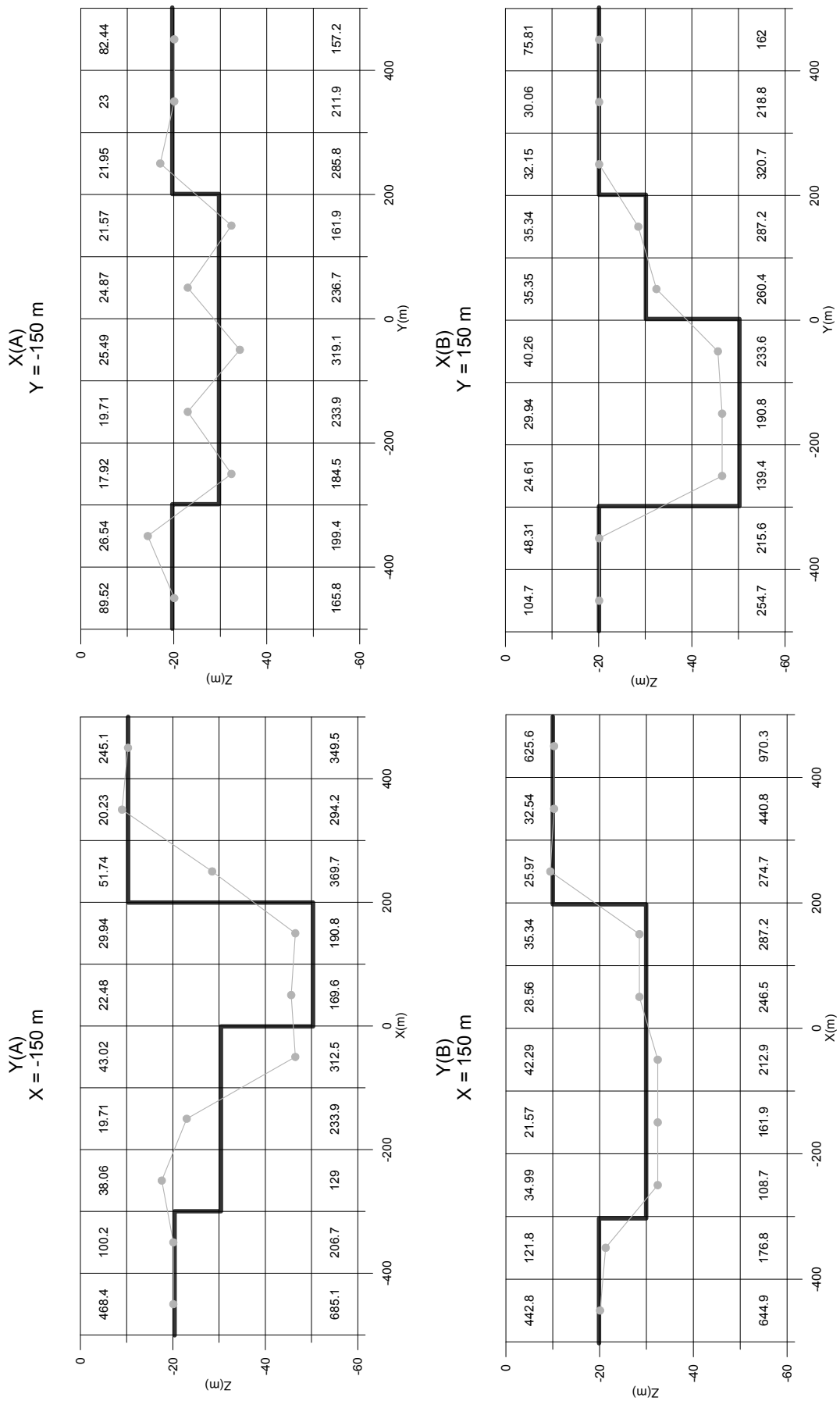


Figura 9.9 – Perfis retirados dos modelos calculados pelo método de inversão conjunta 3-D. A negro encontra-se representado o modelo teórico usado para gerar os dados sintéticos. A cinzento encontra-se representado o modelo calculado. Os valores indicam a resistividade calculada para cada camada nas diferentes colunas.

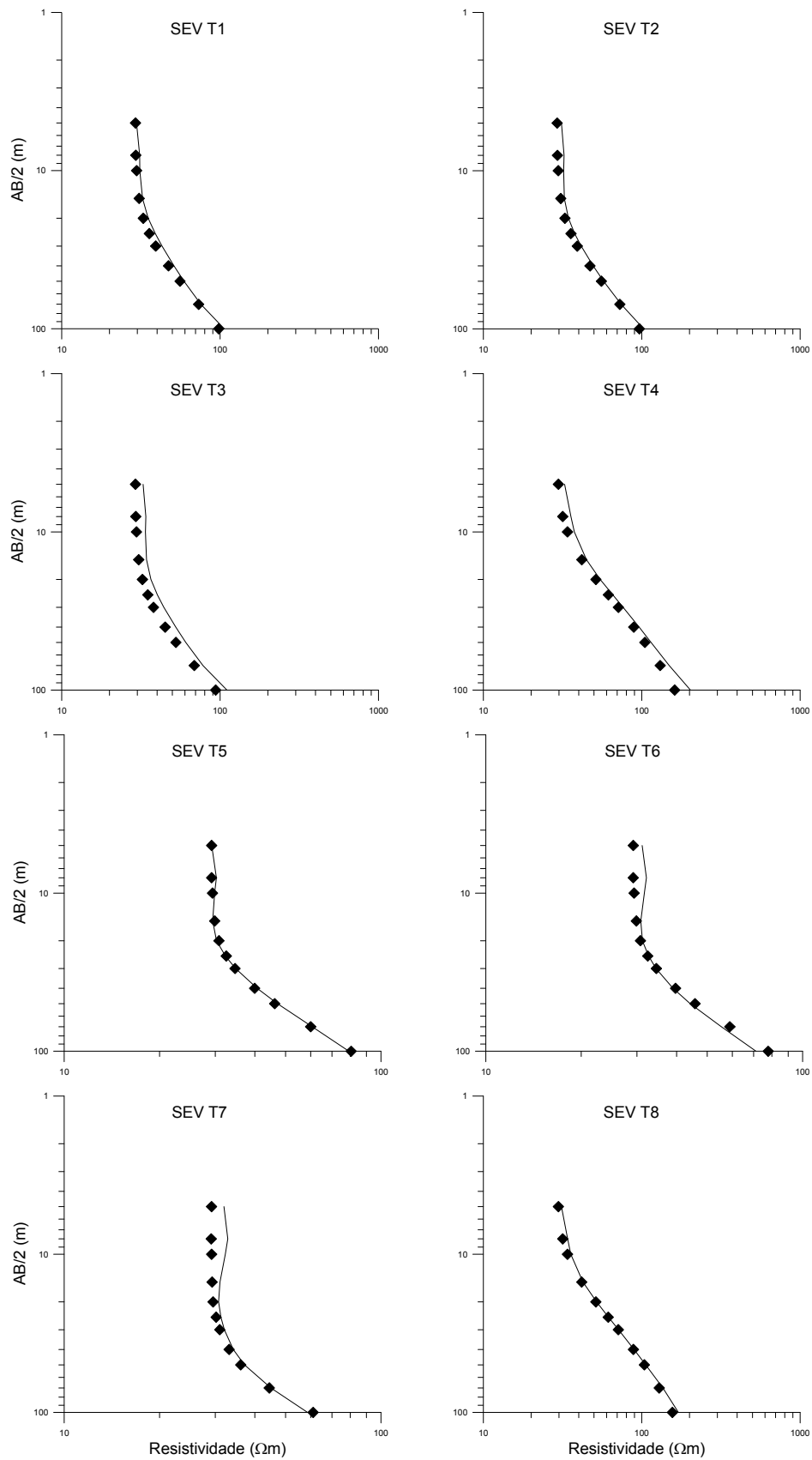


Figura 9.10 – Dados sintéticos das SEV e resposta dos modelos calculados pelo método de inversão conjunta 3-D. Os símbolos representam as observações e a linha representa a resposta do modelo.

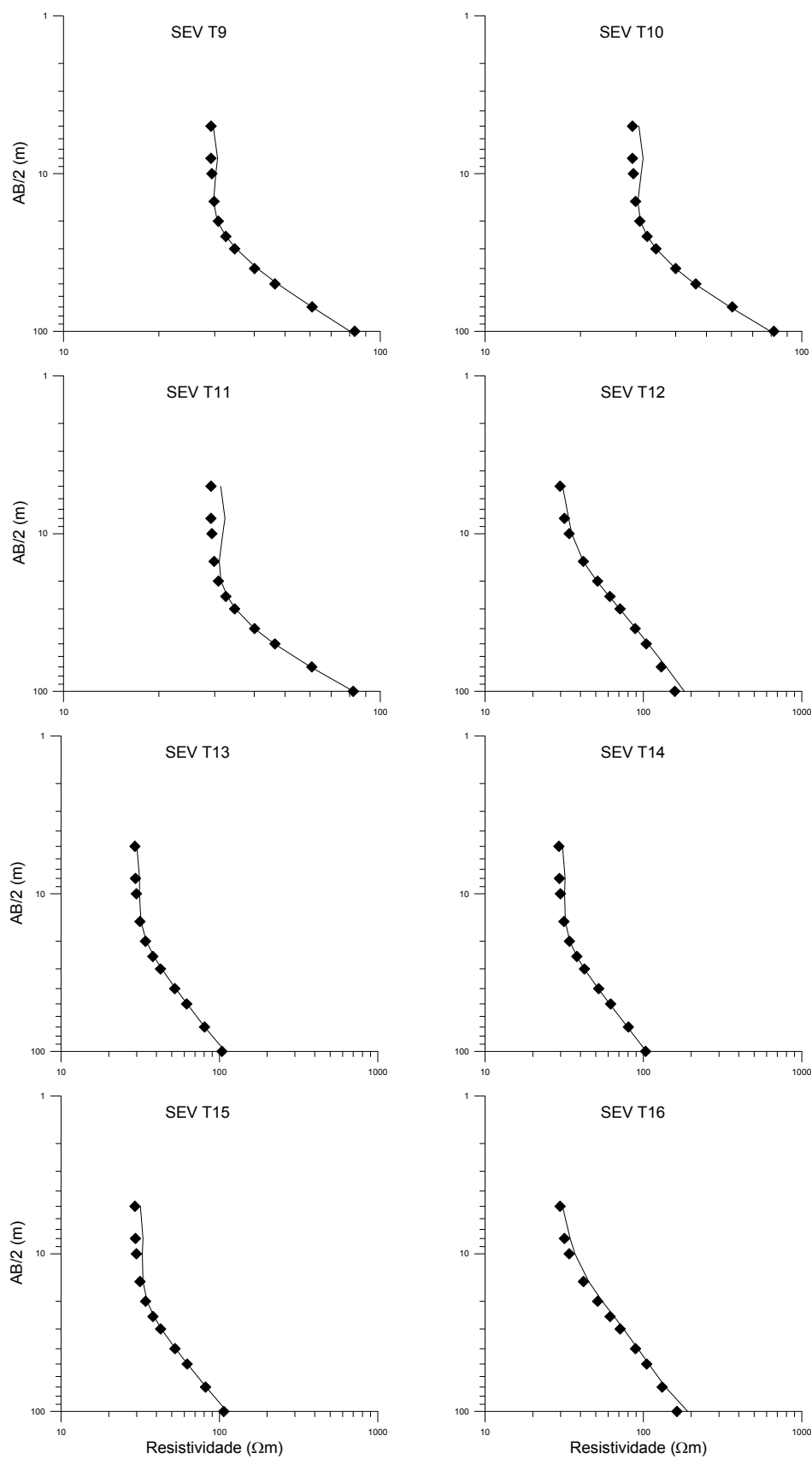


Figura 9.6 (cont.) – Dados sintéticos das SEV e resposta dos modelos calculados pelo método de inversão conjunta 3-D. Os símbolos representam as observações e a linha representa a resposta do modelo.

Verifica-se também uma tendência para um espalhamento da zona mais profunda segundo X e segundo Y. Isso é visível na observação do mapa da topografia da interface (figura 9.8) e dos perfis $X = -150$ m e $Y = 150$ m (figura 9.9).

Qualquer destes “defeitos” do modelo calculado podem ser atribuíveis aos constrangimentos de suavização (e.g. o espalhamento) por um lado, e à pouca densidade das SEV (e.g. as oscilações) por outro.

9.3 - Considerações

Neste capítulo foi feita uma primeira aproximação à problemática da inversão conjunta 3-D de dados de gravimetria e resistividade. Estes métodos foram testados utilizando um modelo sintético de uma camada, sendo os resultados satisfatórios e promissores.

A utilização de uma aproximação 1-D para a resolução da componente relacionada com as SEV permite um cálculo mais expedito, e logo, a utilização de métodos mais exaustivos, como é o caso do *simulated annealing*. No entanto, propicia problemas de resolução, especialmente em regiões onde existem acentuadas variações laterais.

A utilização de uma aproximação 3-D permite a determinação um modelo com uma maior continuidade. Apesar disso, verificou-se o surgimento de algumas estruturas artificiais que poderão reflectir alguma instabilidade do algoritmo, nomeadamente se o número de dados de resistividade não for suficiente para uma boa representação da geologia.

Apesar de neste momento estes métodos se encontrarem desenvolvidos apenas para um caso específico, os resultados obtido permitem inferir que será possível desenvolver métodos que resolvam com sucesso casos mais complexos.

10

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O trabalho aqui apresentado compreendeu três fases distintas:

- O tratamento e análise preliminares dos dados
- O desenvolvimento e implementação de métodos de inversão de dados de gravimetria e de dados de SEV em separado
- O desenvolvimento e implementação de métodos de inversão conjunta de dados de gravimetria e de SEV.

Foi postulado no início do trabalho que a utilização de metodologias conjuntas favorece a diminuição de ambiguidades e problemas de equivalência, já que introduz outros constrangimentos ao resultado. No caso dos métodos aqui apresentados verificou-se que nem sempre isso acontece.

No caso da inversão 2-D apresentada no capítulo 8, utilizou-se o método de simulated annealing para inverter a geometria de interfaces e o valor da resistividade de cada camada. Foi utilizada uma aproximação 2-D para a gravimetria e 1-D para as SEV. O cálculo dos valores de resistividade é feito para a vertical de cada SEV.

Observa-se que a sua aplicação a um caso teórico revela uma diminuição efectiva dos problemas de equivalência. No caso da aplicação aos dados de Sinai, também se observa uma clara vantagem na utilização de uma metodologia conjunta, já que é notória a diminuição das ambiguidades em todos os perfis.

Por outro lado, a sua aplicação aos dados de Chaves não resultou numa diminuição significativa das ambiguidades, apesar de os resultados obtidos pela inversão conjunta aparentarem reflectir melhor a situação real, principalmente no que concerne o perfil PC-2. Esta dificuldade poderá estar relacionada com a maior heterogeneidade, ou complexidade, da bacia de Chaves relativamente à geologia simples de depósitos sedimentares do NW de Sinai. As zonas fracturadas, os diferentes aquíferos e as zonas com argila têm influência no cálculo de um modelo com uma simples geometria de camadas.

A inversão 3-D verificou-se de muito difícil resolução. A utilização de uma aproximação 1-D para a resolução da componente relacionada com as SEV permite um cálculo mais expedito, e logo, a utilização de métodos mais exaustivos, como é o caso do *simulated annealing*. No entanto, propicia problemas de resolução, especialmente em regiões onde existem acentuadas variações laterais, locais esses onde a aproximação 1-D é claramente não adequada.

A utilização de uma aproximação 3-D aos dados de resistividade permite a determinação um modelo com uma maior continuidade. Apesar disso, verificou-se o surgimento de algumas estruturas fictícias, que reflectem alguma instabilidade do algoritmo.

A conjugação entre dados de gravimetria e de resistividade é um problema que se reveste de grande complexidade, já que estes dois tipos de dados são sensíveis a duas grandezas físicas que só em alguns casos são correlacionáveis. Delimitar superfícies de transição de zonas mais ou menos condutoras não implica necessariamente que também se verifique uma transição de densidades.

Como as metodologias desenvolvidas partem do pressuposto que as estruturas de resistividade e de densidade são idênticas, estas podem funcionar bem em zonas onde a geologia reflecte semelhanças entre as estruturas de resistividade e de densidade. Já em zonas onde tal não se verifica, será difícil obter modelos que justifiquem ambos os conjuntos de dados.

A exploração de outras metodologias de inversão (e.g., as apresentadas por Gallardo e Meju, 2004) poderá ser a chave para encontrar resultados mais abrangentes, que sejam utilizáveis em outros ambientes geológicos, que não só meios estratificados. Outro caminho interessante de explorar será tentar encontrar outras formas de interligar os parâmetros dos modelos gravimétricos com os dos modelos de resistividade.

Fica, assim, ainda muito espaço a explorar, sendo que este trabalho apenas representa uma muito pequena parte das possibilidades que existem para resolver o problema da inversão conjunta de dados de gravimetria e resistividade.

REFERÊNCIAS

- Aires-Barros, L., Marques, J. M. e Graça, R. C., 1995. Elemental and isotopic geochemistry in the hydrothermal area of Chaves, Vila Pouca de Aguiar (northern Portugal). *Environmental Geology*, 25, 232-238.
- Andrade Afonso, A. R., Monteiro Santos, F. A. e MendesVictor, L. A., 1994. The resistivity method in the evaluation of geothermal resources - application to Chaves (Portugal) geothermal field, in *Proceedings of the Symposium Geothermics 94*, Orléans, 43-50.
- Bakr, A., Helmy, M. e Baltensperger, P., 1999. Kattaniya fold belt, western desert of Egypt; an example of an inverted jurassic rift basin. *American Association of Petroleum Geologists, Bulletin*, 83, 1298.
- Baptista, J., 1998. *Estudo neotectónico da zona de falha Penacova-Régua-Verin*. Dissertação de Doutoramento, Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro. 346.
- Barbosa, V. C. F. e Silva, J. B. C., 1994. Generalized compact gravity inversion. *Geophysics*, 59, 1; 57-68.
- Bauer, J., Marzouk, A. M., Steuber, T. e Kuss, J., 2001. Lithostratigraphy and biostratigraphy of the cenomanian–santonian strata of Sinai, Egypt. *Cretaceous Research*, 22, 497-526.
- Blakely, R. J., 1995. *Potential theory in gravity and magnetic applications*. USA, Cambridge University Press.
- Boulanger, O. e Chouteau, M., 2001. Constraints in 3-D gravity inversion. *Geophysical Prospecting*, 49, 2; 265-280.
- Braile, L. W., Keller, G. R. e Peeples, W. J., 1974. Inversion of gravity data for two-dimensional density distributions. *Journal of Geophysical Research*, 79, 2017-2021.
- Broyden, C. G., 1965. A class of methods for solving nonlinear simultaneous equations. *Mathematics of Computation*, 19, 92, 577-593.
- Cabral, J., 1995. Neotectónica em portugal continental, *Memórias do Instituto Geológico e Mineiro*, Lisboa; 265.
- Carvalho, J. M. e Silva, L. F., 1989. Recursos e metodologias de desenvolvimento dos polos geotérmicos de trás-os-montes. *Anais da U.T.A.D.*, 2, 23-46.
- Chai, Y. e Hinze, W. J., 1988. Gravity inversion of an interface above which the density contrast varies exponentially with depth. *Geophysics*, 53, 837-845.
- Chakravarthi, V., Raghuram, H. M. e Singh, S. B., 2002. 3-D forward gravity modeling of basement interfaces above which the density contrast varies continuously with depth. *Computers & Geosciences*, 28, 53-57.

- Chasseriau, P. e Chouteau, M., 2003. 3d gravity inversion using a model of parameter covariance. *Journal of Applied Geophysics*, 52, 59-74.
- Chavez, R. E., Bailey, R. C. e Garland, G. D., 1987. Joint interpretation of gravity and magnetic data over axial symmetric bodies with application to the Darnley Bay anomaly, NW Canada. *Geophysical Prospecting*, 35, 374-392.
- Corbató, C. E., 1965. A least-squares procedure for gravity interpretation. *Geophysics*, 30, 228-233.
- de Nardis, R., Cardarelli, E. e Dobroka, M., 2005. Quasi-2D hybrid joint inversion of seismic and geoelectric data. *Geophysical Prospecting*, 53, 705-716.
- DeGroot-Hedlin, C. e Constable, S. C., 1990. Occam inversion to generate smooth, 2-dimensional models from magnetotelluric data. *Geophysics*, 55, 1613-1624.
- Dey, A. e Morrison, H. F., 1979. Resistivity modeling for arbitrarily shaped three-dimensional structures. *Geophysics*, 44, 753-780.
- Dobrin, M. B., 1981. *Introduction to Geophysical Prospecting*. McGraw-Hill.
- Dobróka, M., Gyulai, Á., Ormos, T., Csókás, J. e Dresen, L., 1991. Joint inversion of seismic and geoelectric data recorded in an underground coal mine. *Geophysical Prospecting*, 39, 643-665.
- El-Hawat, A. S., 1997. Sedimentary basins of Egypt: An overview of dynamic stratigraphy. *African basins, Sedimentary basins of the world*, 3, R. C. Selley, Amsterdam, Elsevier, 39-85.
- El-Toukhy, M., Mahmoud, A., El-Barkooky, A. N. e Gouda, S., 1999. Tectono-stratigraphic evolution of the north western desert, Egypt; implications for hydrocarbon prospectivity. *American Association of Petroleum Geologists, Bulletin* 83, 1310.
- Gallardo, L. A. e Meju, M. A., 2004. Joint two-dimensional DC resistivity and seismic travel time inversion with cross-gradients constraints. *Journal of Geophysical Research-Solid Earth*, 109, B03311.
- Garfunkel, Z., 1998. Constrains on the origin and history of the eastern mediterranean basin. *Tectonophysics*, 298, 5-35.
- Gauss, C. F., 1809. *Theoria motus corporum coelestium in sectionibus conicis solem ambientium*. Hamburg, Germany Perthes et Besser.
- Geosoft Programs, 1994. *Geosoft mapping and processing system*, Geosoft Inc., Toronto, Canada.
- Grant, F.S. & West, G.F., 1965. Interpretation
- Ghosh, D. P., 1971. The application of linear filter theory to the direct interpretation of geoelectrical resistivity sounding measurements. *Geophysical Prospecting*, 19, 192-217.

- Golub, G. H. e Matt, U. V., 1997. Tikhonov regularization for large scale problems, Stanford SCCM Report, 97-103.
- Grade, J. e Moura, A. C., 1982. Bacia de chaves. Estudo prospectivo dos seus corpos argilosos. *Geonovas*, 1, 79-84.
- Grant, F. S. e West, G. F., 1965. *Interpretation theory in applied geophysics*. New York, McGraw-Hill.
- Green, W. R., 1975. Inversion of gravity profiles by use of a Backus-Gilbert approach. *Geophysics*, 40, 763-772.
- Gupta, V. K. e Ramani, N., 1980. Some aspects of regional-residual separation of gravity anomalies in a Precambrian terrain. *Geophysics*, 45, 1412-1426.
- Guspi, F., 1992. Three-dimensional Fourier gravity inversion with arbitrary density contrast. *Geophysics*, 57, 131-135.
- Hansen, P. C., 1999. The l-curve and its use in the numerical treatment of inverse problems. IMM-REP, 99-15, 25.
- Harinarayana, T., 1999. Combination of EM and DC measurements for upper crustal studies. *Surveys in Geophysics*, 20, 257-278.
- Hering, A., Misiek, R., Gyulai, A., Ormos, T., Dobroka, M. e Dresen, L., 1995. A joint inversion algorithm to process geoelectric and surface wave seismic data. Part I: Basic ideas. *Geophysical Prospecting*, 43, 135-156.
- Hirsch, F., Bassoullet, J.-P., Cariou, E., Conway, B., Feldman, H. R., Grossowicz, L., Honigstein, A., Owen, E. F. e Rosenfeld, A., 1998. The jurassic of the southern levant. Biostratigraphy, palaeogeography and cyclic events. . Peri-tethys memoir 4: Epicratonic basins of peritethyan platforms, Mémoires du muséum national d'histoire naturelle, 179, S. Crasquin-Soleau and E. Barrier, Paris, 213–235.
- Jupp, D. L. B. e Vozoff, K., 1977. Resolving anisotropy in layered media by joint inversion. *Geophysical Prospecting*, 25, 460-470.
- Kis, M., 2002. Generalised series expansion (GSE) used in dc geoelectric-seismic joint inversion. *Journal of Applied Geophysics*, 50, 401-416.
- Koefoed, O., 1970. A fast method for determining the layer contribution from the raised kernel function in geoelectric sounding. *Geophysical Prospecting*, 18, 564-570.
- Kuss, J., 1989. Facies and paleogeographic importance of the pre-rift limestones from ne-Egypt/Sinai. *Geologische Rundschau*, 78, 487–498.
- Kuss, J., 1992. The aptian–paleocene shelf carbonates of northeast Egypt and southern Jordan: Establishment and break-up of carbonate platforms along the southern Tethyan shores. *Zeitschrift der Deutschen Geologischen Gesellschaft* 143, 107–132.

- Kuss, J., Westerhold, T., Groß, U. & Bauer, J. e Lüning, S., 2000; Mapping of Late Cretaceous stratigraphic sequences along a Syrian Arc uplift – Examples from the Areif el Naqa, Eastern Sinai. *Middle East Research Center, Ain Shams University, Earth Science Series*, 14, 171-191.
- Last, B. J. e Kubik, K., 1983. Compact gravity inversion. *Geophysics*, 48, 713-721.
- Li, Y. G. e Oldenburg, D. W., 1996. 3-D inversion of magnetic data. *Geophysics*, 61, 394-408.
- Li, Y. G. e Oldenburg, D. W., 1998. 3-D inversion of gravity data. *Geophysics*, 63, 109-119.
- Linde, N., Binley, A., Tryggvason, A., Pedersen, L. B. e Revil, A., 2006. Improved hydrogeophysical characterization using joint inversion of cross-hole electrical resistance and ground-penetrating radar traveltimes data. *Water Resources Research*, 42, W12404.
- Lines, L. R., Schultz, A. K. e Treitel, S., 1988. Cooperative inversion of geophysical data. *Geophysics*, 53, 8-20.
- Loke, M. H. e Barker, R. D., 1996. Practical techniques for 3-D resistivity surveys and data inversion. *Geophysical Prospecting*, 44, 499-523.
- Lourenço, J. M. M., 2006. *Contribuição para o modelo geológico-estrutural da bacia de telões por métodos geofísicos integrados*. Dissertação de Doutorado, Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro. 557.
- Lüning, S., Kuss, J., Bachmann, M., Marzouk, A. e Morsi, A., 1998a. Sedimentary response to basin inversion: Mid cretaceous-early tertiary pre- to syndeformational deposition at the Areif El Naqa anticline (Sinai, Egypt). *Facies*, 38, 1; 103-136.
- Lüning, S., Marzouk, A. M., Morsi, A. M. e Kuss, J., 1998b. Sequence stratigraphy of the upper cretaceous of central-east Sinai, Egypt. *Cretaceous Research*, 19, 153-195.
- Lytle, R. J. e Dines, K. A., 1980. Iterative ray tracing between boreholes for underground image-reconstruction. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 18, 234-240.
- Manglik, A. e Verma, S. K., 1998. Delineation of sediments below flood basalts by joint inversion of seismic and magnetotelluric data. *Geophysical Research Letters*, 25, 4015-4018.
- Marques, J. M., Monteiro Santos, F. A., Graça, R. C., Castro, R., Aires-Barros, L. e MendesVictor, L. A., 2001. A geochemical and geophysical approach to derive a conceptual circulation model of CO₂-rich mineral waters: A case study of Vilarelho da Raia, northern Portugal. *Hydrogeology Journal*, 9, 584-596.
- Meju, M. A., 1996. Joint inversion of tem and distorted MT soundings: Some effective practical considerations. *Geophysics*, 61, 56-65.
- Meju, M. A., 1998. *Geophysical data analysis: Understanding inverse problem, theory and practice*. Tulsa, Oklahoma, Society of Exploration Geophysicists, 296.

- Menichetti, V. e Guillen, A., 1983. Simultaneous interactive magnetic and gravity inversion. *Geophysical Prospecting*, 31, 929-944.
- Metropolis, N., Rosenbluth, A. W., Rosenbluth, M. N., Teller, A. H. e Teller, E., 1953. Equation of state calculations by fast computing machines. *Journal of Chemical Physics*, 21, 1087-1092.
- Mickus, K. L. e Peebles, W. J., 1992. Inversion of gravity and magnetic data for the lower surface of a 2.5 dimensional sedimentary basin. *Geophysical Prospecting*, 40, 171-193.
- Monteiro Santos, F. A., 1994. *Interpretação integrada de dados de resistividade e magnetotélúrica: Aplicação ao estudo de reservatórios geotérmicos de baixa entalpia*. Dissertação de Doutoramento, Universidade de Lisboa, 281.
- Monteiro Santos, F. A., 2006. *Manual de prospecção geofísica I - Notas da cadeira de Prospecção Geofísica I*. F.C.U.L., Universidade de Lisboa.
- Monteiro Santos, F. A. e El-Kaliouby, H., 2008. Comparative study of local versus global method for 1-D joint inversion of DC and TDEM data. *Near Surface Geophysics*, (submetido).
- Monteiro Santos, F. A. e Sultan, S. A., 2008. On the 3-D inversion of vertical electrical soundings: Application to the south Ismailia area - Cairo desert road, Cairo, Egypt. *Journal of Applied Geophysics*, 65, 97-110.
- Monteiro Santos, F. A., Dupis, A., Afonso, A. A. R. e Mendes-Victor, L. A., 1995. Magnetotelluric observations over the Chaves geothermal field (NE Portugal) - preliminary results. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 91, 203-211.
- Monteiro Santos, F. A., Dupis, A., Afonso, A. R. A. e Mendes Victor, L. A., 1996. An audiomagnetotelluric survey over the Chaves geothermal field (NE Portugal). *Geothermics*, 25, 389-406.
- Monteiro Santos, F. A., Afonso, A. R. A. e Victor, L. A. M., 1997. Study of the Chaves geothermal field using 3-D resistivity modeling. *Journal of Applied Geophysics*, 37, 85-102.
- Monteiro Santos, F. A., Dupis, A., Afonso, A. R. A. e Victor, L. A. M., 1997. 1-D joint inversion of AMT and resistivity data acquired over a graben. *Journal of Applied Geophysics*, 38, 115-129.
- Monteiro Santos, F. A., Sultan, S. A., Represas, P. e El Sorady, A. L., 2006. Joint inversion of gravity and geoelectrical data for groundwater and structural investigation: Application to the northwestern part of Sinai, Egypt. *Geophysical Journal International*, 165, 705-718.
- Monteiro Santos, F. A., Afonso, A. R. A. e Dupis, A., 2007. 2-D joint inversion of DC and scalar audio-magnetotelluric data in the evaluation of low enthalpy geothermal fields. *Journal of Geophysics and Engineering*, 4, 53-62.

- Mottl, J. e Mottlová, L., 1984. The simultaneous solution of the inverse problem of gravimetry and magnetics by means of non-linear programming. *Geophysical Journal International*, 76, 563-579.
- Moustafa, A. R. e Khalil, M. H., 1990. Structural characteristics and tectonic evolution of north Sinai fold belts. *The geology of Egypt*, R. Said, Rotterdam, Balkema, 381–389.
- Naidu, P. S. e Mathew, M. P., 1998. *Analysis of geophysical potential fields – A digital signal processing approach*. Elsevier.
- Nath, S. K., Shahid, S. e Dewangan, P., 2000. SEISRES - A visual C++ program for the sequential inversion of seismic refraction and geoelectric data. *Computers & Geosciences*, 26, 177-200.
- Oldenborger, G. A., Routh, P. S. e Knoll, M. D., 2007. Model reliability for 3-D electrical resistivity tomography: Application of the volume of investigation index to a time-lapse monitoring experiment. *Geophysics*, 72, F167-F175.
- Oldenburg, D. W. e Li, Y., 1999. Estimating depth of investigation in DC resistivity and IP surveys. *Geophysics*, 64, 403-416.
- Oldenburg, D. W., 1974. Inversion and interpretation of gravity anomalies. *Geophysics*, 39, 526-536.
- Pereira, E., 2006. *Carta geológica de Portugal*, escala 1:200000, Notícia Explicativa, Instituto Nacional de Engenharia, Tecnologia e Inovação; Lisboa;
- Pilkington, M., 1997. 3-D magnetic imaging using conjugate gradients. *Geophysics*, 62, 1132-1142.
- Pilkington, M., 2006. Joint inversion of gravity and magnetic data for two-layer models. *Geophysics*, 71, L35-L42.
- Plouff, D., 1976. Gravity and magnetic fields of polygonal prisms and application to magnetic terrain corrections. *Geophysics*, 41, 727-741.
- Press, W. H., Teukolsky, S. A., Flannery, B. P. e Vetterling, W. T., 1992. *Numerical recipes in fortran: The art of scientific computing*. Cambridge Univ. Press.
- Pridmore, D. S., 1978. *Three-dimensional modelling of electrical and electromagnetic data using the finite element method*. Ph.D., University of Utah. 249.
- Reamer, S. K. e Ferguson, J. F., 1989. Regularized two-dimensional Fourier gravity inversion method with application to the Silent Canyon caldera, Nevada. *Geophysics*, 54, 486-496.
- Relatório U.T.A.D., 1992. *Evaluation of geothermal resources between Lamego e Vila Verde da Raia*. Relatório final do programa JOULE/ECE-JOUG-0009-C. Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro.

- Reynolds, J. M., 1998. *An introduction to applied and environmental geophysics*. New York, John Wiley & Sons.
- Ribeiro, A., 1974. *Contribution à l'étude tectonique de trás-os-montes oriental*, Memórias dos Serviços Geológicos de Portugal, Lisboa; 168.
- Ribeiro, A., Antunes, T., Ferreira, M. P., Rocha, R. B., Soares, A. F., Zbyszewski, G., Moitinho de Almeida, F., de Carvalho, D. e Monteiro, J. H., 1979. Introduction à la géologie général du portugal, *Serviço Geológico de Portugal*, Lisboa; 114.
- Roest, W. R., Verhoef, J. e Pilkington, M., 1992. Magnetic interpretation using the 3-D analytic signal. *Geophysics*, 57, 116-125.
- Roy, L., Sen, M. K., McIntosh, K., Stoffa, P. L. e Nakamura, Y., 2005. Joint inversion of first arrival seismic travel-time and gravity data. *Journal of Geophysics and Engineering*, 2, 277-289.
- Roy, L., Shaw, R. K. e Agarwal, B. N. P., 2002. Inversion of gravity anomalies over sedimentary basins: Applications of genetic algorithm and simulated annealing. *SEG Technical Program Expanded Abstracts*, 21, 747-750.
- Saad, A. H., 2006. Understanding gravity gradients - a tutorial. *The Leading Edge*, 25, 942-949.
- Sasaki, Y., 1989. Two-dimensional joint inversion of magnetotelluric and dipole-dipole resistivity data. *Geophysics*, 54, 254-262.
- Sasaki, Y., 1992. Resolution of resistivity tomography inferred from numerical simulation. *Geophysical Prospecting*, 40, 453-463.
- Sasaki, Y., 1994. 3-D resistivity inversion using the finite-element method. *Geophysics*, 59, 1839-1848.
- Sasaki, Y., 2001. Full 3-D inversion of electromagnetic data on PC. *Journal of Applied Geophysics*, 46, 45-54.
- Sasaki, Y., Yoneda, Y. e Matsuo, K., 1992. Resistivity imaging of controlled-source audiofrequency magnetotelluric data. *Geophysics*, 57, 952-955.
- Schlumberger, C., 1920. *Etude de la prospection électrique du sous-sol*. Paris, Gauthiers-Villars.
- Stefanescu, S., Schlumberger, C. e Schlumberger, M., 1930. Potential electrical distribution around a functional earth electrode in a field with horizontal, homogenic and isotropic layers. *Journal de Physique et le Radium*, 1, 132-140.
- Sultan, S. A. e El Sorady, A. L., 2001. Geoelectric and gravity measurements for groundwater exploration and detection of structural elements at Romana area, northwest of Sinai, Egypt, in *Proceedings of the 6th Conference Geology of Sinaifor Development*, Ismailia, 109-120.

- Sultan, S. A. e Monteiro Santos, F. A., 2007. 1-D and 3-D resistivity inversions for geotechnical investigation. *Journal of Geophysics and Engineering*, 5, 1-11.
- Telford, W. M., Geldart, L. P. e Sheriff, R. E., 1990. *Applied geophysics*. Cambridge, Cambridge University Press.
- Van Nostrand, R. G. e Cook, K. L., 1966. *Interpretation of resistivity data*. U.S.G.S. Prof. Paper, N. 499.
- Vidal, N., Alvarez-Marron, J. e Klaeschen, D., 2000. Internal configuration of the levantine basin from seismic reflection data (eastern Mediterranean). *Earth and Planetary Science Letters*, 180, 77-89.
- Vozoff, K. e Jupp, D. L. B., 1975. Joint inversion of geophysical data. *Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society*, 42, 977-991.
- Yang, C. H. e Tong, L. T., 1999. A study of joint inversion of direct current resistivity, transient electromagnetic and magnetotelluric sounding data. *Terrestrial Atmospheric and Oceanic Sciences*, 10, 293-301.
- Yang, C. S., Kao, S. P., Lee, F. B. e Hung, P. S., 2004. Twelve different interpolation methods: A case study of surfer 8.0, in *Proceedings of the XXth ISPRS Congress*, Istanbul, 778-785.
- Zhang, A. J. e Hobbs, B. A., 1992. Model formulation and model smoothing for 2-D magnetotelluric inversion. *Geophysical Journal International*, 108, 507-516.